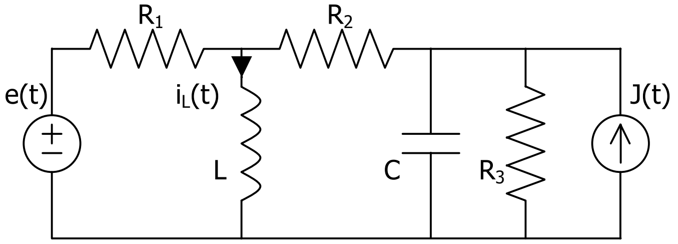
E S E R C I Z I O

Il circuito in figura funziona in *regime sinusoidale*. Determinare

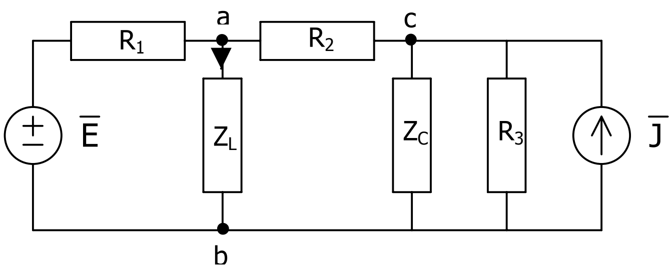
- la corrente $i_L(t)$, applicando il teorema di Thévenin ai morsetti dell'induttore;
- la potenza reattiva Q_L assorbita dall'induttore L.



$e(t)=5\sqrt{2}\ \text{sen}(\omega t)$
$i(t)=2\sqrt{2}\ \text{sen}(\omega t+\pi/2)$
$R_1=R_2=R_3=10\ \Omega$
$L=5\ \text{mH};\ C=1\ \text{mF}$
$\omega=1000\ \text{rad/s}$

S V O L G I M E N T O

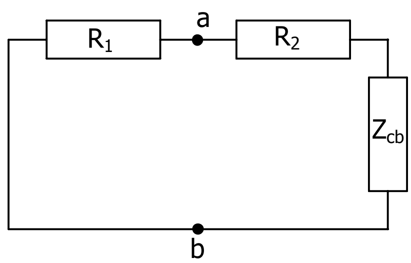
Si utilizza il Metodo Simbolico (convenzione dei valori efficaci per i fasori).



Calcolo dei fasori e delle impedenze:
$\overline{E}=5\ \text{V}$
$\overline{J}=2j\ \text{A}$
$Z_L=jX_L=j\omega L=j5\ \Omega$
$Z_C=-jX_C=-j/\omega C=-j1\ \Omega$

Si cerca l'equivalente di Thévenin della rete "vista" dall'induttore L.

CALCOLO DELL'IMPEDENZA EQUIVALENTE Z_{ab}



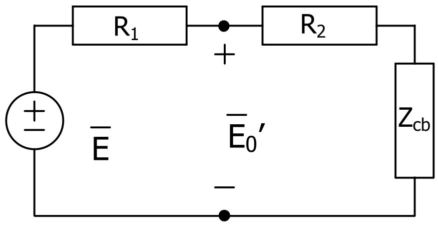
$Z_{cb}=R_3//Z_C=(-jR_3X_C)/(R_3-jX_C)=(-j10)/(10-j)\ \Omega$
$\quad=(-j10)/(10-j)\ \Omega\cong(0.10-j0.99)\ \Omega$

$Z_{ab}=R_1//(R_2+Z_{cb})=R_1(R_2+Z_{cb})/[R_1+R_2+Z_{cb}]$
$\quad\cong 10[10+(0.10-j0.99)]/[20+(0.10-j0.99)]\ \Omega$
$\quad=10(10.10-j0.99)]/(20.10-j0.99)\ \Omega$
$\quad=(5.04-j0.24)\ \Omega$

CALCOLO DELLA TENSIONE A VUOTO

Si applica il principio di sovrapposizione degli effetti.

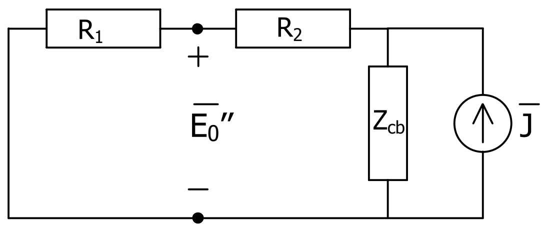
- Generatore di corrente "spento"



Applicando la regola del partitore di tensione si ha:

$\overline{E}_0'=(R_2+Z_{cb})/(R_1+R_2+Z_{cb})\ \overline{E}$
$\quad\cong[10+(0.10-j0.99)]/[20+(0.10-j0.99)]\ \text{V}$
$\quad=(10.10-j0.99)/(20.10-j0.99)\ \text{V}=(0.50-j0.02)\ \text{V}$

- Generatore di tensione "spento"

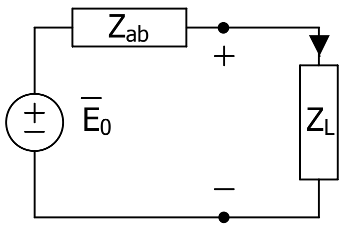


La tensione cercata è pari alla caduta di tensione sulla resistenza R_1. Applicando la regola del partitore di corrente, si ha:

$$\overline{E}_0'' = R_1\overline{I}_1 = R_1\,[Z_{cb}/(R_1+R_2+Z_{cb})]\,\overline{J}$$
$$\cong [10(0.10\text{-}j0.99)/(20.10\text{-}j0.99)\;2j]\text{ V}$$
$$= (0.98+j0.15)\text{ V}$$

In sintesi: $\overline{E}_0 = \overline{E}_0' + \overline{E}_0'' = (0.50\text{-}j0.02+0.98+j0.15)\text{ V} = (1.48+j0.13)\text{ V} = 1.49\,e^{j0.09}\text{ V}$

$Z_{ab} = (5.04\text{-}j0.24)\ \Omega$



Il fasore rappresentativo della corrente i_L cercata è:

$$\overline{I}_L = \overline{E}_0/(Z_{ab}+Z_L) \cong 1.49\,e^{j0.09}/(5.04\text{-}j0.24+j5)\text{ A}$$
$$= 1.49\,e^{j0.09}/(6.93\,e^{j0.76})\text{ A} = 0.22\,e^{j(0.03-0.76)}\text{ A}$$
$$= 0.21\,e^{-j0.67}\text{ A}$$

[*-0.67rad→-38°*]

Antitrasformando si ottiene $\boxed{i_L(t) = 0.21\sqrt{2}\,\text{sen}(1000t-0.67)\text{ A}}$

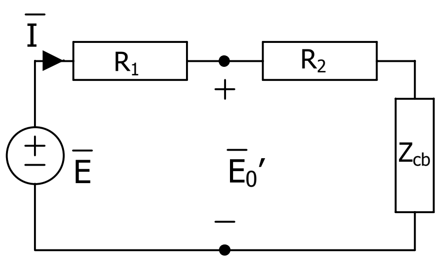
~ ~ ~ ~ ~

La potenza reattiva assorbita dall'induttore è (avendo scelto, per i fasori, la convenzione dei valore efficace):

$Q_L = X_L I^2 \cong 5\cdot 0.21^2\text{ VAr} = 0.22\text{ VAr}$

$$\boxed{Q_L = 0.22\text{ VAr}}$$

A titolo di esempio, con riferimento alla quarta figura (che si riporta), si vogliono rappresentare i fasori in gioco.



$Z_{cb} = (0.10\text{-}j0.99)\ \Omega = e^{-j1.47}\ \Omega$

[*1.56 rad ≅ -84°*]

$\overline{E} = 5\text{ V}$

$\overline{E}_0' = (0.50\text{-}j0.02)\text{ V} = 0.50\,e^{-j0.04}\text{V}$

$\overline{I} = \overline{E}/(R_1+R_2+Z_{bc}) \cong 5/(20.10\text{-}j0.99)\text{ A} = 0.25\,e^{j0.05}\text{A}$

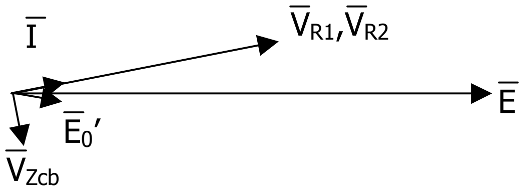
[*0.05 rad ≅ 3°*]

$\overline{V}_{R1} = R_1\overline{I} = 2.5\,e^{j0.05}\text{V}$

$\overline{V}_{R2} = R_2\overline{I} = 2.5\,e^{j0.05}\text{V}$

$\overline{V}_{Zcb} = Z_{cb}\overline{I} = 0.25\,e^{j(-1.47+0.05)} = 0.25\,e^{-j1.42}\text{V}$

[*-1.42 rad ≅ -81°*]



I fasori sono rappresentati fuori scala per favorire la "leggibilità" del diagramma.