



## SCHEDA DELL'INSEGNAMENTO (SI)

### "MODELLI NUMERICI PER I CAMPI"

SSD ING-IND/31

DENOMINAZIONE DEL CORSO DI STUDIO:

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA DELL' AUTOMAZIONE E ROBOTICA  
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA ELETTRICA  
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA ELETTRONICA

ANNO ACCADEMICO 2021-2022

## INFORMAZIONI GENERALI - DOCENTE

DOCENTE: GUGLIELMO RUBINACCI  
TELEFONO: +39 081 7683897  
EMAIL: RUBINACCI@UNINA.IT

SI VEDA SITO WEB DEL CORSO DI STUDI

## INFORMAZIONI GENERALI - ATTIVITÀ

ANNO DI CORSO: I O II  
SEMESTRE: I  
CFU: 9

## INSEGNAMENTI PROPEDEUTICI (se previsti dal Regolamento del CdS)

Nessuna

### OBIETTIVI FORMATIVI

Il corso ha l'obiettivo di illustrare gli aspetti fondamentali della modellistica numerica d'interesse per un ingegnere elettrico e dell'Informazione, fornendo gli strumenti di base per la risoluzione con il calcolatore di problemi di campo. L'approccio seguito si propone di mediare tra il rigore richiesto da una corretta impostazione matematica e la necessità di condurre gli allievi a risolvere problemi applicativi più direttamente legati ai loro specifici interessi. Il linguaggio di programmazione MATLAB® è utilizzato nel laboratorio numerico.

### RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI (DESCRITTORI DI DUBLINO)

#### Conoscenza e capacità di comprensione

Il corso intende fornire agli studenti le conoscenze e gli strumenti metodologici necessari per affrontare la risoluzione di un problema di campo al calcolatore e valutare criticamente le caratteristiche attese di una soluzione numerica di un problema di campo, quale anche quella ottenibile direttamente con codici commerciali.

#### Capacità di applicare conoscenza e comprensione

Lo studente deve dimostrare di essere in grado di utilizzare concretamente le conoscenze acquisite, dando prova di saperle applicare nella impostazione della soluzione di un problema di campo al calcolatore e nella valutazione critica delle caratteristiche attese dalla soluzione numerica, quale anche quella ottenibile direttamente con codici commerciali.

### PROGRAMMA-SYLLABUS

#### 1. RICHIAMI DI ALGEBRA LINEARE

Spazi lineari a dimensioni finite. Matrici. Matrici simmetriche, hermitiane, normali, unitarie, ortogonali. Determinante. Autovalori ed autovettori. Autovettori linearmente indipendenti. Diagonalizzazione. Localizzazione degli autovalori. Primo e secondo teorema di Gershgorin. Predominanza diagonale. Matrici definite positive. Prodotto scalare. Norme vettoriali. Quoziente di Rayleigh–Ritz. Equivalenza delle norme. Continuità della norma. Norme matriciali Decomposizione a valori singolari (SVD). Condizionamento di una matrice

#### 2. PROBLEMI DIFFERENZIALI E INTEGRALI

Generalità sui modelli descritti da equazioni alle derivate parziali. Linee caratteristiche. Classificazione delle equazioni quasi lineari. Linee caratteristiche per le equazioni iperboliche. Cenni sulle equazioni integrali. Formulazione integrale del problema esterno per il potenziale elettrostatico. Esempio applicativo: il problema delle risonanze elettrostatiche di un oggetto di permittività uniforme.

#### 3. METODO DELLE DIFFERENZE FINITE

Approssimazione della derivata prima e seconda. Soluzione dell'equazione di Poisson con il metodo delle differenze finite. Consistenza, stabilità e convergenza.

#### 4. METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

Formulazioni del problema di campo: forma forte e forma debole; Formulazioni variazionali. Introduzione al metodo degli elementi finiti. Equazione di Poisson. Interpolazione polinomiale. Polinomi di Lagrange. Splines lineari a tratti. Errore di interpolazione. Formulazioni variazionali e formulazioni deboli. Il metodo di Galerkin. Convergenza del metodo degli elementi finiti. Funzioni di forma lineari e coordinate baricentriche. Elementi isoparametrici di ordine superiore a 1.

5. INTEGRAZIONE NUMERICA  
Integrazione numerica. Formula dei rettangoli; formula dei trapezi, formula di Simpson. Errore di discretizzazione. Formule di Gauss Legendre.
6. SISTEMI DI EQUAZIONI ALGEBRICHE LINEARI  
Risoluzione di sistemi di equazioni algebriche. Metodi diretti. Il metodo di eliminazione di Gauss con Pivot parziale. Fattorizzazione LU. Fattorizzazione mediante successione di matrici. Fattorizzazione  $LL^H$ . Il Metodo di Cholesky. Matrici sparse e matrici bandate. Cenni al problema della riduzione della banda. Cenni al problema del condizionamento e della stabilità numerica. Soluzione di sistemi di equazioni algebriche ai minimi quadrati. Equazioni normali. Soluzioni numerica delle equazioni normali. Soluzione mediante il metodo QR. Soluzione mediante decomposizione in valori singolari. Matrice pseudoinversa. Cenno alla soluzione di problemi di ottimizzazione vincolata con il metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Cenni alla regolarizzazione di Tihonov. Risoluzione di sistemi lineari con metodi iterativi. Convergenza del metodo iterativo. Velocità di convergenza. Condizioni di arresto dell'iterazione. Metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel. Il metodo di rilassamento. Convergenza e stima dell'errore. Il metodo del gradiente e del gradiente coniugato
7. SISTEMI DI EQUAZIONI ALGEBRICHE NON LINEARI  
Sistemi di equazioni algebriche non lineari. Metodo della bisezione. Iterazione del punto fisso. Metodo di Newton Raphson. Convergenza, Stima dell'errore, velocità di convergenza.
8. SISTEMI DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI DEL PRIMO ORDINE A DERIVATE ORDINARIE  
Metodi numerici. Metodi di sviluppo in serie. Il metodo di Eulero. Errore di discretizzazione locale. Consistenza del metodo. Studio della convergenza. Errore globale e stabilità numerica. Il metodo di Eulero implicito. Il metodo theta. Influenza degli errori di arrotondamento. Cenno sui metodi di Runge-Kutta.
9. CENNI SUL "MACHINE LEARNING"  
Introduzione al "machine learning". Elementi di unsupervised learning: analisi alle componenti principali. Reti Neurali: definizioni, topologia. Percettrone ad uno o più layers. Proprietà di interpolazione universale. Algoritmo Stochastic Gradient Descent (SGD). Introduzione al toolbox di Matlab per la progettazione di algoritmi di machine learning basati su reti neurali. Risoluzione numerica di problemi di interpolazione con reti neurali. Algoritmo di Back Propagation (BP) per il calcolo del gradiente della "loss function" di una rete neurale. Automatic Differentiation (AD): modalità forward e modalità backward. Grafo computazionale. Connessioni tra AD e BP
10. SULLA SOLUZIONE NUMERICA DELLE EQUAZIONI DI MAXWELL  
Equazioni di Maxwell nel limite quasi stazionario. L'equazione della diffusione del campo magnetico. Soluzione con il metodo delle differenze finite. Il metodo di Eulero esplicito, implicito e theta. Stabilità. Equazioni delle onde. Formula di D'Alembert. Integrazione esplicita. Analisi di stabilità. Condizione di Courant-Friedrichs-Lewy. Il problema della dispersione numerica. Formulazioni agli elementi finiti per le equazioni di Maxwell. Cenni sugli edge elements.

## MATERIALE DIDATTICO

### Testi di riferimento

- [1] F. Trevisan, F. Villone, Modelli numerici per campi e circuiti, SGE Padova
- [2] G. Miano, Modelli Numerici per i Campi, Napoli, settembre 2009, dispense disponibili in formato pdf sul sito [www.elettrotecnica.unina.it](http://www.elettrotecnica.unina.it) alla pagina del corso del prof. G. Miano
- [3] Ulteriore materiale didattico (incluso il software utilizzato nelle ore di laboratorio) è disponibile sul sito [www.elettrotecnica.unina.it](http://www.elettrotecnica.unina.it) e su TEAMS all'indirizzo del corso. Eventuali ulteriori riferimenti potranno essere dati durante lo svolgimento del corso.

### Testi di consultazione

- [1] V. Comincioli. Analisi numerica: Metodi Modelli Applicazioni. Nuova edizione, in formato e-book, 981 pp. Apogeo, Feltrinelli Milano, 2005
- [2] A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri, Numerical Mathematics (Texts in Applied Mathematics Book 37) Springer 2017.
- [3] A. Quarteroni, Numerical Models for Differential Problems (MS&A Book 16) 3rd Edition, Springer 2017

SI VEDA IL SITO WEB [WWW.ELETTROTECNICA.UNINA](http://WWW.ELETTROTECNICA.UNINA)

## MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELL'INSEGNAMENTO

Lezioni frontali (85% circa), esercitazioni e laboratorio informatico con uso di software scritto in MATLAB® (15% circa)

## VERIFICA DI APPRENDIMENTO E CRITERI DI VALUTAZIONE

a) Modalità di esame:

L'esame si articola in prova	
scritta e orale	
solo scritta	
solo orale	X
discussione di elaborato progettuale (opzionale)	X
Altro	



## COURSE DETAILS

### "NUMERICAL MODELS FOR FIELD PROBLEMS"

ING-IND/31

DEGREE PROGRAMME:

MASTER'S DEGREE IN AUTOMATION ENGINEERING AND ROBOTICS

MASTER'S DEGREE IN ELECTRICAL ENGINEERING

MASTER'S DEGREE IN ELECTRONIC ENGINEERING

ACADEMIC YEAR 2021-2022

## GENERAL INFORMATION – TEACHER REFERENCES

TEACHER: GUGLIELMO RUBINACCI

PHONE: +39 081 7683897

EMAIL: RUBINACCI@UNINA.IT

## GENERAL INFORMATION ABOUT THE COURSE

YEAR OF THE DEGREE PROGRAMME (I, II): I OR II

SEMESTER (I, II): I

CFU: 9

## REQUIRED PRELIMINARY COURSES (IF MENTIONED IN THE COURSE STRUCTURE “REGOLAMENTO”)

None

### LEARNING GOALS

The course aims at illustrating the fundamental aspects of numerical modeling of interest to an electrical and information engineer, providing the basic tools for solving field problems with the computer. The approach aims to mediate between a rigorous mathematical approach and the need to lead students to solve practical problems directly related to their specific background and interests. The MATLAB® programming language is used in the numerical laboratory.

### EXPECTED LEARNING OUTCOMES (DUBLIN DESCRIPTORS)

#### Knowledge and understanding

The course aims to provide students with the knowledge and methodological tools necessary to tackle the resolution of a field problem on the computer and critically evaluate the expected characteristics of a numerical solution of a field problem, such as that which can also be obtained directly by means of a commercial code.

#### Applying knowledge and understanding

The student must demonstrate to be able to concretely use the acquired knowledge, proving to be able to apply it to the solution of a field problem on the computer and to the critical evaluation of the expected characteristics of the numerical solution, including the one obtained with commercial codes.

### COURSE CONTENT/SYLLABUS

1. RECALLS OF THE FUNDAMENTAL CONCEPTS AND RESULTS FROM LINEAR ALGEBRA  
Linear spaces of finite dimensions. Matrices. Symmetric, Hermitian, normal, unitary, orthogonal matrices. Determinant. Eigenvalues and eigenvectors. Linearly independent eigenvectors. Diagonalization. Localization of the eigenvalues. Gershgorin's first and second theorem. Diagonal predominance. Positive definite matrices. Scalar product. Vector norms. Rayleigh – Ritz quotient. Equivalence of norms. Continuity of the norm. Matrix norms. Decomposition to singular values (SVD). Conditioning of a matrix
2. DIFFERENTIAL AND INTEGRAL PROBLEMS  
General information on the models described by partial differential equations. Characteristic lines. Classification of quasi-linear equations. Characteristic lines for hyperbolic equations. Introduction to integral equations. Integral formulation of the external problem for the electrostatic potential. Application example: the problem of electrostatic resonances of an object of uniform permittivity.
3. FINITE DIFFERENCE METHOD  
Approximation of the first and second derivative. Solution of the Poisson equation with the finite difference method. Consistency, stability and convergence.
4. FINITE ELEMENTS METHOD  
Formulations of the field problem: strong and weak form; variational formulations. Introduction to the Finite Element Method. Poisson equation. Polynomial interpolation. Lagrange polynomials. Piece-wise linear splines. Interpolation error. Variational formulations and weak formulations. Galerkin's method. Convergence of the Finite Element Method. Linear shape functions and barycentric coordinates. Iso-parametric elements of order greater than 1.
5. NUMERICAL INTEGRATION  
Numerical integration. Rectangle formula; trapezoid formula, Simpson's formula. Discretization error. Gauss Legendre formulas.
6. SYSTEMS OF LINEAR ALGEBRAIC EQUATIONS  
Solving systems of algebraic equations. Direct methods. The method of elimination of Gauss with partial Pivot. LU factorization. Factorization by means of a succession of matrices.  $LL^H$  factorization. Cholesky's Method. Sparse matrices and banded matrices. Introduction to the problem of bandwidth reduction. Introduction to the the problem of conditioning and numerical stability. Solution of systems of least squares algebraic equations. Normal equations. Numerical solutions of normal equations. Solution using the QR method. Solution by decomposition into singular values. Pseudo-inverse matrix. Introduction to the solution of constrained optimization problems with the method of

Lagrange multipliers. Outline of Tihonov's regularization. Solving linear systems with iterative methods. Convergence of the iterative method. Speed of convergence. Criteria for stopping the iteration. Jacobi and Gauss-Seidel methods. The relaxation method. Convergence and error estimation. The gradient and conjugate gradient method

7. SYSTEMS OF NON-LINEAR ALGEBRAIC EQUATIONS

Systems of non-linear algebraic equations. Bisection method. Fixed point iteration. Newton Raphson's method. Convergence, error estimate, convergence speed.

8. SYSTEMS OF FIRST ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH ORDINARY DERIVATIVES

Numerical methods. Series expansion methods. Euler's method. Local discretization error. Consistency of the method. Convergence study. Global error and numerical stability. The implicit Euler method. The theta method. Influence of round off errors. Outline on the methods of Runge-Kutta.

9. HINTS ON MACHINE LEARNING

Introduction to machine learning. Elements of unsupervised learning: principal component analysis. Neural Networks: definitions, topology. Perceptron with one or more layers. Universal interpolation property. Stochastic Gradient Descent (SGD) algorithm. Introduction to MATLAB® toolbox for designing machine learning algorithms based on neural networks. Numerical solution of interpolation problems with neural networks. Back Propagation (BP) algorithm for calculating the gradient of the loss function of a neural network. Automatic Differentiation (AD): forward mode and backward mode. Computational graph. Connections between AD and BP

10. ON THE NUMERICAL SOLUTION OF MAXWELL EQUATIONS

Maxwell's equations in the quasi-stationary limit. The diffusion equation of the magnetic field. Solution with the finite difference method. Euler's method explicit, implicit and theta. Stability. Wave equations. D'Alembert's formula. Explicit integration. Stability analysis. Courant-Friedrichs-Lewy condition. The problem of numerical dispersion. Finite element formulations for Maxwell's equations. An outline of edge elements

## READINGS/BIBLIOGRAPHY

### Reference texts

- [1] F. Trevisan, F. Villone, Modelli numerici per campi e circuiti, SGE Padova
- [2] G. Miano, Modelli Numerici per i Campi, Napoli, settembre 2009, lecture notes available in pdf format on the website [www.elettrotecnica.unina.it](http://www.elettrotecnica.unina.it) on the course page of prof. G. Miano
- [3] Additional teaching material (including the software used in the laboratory hours) is available on the website [www.elettrotecnica.unina.it](http://www.elettrotecnica.unina.it) and on TEAMS at the address of the course. Any further references may be given during the course.

### Additional reference books

- [1] V. Comincioli. Analisi numerica: Metodi Modelli Applicazioni. Nuova edizione, in formato e-book, 981 pp. Apogeo, Feltrinelli Milano, 2005
- [2] A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri, P. Gervasio, Matematica Numerica, 4a edizione Springer 2014. [QS]
- [3] A. Quarteroni, Modellistica Numerica per Problemi Differenziali, 6a edizione Springer 2016 [AQ]

## TEACHING METHODS

Lectures (about 85%), exercises and computer lab with use of software written in MATLAB® (about 15%)

## EXAMINATION/EVALUATION CRITERIA

a) Exam type:

Exam type	
written and oral	
only written	
only oral	X
project discussion (optional)	X
other	

