



PROVA SCRITTA DI ELETTROTECNICA, 11 dicembre 2018
CdS Ing. Meccanica – canali (A-L) e (M-Z)
Docenti: C. Petrarca – F. Villone

Esercizio 1: La rete di Fig. 1 è a regime per $t < 0$. Determinare la potenza istantanea $p_{R_2}(t)$ assorbita dal resistore $R_2 \forall t$.

$$V_1(t) = \begin{cases} 5\sqrt{2}\sin\left(500t + \frac{\pi}{6}\right)V & t < 0 \\ 0 & t \geq 0 \end{cases}, V_2(t) = \begin{cases} 3\sqrt{2}\sin\left(500t - \frac{\pi}{4}\right)V & t < 0 \\ 0 & t \geq 0 \end{cases}$$

$$R_1 = 1 \Omega; \quad R_2 = 2 \Omega; \quad R_3 = 3 \Omega; \quad R_4 = 4 \Omega; \quad R_5 = 5 \Omega; \quad R_6 = 6 \Omega;$$

$$L_1 = 6 \text{ mH}, \quad C_1 = 500 \mu\text{F}$$

Esercizio 2: Nella rete trifase di Fig. 2, alimentata da una terna simmetrica diretta di tensioni ai morsetti 1-2-3, è nota la lettura del voltmetro V_1 .

- 1) Calcolare l'indicazione del wattmetro W , dei due amperometri A_1 e A_2 e del voltmetro V_2 .
- 2) Valutare la caduta di tensione su Z_L con la formula approssimata e stimare l'errore commesso rispetto al valore esatto.
- 3) Rifasare a $\cos\varphi = 0.9$ ai morsetti 1-2-3 e calcolare la nuova indicazione dell'amperometro A_2 .

$$Z_A = 5 + j 4 \Omega; \quad Z_B = 9 + j 30 \Omega;$$

$$Z_L = 1 + j 2 \Omega; \quad V_1 = 400 \text{ V};$$

NOME e COGNOME _____ MATR. _____

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

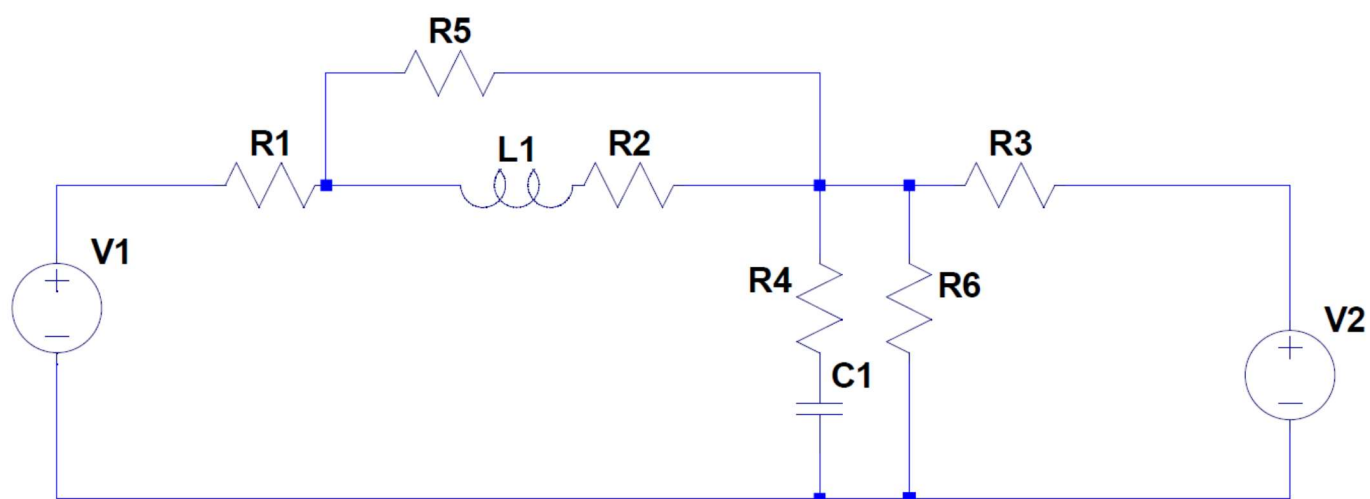


Fig.1

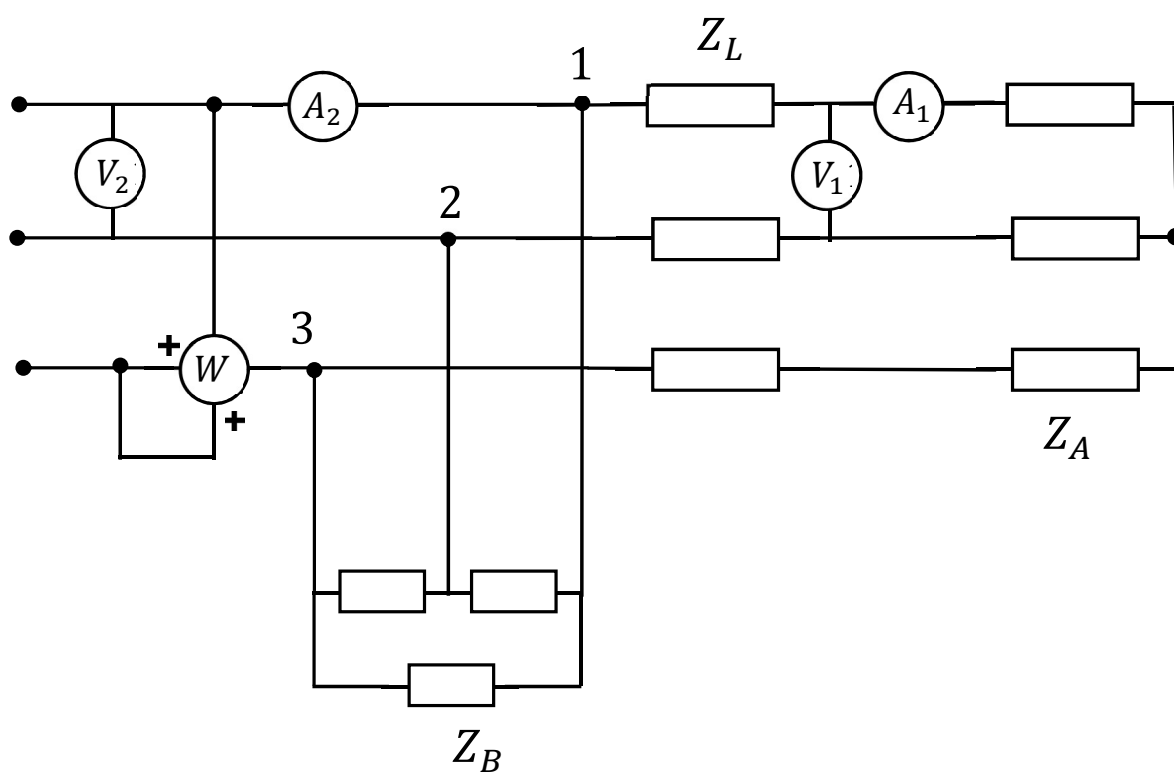


Fig. 2

Soluzione esercizio 1

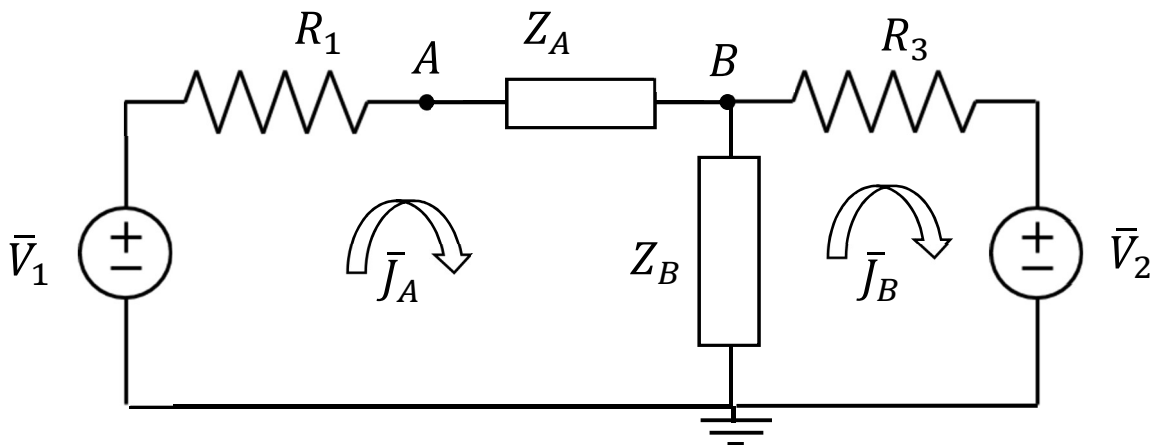
Regime sinusoidale per $t < 0$. Impedenze e fasori:

$$\bar{V}_1 = 5e^{j30^\circ}, \quad \bar{V}_2 = 3e^{-j45^\circ}, \quad Z_C = -j4, \quad Z_L = j3$$

La rete può essere semplificata come segue:

$$Z_A = R_5 || (Z_L + R_2) = 1.98 + 1.29i \, \Omega$$

$$Z_B = R_6 || (Z_C + R_4) = 2.90 - 1.24i \, \Omega$$



Potenziali nodali:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{Z_A} \right) \bar{E}_A - \frac{1}{Z_A} \bar{E}_B = \frac{\bar{V}_1}{R_1} \\ -\frac{1}{Z_A} \bar{E}_A + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} \right) \bar{E}_B = \frac{\bar{V}_2}{R_3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{E}_A = 3.42 + 1.86i \, V \\ \bar{E}_B = 2.46 - 0.593i \, V \end{cases}$$

In alternativa, correnti di maglia:

$$\begin{cases} (R_1 + Z_A + Z_B) \bar{J}_A - Z_B \bar{J}_B = \bar{V}_1 \\ -Z_B \bar{J}_A + (R_3 + Z_B) \bar{J}_B = -\bar{V}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{J}_A = 0.905 + 0.644i \, A \\ \bar{J}_B = 0.114 + 0.510 \, A \end{cases}$$

Corrente nell'induttore:

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{E}_A - \bar{E}_B}{R_2 + Z_L} = 0.713 + 0.155i \, A \Rightarrow i_L(t) = 0.730\sqrt{2} \sin(500t + 12.2^\circ) \, A \Rightarrow i_L(0-) = 0.219 \, A$$

Tensione sul condensatore:

$$\bar{V}_C = \bar{E}_B \frac{Z_C}{R_4 + Z_C} = 0.935 - 1.53i \, V \Rightarrow v_C(t) = 1.79\sqrt{2} \sin(500t - 58.5^\circ) \, A \Rightarrow v_C(0-) = -2.16 \, V$$

A $t > 0$ si innesca un transitorio (evoluzione libera: generatori spenti). Calcoliamo la matrice ibrida ai morsetti dei bipoli dinamici:

$$\begin{cases} v_L = H_{11} i_L + H_{12} v_C \\ i_C = H_{21} i_L + H_{22} v_C \end{cases}$$

$$H_{11} = \left. \frac{v_L}{i_L} \right|_{v_C=0} = \left(((R_3 || R_6 || R_4) + R_1) || R_5 \right) + R_2 = 3.59 \, \Omega$$

$$H_{12} = \left. \frac{v_L}{v_C} \right|_{i_L=0} = \frac{(R_3 || R_6 || (R_1 + R_5))}{(R_3 || R_6 || (R_1 + R_5)) + R_4} \frac{R_5}{R_1 + R_5} = 0.227$$

$$H_{21} = \left. \frac{i_C}{i_L} \right|_{v_C=0} = -H_{12} = -0.227$$

$$H_{22} = \left. \frac{i_C}{v_C} \right|_{i_L=0} = \frac{1}{(R_3 || R_6 || (R_1 + R_5)) + R_4} = 0.182 \, \Omega^{-1}$$

Equazione di stato:

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = -\frac{H_{11}}{L_1} i_L - \frac{H_{12}}{L_1} v_C = A_{11} i_L + A_{12} v_C \\ \frac{dv_C}{dt} = -\frac{H_{21}}{C_1} i_L - \frac{H_{22}}{C_1} v_C = A_{21} i_L + A_{22} v_C \end{cases}$$

Autovalori della matrice dinamica:

$$\lambda_{1,2} = -481 \pm 58.6i \, s^{-1}$$

Evoluzione libera:

$$i_L(t) = e^{-481 t} (K_1 \sin(58.6 t) + K_2 \cos(58.6 t)) A$$

Condizioni iniziali:

$$\begin{cases} i_L(0+) = i_L(0-) = 0.219 \\ \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{0+} = -\frac{H_{11}}{L_1} i_L(0+) - \frac{H_{12}}{L_1} v_C(0+) = -\frac{H_{11}}{L_1} i_L(0-) - \frac{H_{12}}{L_1} v_C(0-) = -49.0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} K_2 = 0.219 \\ -481 K_2 + 58.6 K_1 = -49.0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} K_1 = 0.958 \\ K_2 = 0.219 \end{cases}$$

Potenza istantanea assorbita da R_2 :

$$p_{R_2}(t) = R_2 i_L^2(t)$$

Soluzione esercizio 2

Usiamo il metodo dei fasori. Trasformiamo a stella Z_B in $Z'_B = \frac{Z_B}{3}$

Tensione stellata su Z_A a fase nulla sulla fase 1:

$$\bar{E}_{1A} = \frac{V_1}{\sqrt{3}} = 231 \text{ V}$$

Corrente in Z_A sulla fase 1:

$$\bar{I}_{1A} = \frac{\bar{E}_{1A}}{Z_A} = 28.2 - 22.5i \text{ A}$$

Misura dell'amperometro 1:

$$A_1 = \text{abs}(\bar{I}_{1A}) = 36.1 \text{ A}$$

Tensione stellata su Z'_B sulla fase 1:

$$\bar{E}_{1B} = \bar{E}_{1A} + Z_L \bar{I}_{1A} = 304 + 33.8i \text{ V}$$

Corrente in Z'_B sulla fase 1:

$$\bar{I}_{1B} = \frac{\bar{E}_{1B}}{Z'_B} = 11.5 - 27.0i \text{ A}$$

Corrente nell'amperometro:

$$\bar{I}_{1C} = \bar{I}_{1A} + \bar{I}_{1B} = 39.6 - 49.5i \text{ A}$$

Misura dell'amperometro 2:

$$A_2 = \text{abs}(\bar{I}_{1C}) = 63.4 \text{ A}$$

Misura del wattmetro:

$$W = \text{real}((\bar{E}_{3B} - \bar{E}_{1B}) \text{conj}(\bar{I}_{3C})) = 1.37 \text{ kW}$$

dove le grandezze della fase 3 sono sfasate di $\frac{2\pi}{3}$ rispetto a quelle della fase 1.

Caduta di tensione stellata effettiva:

$$dE = \text{abs}(\bar{E}_{1B}) - \text{abs}(\bar{E}_{1A}) = 75.1 \text{ V}$$

Caduta di tensione stellata approssimata:

$$dE_{appr} = \text{real}(Z_L) * \text{abs}(\bar{I}_{1A}) * \cos(\text{angle}(Z_A)) + \text{imag}(Z_L) * \text{abs}(\bar{I}_{1A}) * \sin(\text{angle}(Z_A)) = 73.2$$

Errore:

$$\frac{dE - dE_{appr}}{dE} = 2.49\%$$

Potenza complessa del carico complessivo:

$$A_{tot} = 3\bar{E}_{1B} \text{conj}(\bar{I}_{1C}) = 31.1 + 49.2i \text{ kW} = P_{tot} + jQ_{tot}$$

Fattore di potenza complessivo:

$$\cos \varphi_{tot} = \cos\left(\text{atan}\frac{Q_{tot}}{P_{tot}}\right) = 0.535$$

Potenza reattiva di rifasamento:

$$Q_{cond} = P_{tot} \tan(\text{acos}(0.9)) - Q_{tot}$$

Condensatore di rifasamento collegato a stella:

$$C = \frac{-Q_{cond}}{3\omega \text{abs}(\bar{E}_{1B})^2} = 243 \mu\text{F}$$

Corrente circolante nel condensatore di rifasamento (fase 1):

$$\bar{I}_{1cond} = j\omega C \bar{E}_{1B} = -4.10 + 36.9i \text{ A}$$

Nuova misura dell'amperometro:

$$A_{2n} = \text{abs}(\bar{I}_{1C} + \bar{I}_{1cond}) = 37.7 \text{ A}$$