

Allievo: _____, Matricola _____ / _____, prenotazione del _____ – Compito 23

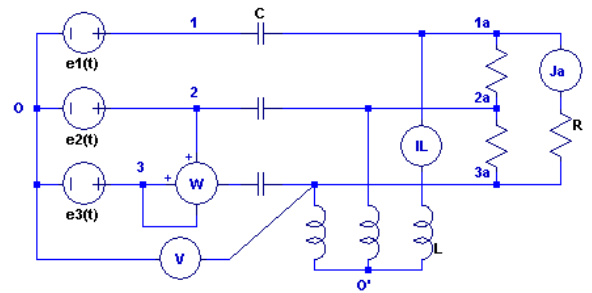
Riportare il risultato numerico di ogni problema nella casella vuota. Firmare e riconsegnare tutti i fogli

Problema 1

Nella rete trifase a 3 fili in figura, supposta simmetrica ed equilibrata e operante a frequenza f , calcolare la lettura del voltmetro V . Successivamente, calcolare le letture del wattmetro W e dell'amperometro I_L , e l'energia E_g erogata dal generatore trifase nell'intervallo Δt .

J_a	C [μF]	L [mH]	R	f	Δt [ms]
11	134	654	69	56	2904

$V_{allievo} = NaN$	$V = -6512$	$err = NaN\%$
---------------------	-------------	---------------



% Indichiamo con il pedice 'a' le grandezze a monte del triangolo di resistor e con 'b' quelle a monte degli induttori.

$L = L_mH * 1e-3$; $C = C_muF * 1e-6$;

$\omega = 2\pi f$;

$X_L = \omega * L$; $X_C = 1./(\omega * C)$;

$V_a = R * J_a$; % valore efficace della tensione concatenata alla sezione a

$E_a = V_a ./ \sqrt{3}$; % valore efficace della tensione stellata alla sezione a

$E_b = E_a$; % valore efficace della tensione ai capi di ciascun induttore

% Essendo $v_{o'o'}(t) = 0$ risulta $V = E_b$

$V = E_b$;

$P_R = 3 * R * J_a.^2$; $Q_L = 3 * E_b.^2 ./ X_L$;

$P_b = P_R$; $Q_b = Q_L$; % potenze attiva e reattiva assorbita da tutto ciò che si trova a valle dei capacitori

$A_b = \text{abs}(P_b + i * Q_b)$;

$I_C = A_b ./ (3 * E_b)$; % valore efficace della corrente in ciascuno dei 3 capacitori

$Q_C = -3 * X_C * I_C.^2$; % potenza reattiva assorbita dall'insieme dei 3 capacitori

$P = P_b$; $Q = Q_b + Q_C$;

% $W_{32} = \frac{P}{2} + \frac{Q}{2\sqrt{3}}$ (vedi teoria dispensa), nel nostro caso $W = W_{23} = -W_{32}$.

$W = -P/2 - Q/2/\sqrt{3}$;

$I_L = E_b ./ X_L$; % valore efficace della corrente in ciascuno dei 3 induttori

% Essendo $\Delta t \gg T = \frac{1}{f}$ sappiamo dalla teoria che $E_g \cong P \Delta t$

$Dt = Dt_ms * 1e-3$;

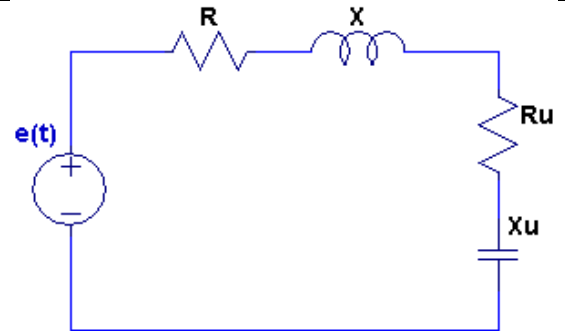
$Eg = P * Dt$;

Problema 2

Sia $e(t) = \sqrt{2}E \cos(\omega t)$. Determinare il valore che deve assumere l'impedenza del carico $\dot{Z}_u = R_u - iX_u$, affinché la potenza attiva P_u assorbita dalla $\dot{Z}_u$ stessa sia massima. Calcolare poi $P_{u\max}$.

E	R	X
169	231	15

$P_{u\max} = NaN$	$P_{u\max} = 30.91$	$err = NaN\%$
-------------------	---------------------	---------------



% $\bar{E} = E$, $\bar{I} = \frac{\bar{E}}{R + R_u + i(X - X_u)}$, $I = \frac{E}{|R + R_u + i(X - X_u)|}$, $P_u = R_u I^2 = \frac{R_u E^2}{(R + R_u)^2 + (X - X_u)^2}$

% P_u è una funzione delle variabili R_u e X_u e può quindi massimizzarsi considerando le derivate parziali. Ma a ben guardare può

% essere massimizzata separatamente rispetto alle due variabili. Infatti quale che sia il valore di R_u , il massimo si avrà sempre

% quando $X_u = X$. Allora $P_{uX} = P_u(X_u = X) = \frac{R_u E^2}{(R + R_u)^2} = \frac{E^2}{R} \frac{R_u/R}{(1 + R_u/R)^2}$, $x = \frac{R_u}{R}$, $f(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$, $P_{uX} = \frac{E^2}{R} f(x)$.

% Risulta evidente che occorre massimizzare la funzione $f(x)$

% $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1 \cdot (1+x)^2 - x \cdot 2(1+x)}{(1+x)^4} = \frac{1-x}{(1+x)^3} = 0$, $x = 1$, $R_u = R$, $P_{u\max} = \frac{E^2}{4R}$

$X_u = X$;

$R_u = R$;

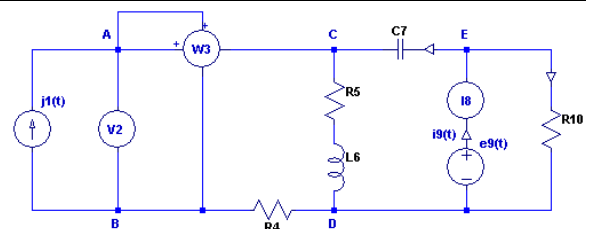
$P_{u\max} = E.^2 ./ (4 * R)$;

Problema 3

Siano $j_1(t) = \sqrt{2}J_1 \sin(\omega t)$ e $e_9(t) = \sqrt{2}E_9 \cos(\omega t)$. Calcolare V_2 e successivamente I_8 e W_3 . Scrivere la sequenza di istruzioni Matlab che fornisce i valori numerici richiesti.

J_1	E_9	R_4	R_5	L_6 [mH]	C_7 [μF]	R_{10}	f
50	30	4	4	56	737	5	52

$V_2 = NaN$	$V_2 = 311$	$err = NaN\%$
-------------	-------------	---------------



```
J1_ = J1;          E9_ = E9 .* exp(i*pi/2);
L6 = L6_mH * 1e-3;  C7 = C7_uF * 1e-6;
omega = 2*pi*f;
XL6 = omega.*L6;    XC7 = 1./(omega.*C7);
Z56_ = R5 + i*XL6;   Z7_ = -i*XC7;
VCD_ = (J1_ + E9_./Z7_) ./ (1./Z56_ + 1./Z7_);
%  $\bar{V}_{AB} = \bar{V}_{CB} = \bar{V}_{CD} + \bar{V}_{DB} = \bar{V}_{CD} + R_4 \bar{J}_1$ 
VAB_ = VCD_ + R4.*J1_;
V2 = abs(VAB_);
%  $\bar{V}_{CD} + \bar{V}_{EC} - \bar{E}_9 = 0 \Rightarrow \bar{V}_{EC} = \bar{E}_9 - \bar{V}_{CD}$ 
VEC_ = E9_ - VCD_;
IEC_ = VEC_ ./ Z7_;  I10_ = E9_ ./ R10;
I9_ = IEC_ + I10_;
I8 = abs(I9_);
% Per come è connesso, il wattmetro misura la potenza attiva assorbita dalla sottorete a valle, che per il teorema di conservazione
% delle potenze è anche uguale alla potenza attiva erogata dalla sottorete a monte, cioè dal generatore  $j_1(t)$ 
W3 = real( VAB_.*conj(J1_) );
% Controllo su  $W_3$ , calcolo delle potenze attive assorbite (quelle non nulle) dai componenti a valle
ICD = abs(VCD_ ./ Z56_);
P4 = R4.*J1.^2;  P5 = R5.*ICD.^2;  P10 = E9.^2./R10;  P9 = - real( E9_.*conj(I9_) );
W3_check = P4 + P5 + P10 + P9;  % deve essere W3 = W3_check
```

Domanda 1

Siano $u(t)$ ed $r(t)$ le funzioni gradino unitario e rampa unitaria. Disegnare il grafico dell'andamento nel tempo delle seguenti tensioni: $e_1(t) = E_0 u(-t) + E_0 u(t) \cos(\pi t)$; $e_2(t) = \pi r(-t) + u(t) \sin(2\pi t)$; $e_3(t) = [u(t) - u(t-2)] \sin(2\pi t)$

Domanda 2

Sintesi di un doppio bipolo resistivo lineare

Domanda 3

Descrivere il concetto di circuito monofase equivalente per le reti trifase simmetriche ed equilibrate

Domanda 4

Calcolo della risposta forzata mediante l'integrale di convoluzione. Descrivere un esempio con riferimento ad un semplice circuito RC e forzamento esponenziale oppure a rampa.

Allievo: _____, Matricola _____ / _____, prenotazione del _____ – Compito 25

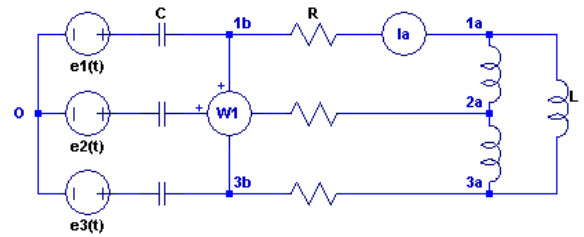
Riportare il risultato numerico di ogni problema nella casella vuota. Firmare e riconsegnare tutti i fogli

Problema 1

Nella rete trifase a 3 fili in figura, supposta simmetrica ed equilibrata e operante a frequenza f , calcolare la lettura del wattmetro W_1 . Successivamente, calcolare la potenza attiva P_g erogata dal generatore trifase

I_a	$C [\mu F]$	$L [mH]$	R	f
8	121	383	33	58

$W_1^{\text{allievo}} = NaN$	$W_1 = -5157$	$\text{err} = NaN\%$
------------------------------	---------------	----------------------



% Indichiamo con il pedice 'a' le grandezze a monte del triangolo di induttori e con 'b' quelle a monte dei resistori.

$L = L_mH * 1e-3;$

% $C = C_muF * 1e-6;$ % questa non occorre calcolarla

$\omega = 2\pi f;$

$XL = \omega * L;$

% $XC = 1./(\omega * C);$ % questa non occorre calcolarla

$I_a = I_a ./ \sqrt{3};$ % valore efficace della corrente in ciascuno dei 3 induttori

$QL = 3 * XL * I_a.^2;$

$Qb = QL;$ % potenza reattiva assorbita da tutto ciò che si trova a valle dei capacitori

$W1 = -Qb ./ \sqrt{3};$ % il wattmetro W1 è connesso in quadratura

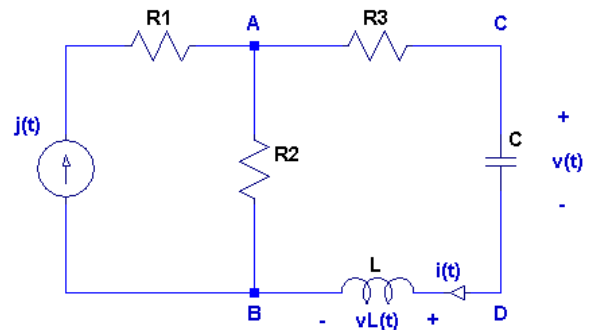
$PR = 3 * R * I_a.^2;$

$P = PR;$ % potenza attiva assorbita da tutto ciò che si trova a valle del generatore trifase

$Pg = P;$ % uguaglianza vera per il teorema di conservazione

Problema 2

Sia $j(t) = (J + at^2)u(t)$, dove $u(t)$ è la funzione gradino unitario di Heaviside. A) Disegnare il grafico di $j(t)$. B) Applicando Thevenin, determinare l'equazione differenziale che governa il funzionamento del circuito nell'incognita $v(t)$. C) Dire se il circuito è dissipativo o meno, spiegando il perché. D) Dire se esiste un istante t_0 oltre il quale si può assumere che il circuito operi in regime permanente. E) In caso di risposta affermativa, determinare il valore di t_0 e dire di che tipo di regime si tratta. F) Calcolare l'espressione di $v(t)$ per $t > t_0$. G) Calcolare l'espressione $w_i(t)$ dell'energia immagazzinata nel circuito per $t > t_0$. H) Calcolare il valore della tensione $v_L(t)$ negli istanti $t_1 = 2t_0$ e $t_2 = 5t_0$. I) Determinare l'equazione differenziale che governa il funzionamento del circuito nell'incognita $i(t)$.



J	a	R_1	R_2	R_3	$C [\mu F]$	$L [mH]$
60	289	6	5	14	576	389

$v_L(t_1)^{\text{allievo}} = NaN$	$v_L(t_1) = 0.6475$	$\text{err} = NaN\%$
-----------------------------------	---------------------	----------------------

% B) Si applichi Thevenin ai morsetti C-B. A vuoto in R_3 non circola corrente, quindi $v_{AC0}(t) = 0$ ed $e_0(t) = v_{AB0}(t) = R_2 j(t)$.

% La rete si riduce ad un circuito RLC serie con generatore $e_0(t) = R_2(J + at^2)u(t) = (E_0 + a_0 t^2)u(t)$ e resistore $R_0 = R_2 + R_3$.

% Si noti che il valore di R_1 è influente in quanto si trova in serie ad un generatore ideale di corrente.

$E0 = R2 * J;$ $a0 = R2 * a;$

$R0 = R2 + R3;$

% $e_0 = v_{R0} + v + v_L = R_0 i + v + L \frac{di}{dt} = R_0 C \frac{dv}{dt} + v + LC \frac{d^2v}{dt^2} \Rightarrow LC \ddot{v} + R_0 C \dot{v} + v = e_0.$

% C) In evoluzione libera il circuito si riduce alla maglia semplice costituita da L , C ed R_0 , e l'equazione caratteristica è

% $\lambda^2 + 2\sigma\lambda + \omega_r^2 = 0$, $\sigma = \frac{R_0}{2L}$, $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Occorre valutare il segno del discriminante $\frac{\Delta}{4} = \sigma^2 - \omega_r^2$

$C = C_muF * 1e-6;$

$L = L_mH * 1e-3;$

$\sigma = R0 / (2 * L);$

$\omega_r = 1 ./ \sqrt{L * C};$

% Essendo $\sigma < \omega_r$ il discriminante è negativo. Si ha $\lambda_{\pm} = -\sigma \pm i\omega_d$, $\omega_d = \sqrt{\omega_r^2 - \sigma^2}$, $\tau = \frac{1}{\sigma}$,

% e l'evoluzione libera $v_L(t) = K e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega_d t + \Phi)$, con K e Φ eventualmente da determinare (ma non è richiesto). Da questa

% espressione la tensione su C in evoluzione libera tende asintoticamente a zero, e anche la corrente, e quindi anche l'energia

% immagazzinata, per cui il circuito è dissipativo.

% D) Il circuito è dissipativo quindi la soluzione di regime esiste.

% E) Il regime è di tipo polinomiale essendo il generatore polinomiale per $t > 0$

$\tau = 1 ./ \sigma;$

$t0 = 5 * \tau;$

% F) Essendo $t > t_0$ il transitorio è estinto. Soluzione particolare $v_p(t) = V + pt + qt^2$, $\dot{v}_p(t) = p + 2qt$, $\ddot{v}_p(t) = 2q$.

% Sostituendo si ha $LC2q + R_0C(p + 2qt) + V + pt + qt^2 = E_0 + a_0t^2$ e il principio di identità dei polinomi implica il sistema:

% $2qLC + R_0Cp + V = E_0$, $2qR_0C + p = 0$, $q = a_0$

q = a0;

% p = - 2*q.*R0.*C; % questa non servirà

% V = E0 - 2*q.*L.*C - R0.*C.*p; % questa non servirà

% G) Per $t > t_0$ è $i(t) = i_p(t) = C \frac{dv_p}{dt} = C(p + 2qt)$, $w_L(t) = \frac{1}{2}Li^2(t) = \frac{1}{2}LC^2(p + 2qt)^2$, $w_C(t) = \frac{1}{2}Cv^2(t) = \frac{1}{2}C(V + pt + qt^2)^2$,
 % $w_i(t) = w_L(t) + w_C(t) = \frac{1}{2}LC^2(p + 2qt)^2 + \frac{1}{2}C(V + pt + qt^2)^2$.

% H) Per $t > t_0$ è $v_L(t) = v_{Lp}(t) = L \frac{di}{dt} = 2qLC = \text{cost} = v_L(t_1) = v_L(t_2)$

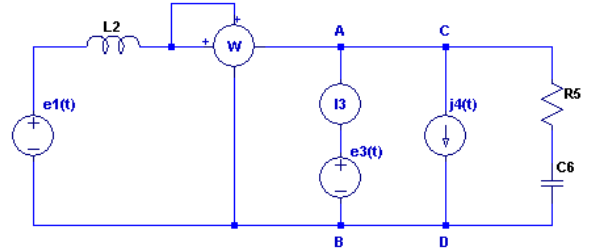
vL_t1 = 2*q.*L.*C;

% I) $e_0 = R_0i + v + L \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{de_0}{dt} = R_0 \frac{di}{dt} + \frac{dv}{dt} + L \frac{d^2i}{dt^2} = R_0 \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} + L \frac{d^2i}{dt^2} \Rightarrow LC \frac{d^2i}{dt^2} + R_0C \frac{di}{dt} + i = C \frac{de_0}{dt}$.

Problema 3

Siano $e_1(t) = \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t)$, $e_3(t) = \sqrt{2}E_3 \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$ e $j_4(t) = \sqrt{2}J_4 \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})$. Calcolare I_3 e W

E_1	E_3	J_4	L_2 [mH]	R_5	C_6 [μF]	f
58	28	7	41	2	797	54
$I_3^{\text{allievo}} = NaN$			$I_3 = 15.49$		err = NaN%	



E1_ = E1;

E3_ = E3 .* exp(i*pi/4);

J4_ = J4 .* exp(i*pi/3);

L2 = L2_mH * 1e-3; C6 = C6_uF * 1e-6;

omega = 2*pi*f;

XL2 = omega.*L2; XC6 = 1./(omega.*C6);

Z2_ = i*XL2;

Z56_ = R5 - i*XC6;

% Essendo l'amperometro ideale un cortocircuito si ha $\bar{V}_{AB} = \bar{E}_3 \Rightarrow \bar{E}_1 - \bar{V}_2 - \bar{E}_3 = 0 \Rightarrow \bar{E}_1 - \bar{E}_3 = \bar{V}_2 = \dot{Z}_2 \bar{I}_2$.

I2_ = (E1_ - E3_) ./ Z2_;

I56_ = E3_ ./ Z56_;

IAC_ = J4_ + I56_;

IAB_ = I2_ - IAC_;

I3 = abs(IAB_);

% Per come è connesso, il wattmetro misura la potenza attiva assorbita dalla sottorete a valle, che per il teorema di conservazione

% delle potenze è anche uguale alla potenza attiva erogata dalla sottorete a monte, cioè dal solo generatore $e_1(t)$, visto che la

% potenza attiva erogata da L_2 è nulla

P1 = real(E1_.*conj(I2_));

W = P1;

Domanda 1

Siano $u(t)$ ed $r(t)$ le funzioni gradino unitario e rampa unitaria. Disegnare il grafico dell'andamento nel tempo delle seguenti tensioni: $e_1(t) = E_0u(t)$; $e_2(t) = r(t)$; $e_3(t) = E_0 \frac{dr}{dt}$; $e_4(t) = E_0u(t - 1)$; $e_5(t) = E_0u(t + 1)$; $e_6(t) = E_0u(-t)$; $e_7(t) = E_0u(-(t - 1))$; $e_8(t) = (2 + t)u(t)$; $e_9(t) = (2 + t)u(-t)$; $e_{10}(t) = E_0u(-t) + 2E_0u(t)$; $e_{11}(t) = 2u(-t) + r(t)$

Domanda 2

Sintesi di un doppio bipolo resistivo lineare

Domanda 3

Descrivere il concetto di circuito monofase equivalente per le reti trifase simmetriche ed equilibrate

Domanda 4

Enunciare e dimostrare il teorema di conservazione delle potenze istantanee. Nel caso poi del regime sinusoidale permanente, considerate le potenze $p_k(t)$, P_k , Q_k , A_k , $\dot{A}_k$, $p_{fk}(t)$, ove k denota il generico lato, dire per quali di esse vale il teorema di conservazione e per quali invece non vale

Allievo: _____, Matricola _____ / _____, prenotazione del _____ – Compito 27

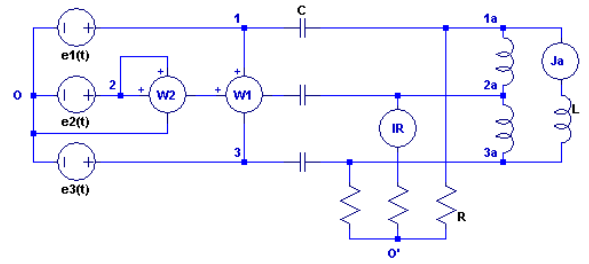
Riportare il risultato numerico di ogni problema nella casella vuota. Firmare e riconsegnare tutti i fogli

Problema 1

Nella rete trifase a 3 fili in figura, supposta simmetrica ed equilibrata e operante a frequenza f , calcolare la lettura dell'amperometro J_a e successivamente quella dei wattmetri W_1 e W_2

I_R	$C [\mu F]$	$L [mH]$	R	f
7	152	885	33	54

$J_a^{\text{allievo}} = NaN$	$J_a = 1.332$	err = NaN%
------------------------------	---------------	------------



% Indichiamo con il pedice 'a' le grandezze a monte del triangolo di induttori e con 'b' quelle a monte dei resistori.

$C = C_{\mu F} * 1e-6$; $L = L_{mH} * 1e-3$;

$\omega = 2\pi f$;

$X_L = \omega * L$; $X_C = 1./(\omega * C)$;

$E_R = R * I_R$; % valore efficace della tensione presente ai capi di ciascuno dei 3 resistori

$E_b = E_R$; % tensione stellata in corrispondenza del carico costituito dai 3 resistori

$V_b = \sqrt{3} * E_b$; % tensione concatenata in corrispondenza del carico costituito dai 3 resistori

$V_a = V_b$; % tensione concatenata in corrispondenza del carico costituito dai 3 induttori

$J_a = V_a ./ X_L$; % valore efficace della corrente in ciascuno dei 3 induttori

$P_R = 3 * R * I_R.^2$;

$Q_L = 3 * X_L * J_a.^2$;

$P_b = P_R$; % potenza attiva assorbita da tutto ciò che si trova a valle dei capacitori

$Q_b = Q_L$; % potenza reattiva assorbita da tutto ciò che si trova a valle dei capacitori

$A_b = \text{abs}(P_b + i * Q_b)$; % potenza apparente di tutto ciò che si trova a valle dei capacitori

$I_b = A_b ./ 3 ./ E_b$; % corrente di linea a monte dei resistori

$I_C = I_b$; % valore efficace della corrente nei capacitori

$Q_C = -3 * X_C * I_C.^2$;

$P_{tot} = P_b$;

$Q_{tot} = Q_b + Q_C$;

$W_1 = -Q_{tot} ./ \sqrt{3}$; % il wattmetro W1 è connesso in quadratura

% W_2 misura il valore medio della grandezza $v_{20}(t)i_2(t)$, cioè la potenza attiva erogata da $e_2(t)$, che è anche pari alla potenza

% attiva assorbita dalla sola linea 2

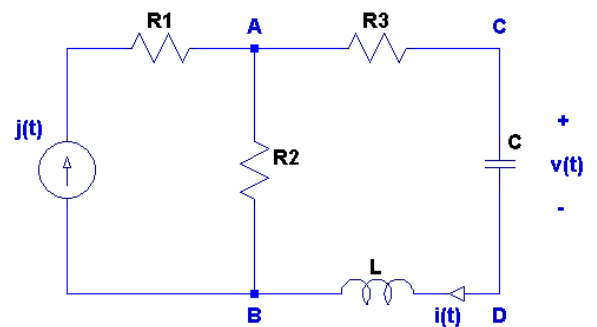
$W_2 = P_{tot} ./ 3$;

Problema 2

Sia $j(t) = (J + at^2)u(t)$, dove $u(t)$ è la funzione gradino unitario di Heaviside. A) Disegnare il grafico di $j(t)$. B) Applicando Thevenin, determinare l'equazione differenziale che governa il funzionamento del circuito nell'incognita $v(t)$. C) Dire se il circuito è dissipativo o meno, spiegando il perché. D) Dire se esiste un istante t_0 oltre il quale si può assumere che il circuito operi in regime permanente. E) In caso di risposta affermativa, determinare il valore di t_0 e dire di che tipo di regime si tratta. F) Calcolare il valore della tensione $v(t_1)$ nell'istante $t_1 = 2t_0$. G) Calcolare l'espressione $w_i(t)$ dell'energia immagazzinata nel circuito per $t > t_0$. H) Determinare l'equazione differenziale che governa il funzionamento del circuito nell'incognita $i(t)$.

J	a	R_1	R_2	R_3	$C [\mu F]$	$L [mH]$
95	221	9	6	12	612	331

$v(t_1)^{\text{allievo}} = NaN$	$v(t_1) = 738.4$	err = NaN%
---------------------------------	------------------	------------



% B) Si applichi Thevenin ai morsetti C-B. A vuoto in R_3 non circola corrente, quindi $v_{AC0}(t) = 0$ ed $e_0(t) = v_{AB0}(t) = R_2 j(t)$.

% La rete si riduce ad un circuito RLC serie con generatore $e_0(t) = R_2(J + at^2)u(t) = (E_0 + a_0 t^2)u(t)$ e resistore $R_0 = R_2 + R_3$.

% Si noti che il valore di R_1 è influente in quanto si trova in serie ad un generatore ideale di corrente.

$E_0 = R_2 * J$; $a_0 = R_2 * a$;

$R_0 = R_2 + R_3$;

% $e_0 = v_{R_0} + v + v_L = R_0 i + v + L \frac{di}{dt} = R_0 C \frac{dv}{dt} + v + LC \frac{d^2 v}{dt^2} \Rightarrow LC \ddot{v} + R_0 C \dot{v} + v = e_0$.

% C) In evoluzione libera il circuito si riduce alla maglia semplice costituita da L , C ed R_0 , e l'equazione caratteristica è

% $\lambda^2 + 2\sigma\lambda + \omega_r^2 = 0$, $\sigma = \frac{R_0}{2L}$, $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Occorre valutare il segno del discriminante $\frac{\Delta}{4} = \sigma^2 - \omega_r^2$

$C = C_{\mu F} * 1e-6$;

$L = L_{mH} * 1e-3$;

$\sigma = R_0 / (2 * L)$;

$\omega_r = 1 ./ \sqrt{L * C}$;

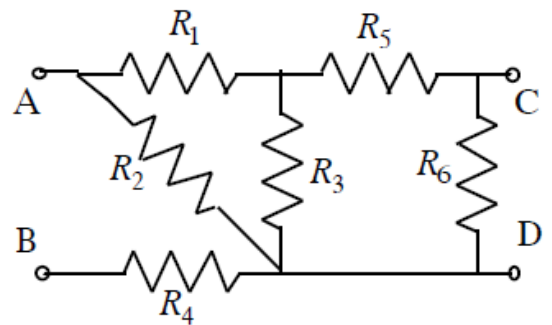
% Essendo $\sigma < \omega_r$ il discriminante è negativo. Si ha $\lambda_{\pm} = -\sigma \pm i\omega_d$, $\omega_d = \sqrt{\omega_r^2 - \sigma^2}$, $\tau = \frac{1}{\sigma}$,
 % e l'evoluzione libera $v_i(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega_d t + \Phi)$, con K e Φ eventualmente da determinare (ma non è richiesto). Da questa
 % espressione la tensione su C in evoluzione libera tende asintoticamente a zero, e anche la corrente, e quindi anche l'energia
 % immagazzinata, per cui il circuito è dissipativo.
 % D) Il circuito è dissipativo quindi la soluzione di regime esiste.
 % E) Il regime è di tipo polinomiale essendo il generatore polinomiale per $t > 0$
 tau = 1./sigma;
 t0 = 5*tau;
 % F) Essendo $t_1 > t_0$ il transitorio è estinto. Soluzione particolare $v_p(t) = V + pt + qt^2$, $\dot{v}_p(t) = p + 2qt$, $\ddot{v}_p(t) = 2q$.
 % Sostituendo si ha $LC2q + R_0C(p + 2qt) + V + pt + qt^2 = E_0 + a_0t^2$ e il principio di identità dei polinomi implica il sistema:
 % $2qLC + R_0Cp + V = E_0$, $2qR_0C + p = 0$, $q = a_0$
 q = a0;
 p = - 2*q.*R0.*C;
 V = E0 - 2*q.*L.*C - R0.*C.*p;
 t1 = 2*t0;
 v_t1 = V + p.*t1 + q.*t1.^2;
 % G) Per $t > t_0$ è $i(t) = i_p(t) = C \frac{dv_p}{dt} = C(p + 2qt)$, $w_L(t) = \frac{1}{2}Li^2(t) = \frac{1}{2}LC^2(p + 2qt)^2$, $w_C(t) = \frac{1}{2}Cv^2(t) = \frac{1}{2}C(V + pt + qt^2)^2$,
 % $w_i(t) = w_L(t) + w_C(t) = \frac{1}{2}LC^2(p + 2qt)^2 + \frac{1}{2}C(V + pt + qt^2)^2$.
 % H) $e_0 = R_0i + v + L \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{de_0}{dt} = R_0 \frac{di}{dt} + \frac{dv}{dt} + L \frac{d^2i}{dt^2} = R_0 \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} + L \frac{d^2i}{dt^2} \Rightarrow LC \frac{d^2i}{dt^2} + R_0C \frac{di}{dt} + i = C \frac{de_0}{dt}$.

Problema 3

A) Calcolare il rapporto $a = R_{eqAB}/R_{eqCD}$ tra le resistenze equivalenti viste ai morsetti A-B e C-D. B) Considerando il circuito come un doppio bipolo, in cui i morsetti A-B corrispondono alla porta 1 e i morsetti C-D corrispondono alla porta 2, si calcoli inoltre la matrice delle resistenze, e se ne verifichino le proprietà.

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
90	72	59	999	58	87

$a^{allievo} = NaN$	$a = 22.34$	$err = NaN\%$
---------------------	-------------	---------------



R1356 = R1 + paral(R3, R5+R6); ReqAB = R4 + paral(R2, R1356);
 R5312 = R5 + paral(R3, R1+R2); ReqCD = paral(R6, R5312);
 a = ReqAB./ReqCD;
 R11 = ReqAB; R22 = ReqCD;
 % Per calcolare $R_{12} = \frac{v_1}{i_2} \Big|_{i_1=0}$ bisogna collegare un generatore $j_2 = i_2$ alla porta 2 e valutare la corrispondente tensione alla porta 1.
 % In questa situazione in R_4 non circola corrente, quindi la tensione ai suoi capi è nulla.
 % $i_5 = j_2 \frac{R_6}{R_{5312}} = bj_2$; $i_{12} = i_5 \frac{R_3}{R_3+R_1+R_2} = ci_5 = cbj_2 = dj_2$; $v_2 = R_2i_{12} = R_2dj_2 = fj_2$; $R_{12} = \frac{v_{AB}}{j_2} = \frac{v_2}{j_2} = f$.
 b = R6./R5312; c = R3./(R3+R1+R2);
 d = c.*b; f = R2.*d;
 R12 = f;
 % In modo duale si calcola $R_{21} = \frac{v_2}{i_1} \Big|_{i_2=0}$.

Domanda 1

Siano $u(t)$ ed $r(t)$ le funzioni gradino unitario e rampa unitaria. Disegnare il grafico dell'andamento nel tempo delle seguenti tensioni: $e_1(t) = E_0u(t)$; $e_2(t) = r(t)$; $e_3(t) = E_0 \frac{dr}{dt}$; $e_4(t) = E_0u(t-1)$; $e_5(t) = E_0u(t+1)$; $e_6(t) = E_0u(-t)$; $e_7(t) = E_0u(-(t-1))$; $e_8(t) = (2+t)u(t)$; $e_9(t) = (2+t)u(-t)$; $e_{10}(t) = E_0u(-t) + 2E_0u(t)$; $e_{11}(t) = 2u(-t) + r(t)$

Domanda 2

Enunciare e dimostrare il teorema di Thevenin nel caso scalare. Enunciarne poi l'estensione al caso vettoriale, in particolare per i doppi bipoli

Domanda 3

Descrivere il concetto di circuito monofase equivalente per le reti trifase simmetriche ed equilibrate

Domanda 4

Enunciare e dimostrare il teorema di conservazione delle potenze istantanee. Nel caso poi del regime sinusoidale permanente, considerare le potenze $p_k(t)$, P_k , Q_k , A_k , $\dot{A}_k$, $p_{fk}(t)$, ove k denota il generico lato, dire per quali di esse vale il teorema di conservazione e per quali invece non vale

Allievo: _____, Matricola _____ / _____, prenotazione del _____ – Compito 25

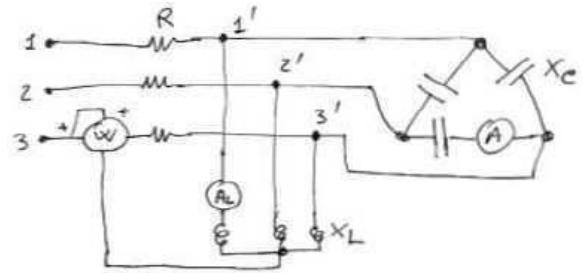
Riportare il risultato numerico di ogni problema nella casella vuota. Firmare e riconsegnare tutti i fogli

Problema 1

Nella rete trifase a 3 fili in figura, supposta simmetrica ed equilibrata e operante a frequenza f , calcolare la lettura dell'amperometro A_L e successivamente quella del wattmetro W

A	$C [\mu F]$	$L [mH]$	R	f
38	27	198	513	60

$A_L^{\text{allievo}} = NaN$	$A_L = 28.88$	err = NaN%
------------------------------	---------------	------------



% Indichiamo con il pedice a le grandezze a monte del triangolo di capacitori e con b quelle a monte delle induttanze.

$C = C_{\mu F} * 1e-6$; $L = L_{mH} * 1e-3$;

$\omega = 2\pi f$;

$X_L = \omega * L$; $X_C = 1./(\omega * C)$;

$J_C = A$; % valore efficace della corrente in ciascuno dei 3 capacitori

$V_C = X_C * J_C$; % valore efficace della tensione presente ai capi di ciascuno dei 3 capacitori

$V_a = V_C$; % tensione concatenata in corrispondenza del carico costituito dai 3 capacitori

$E_a = V_a./\text{sqrt}(3)$; % tensione stellata

$E_L = E_a$; % valore efficace della tensione presente ai capi di ciascuno dei 3 induttori

$I_L = E_L./X_L$; % valore efficace della corrente in ciascuno dei 3 induttori

$A_L = I_L$;

% Il wattmetro misura per definizione il valore medio della grandezza $v_{30}(t)i_3(t)$, che potrebbe calcolarsi come $W = \text{Re}[\bar{V}_{30}\bar{I}_3]$.

% Immaginiamo di trasformare il triangolo in una stella di capacitori di impedenza $\bar{Z}_{Cs} = -i\frac{X_C}{3}$. Abbiamo che su ciascuna linea

% $\bar{Z}_L = iX_L$ e $\bar{Z}_{Cs}$ sono in parallelo e a loro volta in serie con R . In particolare l'impedenza complessiva della linea 3 è

% $\bar{Z}_3 = R + \bar{Z}_L \parallel \bar{Z}_{Cs}$. Si vede che $\bar{V}_{10}$ e $\bar{I}_3$ sono proprio tensione e corrente simboliche su $\bar{Z}_3$.

% Dunque il wattmetro misura la potenza attiva assorbita da $\bar{Z}_3$, che coincide con quella assorbita dalla sua sola parte resistiva R .

% Metodo 1 per calcolare $I_b = I_R$

$Q_C = -3 * X_C .* J_C.^2$; $Q_L = 3 * X_L .* I_L.^2$;

$P_b = 0$; % potenza attiva assorbita da tutto ciò che si trova a valle dei resistori

$Q_b = Q_C + Q_L$; % potenza reattiva assorbita da tutto ciò che si trova a valle dei resistori

$A_b = \text{abs}(Q_b)$; % $A_b = \text{abs}(P_b + i * Q_b) = \text{sqrt}(P_b^2 + Q_b^2) = \text{sqrt}(Q_b^2) = \text{abs}(Q_b)$

$E_b = E_a$; % tensione stellata a monte delle induttanze

$I_b = A_b./3./E_b$; % corrente di linea a monte delle induttanze

% Metodo 2 per calcolare I_b

% Sulla linea 3 ai capi di $\bar{Z}_L$ e di $\bar{Z}_{Cs}$ c'è la medesima tensione simbolica $\bar{E}_{3a} = \bar{E}_{3'}$. Essendo $\bar{Z}_L$ e $\bar{Z}_{Cs}$ puramente immaginarie

% ne risulta che I_b si ottiene come modulo della differenza dei valori efficaci delle correnti in $\bar{Z}_L$ e $\bar{Z}_{Cs}$. In formule:

% $I_b = |\bar{I}_{b3}| = |\bar{I}_{L3} + \bar{I}_{Cs3}| = \left| \frac{\bar{E}_{3a}}{iX_L} + \frac{\bar{E}_{3a}}{-iX_{Cs}} \right| = \left| \frac{E_a}{X_L} - \frac{E_a}{X_{Cs}} \right| = |I_L - I_a| = |I_L - \sqrt{3}J_C|$

$I_a = \text{sqrt}(3) * J_C$;

$I_{b2} = \text{abs}(I_L - I_a)$;

$\text{zero} = (I_{b2} - I_b)./I_b$; % verifica

$I_R = I_b$;

$PR3 = R .* I_R.^2$; % potenza attiva assorbita dalla sola resistenza della linea 3

$W = PR3$;

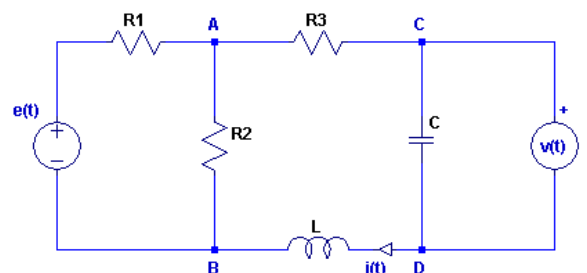
Problema 2

$e(t) = (E + at)u(t)$, dove $u(t)$ è la funzione gradino unitario di Heaviside.

A) Disegnare il grafico di $e(t)$. B) Applicando Thevenin, determinare l'equazione differenziale che governa il funzionamento del circuito nell'incognita $v(t)$. C) Dire se il circuito è dissipativo o meno, spiegando il perché. D) Dire se esiste un istante t_0 oltre il quale si può assumere che il circuito operi in regime permanente. E) In caso di risposta affermativa, determinare il valore di t_0 e dire di che tipo di regime si tratta. F) Calcolare la lettura $v(t_1)$ del voltmetro nell'istante $t_1 = 2t_0$. G) Calcolare l'espressione $w_i(t)$ dell'energia immagazzinata nel circuito per $t > t_0$. H) Determinare l'equazione differenziale che governa il funzionamento del circuito nell'incognita $i(t)$.

E	a	R_1	R_2	R_3	$C [\mu F]$	$L [mH]$
61	186	12	8	16	333	626

$v(t_1)^{\text{allievo}} = NaN$	$v(t_1) = 68.67$	err = NaN%
---------------------------------	------------------	------------



% B) Si applichi Thevenin ai morsetti C-D. A vuoto in R_3 non circola corrente, quindi $v_{AC0}(t) = 0$ e $e_0(t) = v_{AB0}(t) = e(t)\frac{R_2}{R_1 + R_2}$.

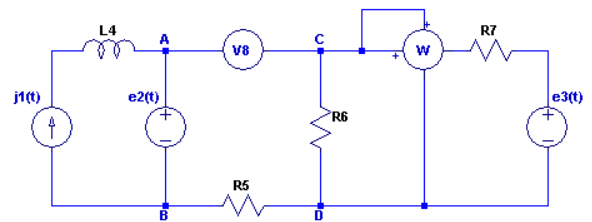
```
% La rete si riduce ad un circuito RLC serie con generatore  $e_0(t) = (E + at)\frac{R_2}{R_1+R_2} = E_0 + a_0t$  e resistore  $R_0 = R_3 + R_1 \parallel R_2$ .
E0 = E.*R2./(R1+R2); a0 = a.*R2./(R1+R2);
R0 = R3 + paral(R1,R2);
%  $e_0 = v_{R_0} + v + v_L = R_0 i + v + L \frac{di}{dt} = R_0 C \frac{dv}{dt} + v + LC \frac{d^2v}{dt^2}$ ,  $LC\ddot{v} + R_0C\dot{v} + v = e_0$ .
% C) In evoluzione libera il circuito si riduce alla maglia semplice costituita da  $L$ ,  $C$  ed  $R_0$ , e l'equazione caratteristica è
%  $\lambda^2 + 2\sigma\lambda + \omega_r^2 = 0$ ,  $\sigma = \frac{R_0}{2L}$ ,  $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ . Occorre valutare il segno del discriminante  $\frac{\Delta}{4} = \sigma^2 - \omega_r^2$ 
C = C_muF * 1e-6;
L = L_mH * 1e-3;
sigma = R0/2./L;
omega_r = 1./sqrt(L.*C);
% Essendo  $\sigma < \omega_r$  il discriminante è negativo. Si ha  $\lambda_{\pm} = -\sigma \pm i\omega_d$ ,  $\omega_d = \sqrt{\omega_r^2 - \sigma^2}$ ,  $\tau = \frac{1}{\sigma}$ ,
% e l'evoluzione libera  $v_L(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega_d t + \Phi)$ , con  $K$  e  $\Phi$  eventualmente da determinare (ma non è richiesto). Da questa
% espressione la tensione su  $C$  in evoluzione libera tende asintoticamente a zero, e anche la corrente, e quindi anche l'energia
% immagazzinata, per cui il circuito è dissipativo.
% D) Il circuito è dissipativo quindi la soluzione di regime esiste.
% E) Il regime è di tipo polinomiale essendo il generatore polinomiale per  $t > 0$ 
tau = 1./sigma;
t0 = 5*tau;
% F) Essendo  $t_1 > t_0$  il transitorio è estinto. Soluzione particolare  $v_p(t) = V + bt$ ,  $\dot{v}_p(t) = b$ ,  $\ddot{v}_p(t) = 0$ .
% Sostituendo si ha  $R_0Cb + V + bt = E_0 + a_0t$  e il principio di identità dei polinomi implica  $b = a_0$ ,  $R_0Cb + V = E_0$ 
t1 = 2*t0;
b = a0;
V = E0 - R0.*C.*b;
v_t1 = V + b.*t1;
% G) Per  $t > t_0$  è  $i(t) = i_p(t) = C \frac{dv_p}{dt} = Cb$ ,  $w_L(t) = \frac{1}{2}Li^2(t) = \frac{1}{2}LC^2b^2$ ,  $w_C(t) = \frac{1}{2}Cv^2(t) = \frac{1}{2}C(V + bt)^2$ ,  $w_i(t) = w_L(t) + w_C(t)$ .
% H)  $e_0 = R_0i + v + L \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{de_0}{dt} = R_0 \frac{di}{dt} + \frac{dv}{dt} + L \frac{d^2i}{dt^2} = R_0 \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} + L \frac{d^2i}{dt^2} \Rightarrow LC \frac{d^2i}{dt^2} + R_0C \frac{di}{dt} + i = C \frac{de_0}{dt}$ .
```

Problema 3

Siano $j_1(t) = \sqrt{2}J_1 \sin(\omega t)$, $e_2(t) = \sqrt{2}E_2 \sin(\omega t)$, $e_3(t) = \sqrt{2}E_3 \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$. A) Calcolare l'indicazione V_8 del voltmetro. B) Calcolare la lettura W del wattmetro

J_1	E_2	E_3	L_4 [mH]	R_5	R_6	R_7	f
516	17	22	157	35	16	24	51

$V_8^{\text{allievo}} = NaN$	$V_8 = 12.44$	$\text{err} = NaN\%$
------------------------------	---------------	----------------------



```
% La relazione caratteristica del voltmetro ideale è  $i_{AC}(t) = 0$ . Dovendo essere  $i_{AC} + i_{BD} = 0$  si ha  $i_{BD} = 0$  e  $v_{BD} = R_5 i_{BD} = 0$ .
% La rete può quindi considerarsi fatta di due parti (sinistra e destra) che non si influenzano, l'unico legame essendo che i nodi
% B e D hanno lo stesso potenziale. LKT:  $-e_2 + v_{AC} + v_{CD} + v_{DB} = 0$ . In termini fasoriali dunque  $\bar{V}_{AC} = \bar{E}_2 - \bar{V}_{CD}$ .
% Si noti che i valori  $J_1$ ,  $L_4$ ,  $R_5$  ed  $f$  non servono.
E2_ = E2;
E3_ = E3 * exp(i*pi/4);
ICD_ = E3_ ./ (R6+R7);
VCD_ = R6 .* ICD_;
VAC_ = E2_ - VCD_;
V8 = abs(VAC_);
W = real(VCD_ .* conj(-ICD_));
```

Domanda 1

Enunciare e dimostrare l'estensione del teorema di Thevenin al caso vettoriale, in particolare per i doppi bipoli

Domanda 2

Potenza istantanea, potenza fluttuante e potenza media in regime sinusoidale permanente, per i circuiti monofase e trifase

Domanda 3

Illustrare lo schema di principio di un sistema in alta tensione per la trasmissione dell'energia elettrica (Circuito di Tesla), spiegare perchè è necessario utilizzarlo e quantificarne i vantaggi

Domanda 4

Descrivere qualitativamente i circuiti raddrizzatori monofase (a semplice semionda ed a doppia semionda) e trifase (a 3 diodi ed a 6 diodi a ponte)

Allievo: _____, Matricola _____ / _____, prenotazione del _____ – Compito 49

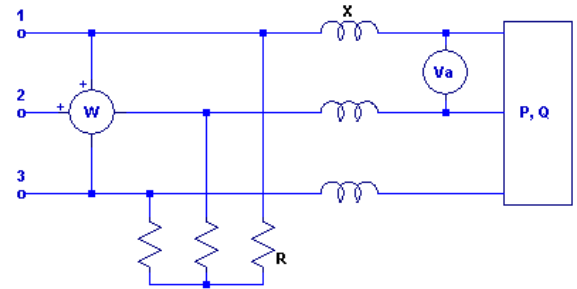
Riportare il risultato numerico di ogni problema nella casella vuota. Firmare e riconsegnare tutti i fogli

Problema 1

Nella rete trifase a 3 fili in figura, supposta simmetrica ed equilibrata e operante a frequenza f , calcolare W . Calcolare inoltre la potenza attiva totale P_{tot} assorbita dalla rete

P	Q	V_a	R	L	f
889	919	381	5792	3	56

$W^{\text{allievo}} = NaN$	$W = -7394$	$\text{err} = NaN\%$
----------------------------	-------------	----------------------



% Indichiamo con il pedice a le grandezze a monte del carico P, Q , con b quella a monte delle X , e con c quelle a monte delle R

% Il wattmetro misura per definizione il valore medio della grandezza $v_{12}(t)i_2(t)$, che può calcolarsi come $W = \text{Re}[\bar{V}_{13}\bar{I}_2]$

% Dal diagramma fasoriale si ha $\bar{V}_{13} = \sqrt{3}\bar{E}_2 e^{i\frac{\pi}{2}} = \sqrt{3}E e^{i(\alpha_2 + \frac{\pi}{2})}$, $\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{Z} = \frac{E e^{i\alpha_2}}{Z e^{i\phi}} = I e^{i(\alpha_2 - \phi)}$, $\bar{V}_{13}\bar{I}_2 = \sqrt{3}EI e^{i(\frac{\pi}{2} + \phi)}$

% Da cui $W = \sqrt{3}EI \cos(\frac{\pi}{2} + \phi) = -\frac{3EI}{\sqrt{3}} \sin \phi = -\frac{Q_c}{\sqrt{3}}$

Aa = abs(P+i*Q);

Ia = Aa./ (sqrt(3).*Va); % valore efficace della corrente presente in ciascuno dei 3 induttori

omega = 2*pi*f;

XL = omega.*L;

QL = 3* XL .* Ia.^2;

Pb = P;

Qb = Q + QL;

Qc = Qb;

W = -Qc/sqrt(3);

% Si noti che il calcolo di P_c non è servito per valutare W . Calcoliamo comunque P_c , come richiesto

Ab = abs(Pb+i*Qb);

% I 3 resistori sono connessi a stella, quindi il valore efficace della tensione ai capi di ciascuno di essi è pari ad E_b

Eb = Ab./ (3.*Ia); % essendo Ib = Ia

PR = 3* Eb.^2 ./ R;

Pc = Pb + PR;

Ptot = Pc;

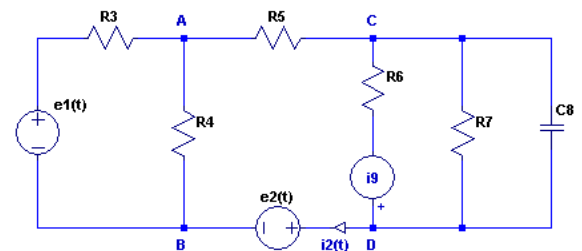
Problema 2

A) Dire se il circuito in figura è dissipativo o meno, spiegando il perché.

B) Essendo $e_1(t) = E_1 u(t)$ ed $e_2(t) = E_2 u(t)$, dove $u(t)$ è la funzione gradino unitario di Heaviside, dire se esiste un istante t_0 oltre il quale si può assumere che il circuito operi in regime permanente. C) In caso di risposta affermativa, determinare il valore di t_0 e dire di che tipo di regime si tratta. D) Calcolare la lettura dell'amperometro $i_9(t)$ per $t \geq t_0$. E) Calcolare l'energia W_4 assorbita da R_4 in un intervallo $[t_1, t_1 + \Delta t]$, con $t_1 \geq t_0$. F) Applicando Thevenin, determinare l'equazione differenziale che governa il funzionamento del circuito

E_1	E_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	$C_8 [\mu F]$	Δt
126	211	52	40	20	19	31	484	3

$i_9(t)^{\text{allievo}} = NaN$	$i_9(t) = 1.781$	$\text{err} = NaN\%$
---------------------------------	------------------	----------------------



% A) In evoluzione libera il circuito si riduce ad una maglia semplice costituita da C_8 ed $R_{\text{eq}} = R_7 // R_6 // (R_5 + R_3 // R_4)$,

% quindi l'energia immagazzinata in C_8 tende asintoticamente a zero e il circuito è dissipativo.

% B) Essendo il circuito dissipativo, la soluzione di regime esiste ed è di tipo stazionario, essendo i generatori costanti per $t > 0$.

% C) La costante di tempo è banalmente $\tau = R_{\text{eq}} C_8$.

R67 = paral(R6,R7);

R345 = R5 + paral(R3,R4);

Req = paral(R67,R345);

C8 = C8_muF * 1e-6;

tau = Req.*C8;

t0 = 5*tau;

% D) Per $t \geq t_0$ il capacitore si comporta come un circuito aperto. Appliciamo Millmann ai morsetti AB

R567 = R5 + paral(R6,R7);

VAB = (E1./R3 + E2./R567) ./ (1./R3 + 1./R567 + 1./R4);

% $V_{AB} = E_2 + R_{567} I_2$

I2 = (VAB-E2)./R567;

I9 = -I2 .* R7 ./ (R6+R7);

% E) Essendo le grandezze costanti il calcolo è immediato

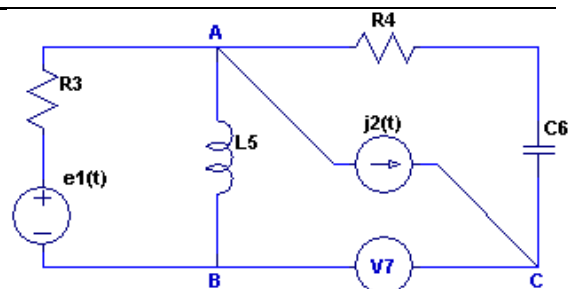
$$P4 = VAB.^2 ./ R4;$$

$$W4 = P4.*Dt;$$

Problema 3

Siano $e_1(t) = \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t)$ e $j_2(t) = \sqrt{2}J_2 \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$. A) Calcolare l'indicazione V_7 del voltmetro. B) Calcolare la potenza reattiva Q_2 erogata dal generatore di corrente

E_1	J_2	R_3	R_4	L_5 [mH]	C_6 [μ F]	f
663	25	24	21	90	111	58
$V_7^{\text{allievo}} = NaN$ $V_7 = 1265$ $\text{err} = NaN\%$						



```

E1_ = E1;
J2_ = J2 * exp(i*pi/4);
omega = 2*pi*f;
L5 = L5_mH * 1e-3;
C6 = C6_muF * 1e-6;
Z5_ = i*omega.*L5;
Z6_ = -i*1./(omega.*C6);
% Il voltmetro ideale si comporta come un circuito aperto
VAB_ = E1_ .* Z5_ ./ (R3+Z5_);
VCA_ = J2_ .* (R4+Z6_);
VCB_ = VCA_+VAB_;
V7 = abs(VCB_);
Q2 = imag(VCA_ .* conj(J2_));
    
```

Domanda 1

Presentare il metodo del circuito resistivo associato con riferimento ad un circuito generale del secondo ordine, avente come elementi dinamici un induttore ed un capacitore, connessi alle porte di un doppio bipolo lineare non inerte, scrivendo il sistema, di 2 equazioni nelle 2 incognite variabili di stato, che ne descrive il funzionamento. Discutere la soluzione in termini di integrale generale e integrale particolare. Parlare inoltre di evoluzione libera e forzata e dei modi naturali, e spiegare cosa ci si attende quando il circuito è dissipativo e cosa altro quando non lo è.

Domanda 2

Potenza istantanea, potenza fluttuante e potenza media in regime sinusoidale permanente, per i circuiti monofase e trifase

Domanda 3

Illustrare lo schema di principio di un sistema in alta tensione per la trasmissione dell'energia elettrica (Circuito di Tesla), spiegare perchè è necessario utilizzarlo e quantificarne i vantaggi

Domanda 4

Descrivere qualitativamente i circuiti raddrizzatori monofase (a semplice semionda ed a doppia semionda) e trifase (a 3 diodi ed a 6 diodi a ponte)

Allievo: _____, Matricola _____ / _____, prenotazione del _____ – Compito 33

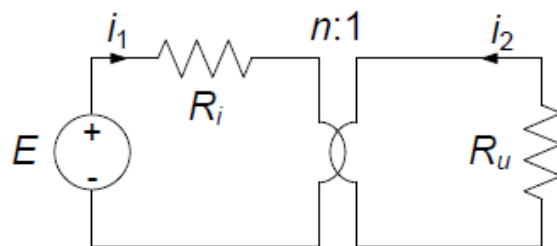
Riportare il risultato numerico di ogni problema nella casella vuota. Firmare e riconsegnare tutti i fogli

Problema 1

Calcolare il valore che deve assumere il rapporto di trasformazione n affinché la potenza P_u assorbita dalla resistenza R_u sia massima. Calcolare poi $P_{u\max}$. Scrivere inoltre la matrice di incidenza del circuito

R_i	R_u	E
3	15	93

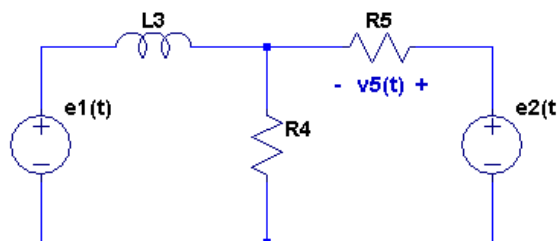
$P_{u\max}^{\text{allievo}} = NaN$	$P_{u\max} = 720.8$	err = $NaN\%$
------------------------------------	---------------------	---------------



% Il bipolo costituito dall'insieme del trasformatore ideale e della R_u è equivalente alla resistenza $R_{up} = n^2 R_u$
 % Poichè il trasformatore ideale è trasparente alle potenze, la potenza assorbita dalla R_u coincide con quella assorbita dalla R_{up}
 % $I_1 = \frac{E}{R_i + R_{up}}$, $P_{up} = R_{up} I_1^2 = \frac{R_{up} E^2}{(R_i + R_{up})^2} = \frac{E^2}{R_i} \frac{R_{up}/R_i}{(1 + R_{up}/R_i)^2}$, $x = \frac{R_{up}}{R_i}$, $f(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$, $P_u = P_{up} = \frac{E^2}{R_i} f(x)$
 % Risulta evidente che occorre massimizzare la funzione $f(x)$
 % $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1 \cdot (1+x)^2 - x \cdot 2(1+x)}{(1+x)^4} = \frac{1-x}{(1+x)^3} = 0$, $x = 1 = \frac{n^2 R_u}{R_i}$, $n = \sqrt{\frac{R_i}{R_u}}$, $P_{u\max} = \frac{E^2}{4R_i}$
 $n = \text{sqrt}(R_i./R_u)$;
 $P_{u\max} = E.^2 ./ (4*R_i)$;
 $P_{u\max} = P_{u\max}$;

Problema 2

A) Dire se il circuito in figura è dissipativo o meno, spiegando il perché.
 B) Essendo $e_1(t) = E_1 u(t)$ ed $e_2(t) = \sqrt{2} E_2 \cos(2\pi f t)$, dove $u(t)$ è la funzione gradino unitario di Heaviside, dire se esiste un istante t_0 oltre il quale si può assumere che il circuito operi in regime permanente. C) In caso di risposta affermativa, determinare il valore di t_0 e dire di che tipo di regime si tratta. D) Calcolare la potenza media P_5 assorbita da R_5 in condizioni di regime. E) Calcolare la grandezza $q = \int_{t_1}^{t_1+1/f} i_5^2(t) dt$ (dove $t_1 \geq t_0$).



E_1	E_2	L_3	R_4	R_5	f
165	127	3	910	1239	59

$P_5^{\text{allievo}} = NaN$	$P_5 = 27.88$	err = $NaN\%$
------------------------------	---------------	---------------

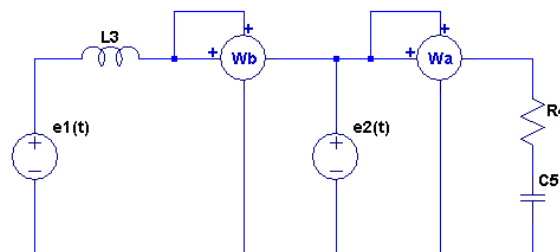
% A) In evoluzione libera il circuito si riduce ad una maglia semplice costituita da L_3 ed $R_{45} = R_4 // R_5$,
 % quindi l'energia immagazzinata in L_3 tende asintoticamente a zero e il circuito è dissipativo.
 % B) Essendo il circuito dissipativo, la soluzione di regime esiste e può trovarsi come sovrapposizione di
 % quella costante dovuta ad e_1 e di quella sinusoidale dovuta ad e_2 .
 % C) Il regime è periodico di periodo $T = \frac{1}{f}$; non è un regime sinusoidale perchè il valore medio delle
 % grandezze (correnti e tensioni) non è nullo. La costante di tempo è banalmente $\tau = \frac{L_3}{R_{45}}$
 $R_{45} = \text{paral}(R_4, R_5)$;
 $\tau = L_3 ./ R_{45}$;
 $t_0 = 5 * \tau$;
 % D) Per le potenze medie vale la proprietà di sovrapposizione. Spegnendo e_2 e per $t > t_0$, L_3 è un corto circuito e si ha
 $V_{51} = -E_1$;
 $P_{51} = V_{51}.^2 ./ R_5$;
 % Spegnendo invece e_1 e per $t > t_0$ si è in regime sinusoidale e $\dot{Z}_3 = i\omega L_3$, $\dot{Z}_{34} = \dot{Z}_3 // R_4$, $\bar{V}_{52} = \frac{\bar{E}_2 R_5}{\dot{Z}_{34} + R_5}$, $V_{52} = \frac{E_2 R_5}{|\dot{Z}_{34} + R_5|}$
 $\omega = 2 * \pi * f$;
 $Z_3 = i * \omega * L_3$;
 $Z_{34} = \text{paral}(Z_3, R_4)$;
 $V_{52} = E_2 .* R_5 ./ \text{abs}(Z_{34} + R_5)$;
 $P_{52} = V_{52}.^2 ./ R_5$;
 $P_5 = P_{51} + P_{52}$;
 % E) Considerato che, quando $t_1 \geq t_0$, risulta $P_5 = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} R_5 i_5^2(t) dt = f R_5 q$, si ha $q = \frac{P_5}{f R_5}$
 $q = P_5 ./ (f .* R_5)$;

Problema 3

Siano $e_1(t) = \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t)$ e $e_2(t) = \sqrt{2}E_2 \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$. Calcolare W_a e W_b

E_1	E_2	L_3 [mH]	R_4	C_5 [μ F]	f
926	607	409	263	15	54

$W_b^{\text{allievo}} = NaN$	$W_b = -2864$	err = NaN%
------------------------------	---------------	------------



```

E1_ = E1;
E2_ = E2 * exp(i*pi/4);
omega = 2*pi*f;
L3 = L3_mH * 1e-3;
C5 = C5_mF * 1e-6;
Z3_ = i*omega.*L3;
Z5_ = -i*1./(omega.*C5);
% I45 = E2_ / (R4 + Z5_); W_a = Re(E2_ * I45)
% Come noto, per come il wattmetro W_a è connesso, si verifica facilmente che esso misura (in modulo e segno) la potenza
% attiva assorbita dal bipolo costituito dalla serie di R4 e C5, che coincide poi con quella assorbita dalla sola R4
I45 = E2_ ./ abs(R4+Z5_);
W_a = R4 .* I45.^2;
% -E1 + V3 + E2 = 0
V3_ = E1_ - E2_;
I3_ = V3_ ./ Z3_;
W_b = real(E2_ .* conj(I3_));
    
```

Domanda 1

Disegnare un circuito dinamico del secondo ordine a piacere e scrivere l'equazione differenziale che ne descrive il funzionamento utilizzando il metodo del circuito resistivo associato. Discutere la soluzione in termini di integrale generale e integrale particolare. Parlare inoltre di evoluzione libera e forzata e dei modi naturali, e spiegare cosa ci si attende quando il circuito è dissipativo e cosa altro quando non lo è.

Domanda 2

Enunciare e dimostrare il teorema di Aron ed il suo corollario riguardante la potenza reattiva, specificando dettagliatamente in quali ipotesi essi sono validi

Domanda 3

Enunciare e dimostrare l'estensione del teorema di Thevenin al caso vettoriale, in particolare per i doppi bipoli

Domanda 4

Descrivere qualitativamente i circuiti raddrizzatori monofase (a semplice semionda ed a doppia semionda) e trifase (a 3 diodi ed a 6 diodi a ponte)

Allievo: _____, Matricola _____ / _____, prenotazione del _____ – Compito 24

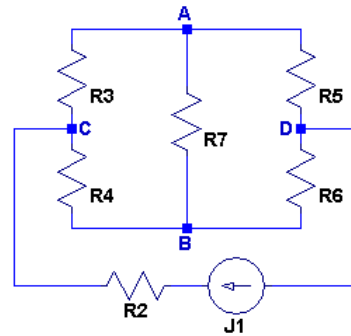
Riportare il risultato numerico di ogni problema nella casella vuota. Firmare e riconsegnare tutti i fogli

Problema 1

Calcolare il valore che deve assumere R_7 affinché la potenza P_7 assorbita dalla R_7 stessa sia massima. Calcolare poi $P_{7\max}$. Scrivere inoltre la matrice di incidenza del circuito

R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	J_1
23	13	78	86	11	17

$P_{7\max}^{\text{allievo}} = NaN$	$P_{7\max} = 1876$	err = $NaN\%$
------------------------------------	--------------------	---------------



% Si noti che il valore di R_2 non ha alcuna influenza

% Thevenin ai capi di R_7

RCD0 = paral(R3+R5,R4+R6); % resistenza equivalente tra C e D in assenza di R_7

VCD0 = RCD0.*J1;

VAC0 = -VCD0.*R3./(R3+R5);

VCB0 = VCD0.*R4./(R4+R6);

E0 = VAC0+VCB0; % tensione a vuoto

R0 = paral(R3+R4,R5+R6); % resistenza equivalente di Thevenin

% $I_7 = \frac{E_0}{R_0+R_7}$, $P_7 = R_7 I_7^2 = \frac{R_7 E_0^2}{(R_0+R_7)^2} = \frac{E_0^2}{R_0} \frac{R_7/R_0}{(1+R_7/R_0)^2}$, $x = \frac{R_7}{R_0}$, $f(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$, $P_7 = \frac{E_0^2}{R_0} f(x)$

% $\frac{\partial P_7}{\partial R_7} = \frac{E_0^2}{R_0} \frac{\partial f}{\partial R_7} = \frac{E_0^2}{R_0} \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial R_7} = \frac{E_0^2}{R_0} \frac{1 \cdot (1+x)^2 - x \cdot 2(1+x)}{(1+x)^4} \frac{1}{R_0} = \frac{E_0^2}{R_0^2} \frac{1-x}{(1+x)^3} = 0$

$R_7 = R_0$;

$I_7 = E_0/(R_0+R_7)$; % questa non è necessario calcolarla

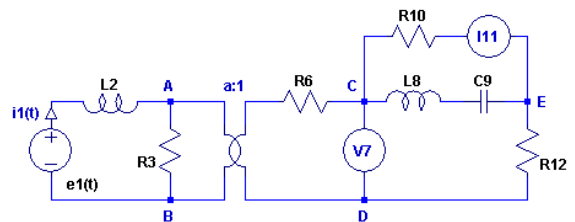
$P_{7\max} = E_0.^2 ./ (4*R_0)$;

Problema 2

Sia $e_1(t) = \sqrt{2}E_1 \cos(2\pi ft)$. A) Calcolare la grandezza $\int_0^{1/f} e_1(t)i_1(t)dt$. B) Calcolare la potenza apparente A_1 del generatore di tensione. C) Calcolare C_9 . D) Verificare numericamente il teorema di conservazione delle potenze complesse

R_3	R_6	R_{10}	R_{12}	L_2	L_8	a	V_7	I_{11}	f
1281	138	59	97	3	3	4	114	0	59

$A_1^{\text{allievo}} = NaN$	$A_1 = 1960$	err = $NaN\%$
------------------------------	--------------	---------------



% L'integrale indicato è l'energia W_1^e erogata da $e_1(t)$ in un intervallo di durata pari al periodo $T = \frac{1}{f}$

$T = 1./f$;

omega = 2*pi*f;

X2 = omega.*L2;

% $I_{R10} = I_{11} = 0 \Rightarrow \bar{V}_{CE} = \bar{V}_{R10} = 0 \Rightarrow L_8$ e C_9 sono in risonanza e $\bar{V}_{12} = \bar{V}_7$

V7_ = V7; % scegliamo argomento nullo per il fasore di v7(t)

V12_ = V7_; % tensione simbolica ai capi di R12

I12_ = V12_/R12; % corrente simbolica in R12

I6_ = I12_; % corrente simbolica in R6

V6_ = R6.*I6_; % tensione simbolica ai capi di R6

E5_ = V6_ + V7_; % tensione simbolica al secondario

I5_ = I6_; % corrente simbolica uscente dal secondario

E4_ = a.*E5_; % tensione simbolica al primario

I4_ = I5_/a; % corrente simbolica entrante nel primario

V3_ = E4_; % tensione simbolica ai capi di R3

I3_ = V3_/R3; % corrente simbolica in R3

I1_ = I3_ + I4_; %

V2_ = i*X2 .* I1_;

E1_ = V2_ + V3_;

A1er_ = E1_.*conj(I1_); % potenza complessa erogata dal generatore

P1er = real(A1er_); % potenza attiva erogata dal generatore

Q1er = imag(A1er_); % potenza reattiva erogata dal generatore

W1er = T.*P1er; % energia erogata dal generatore in un intervallo di durata pari al periodo

A1 = abs(A1er_); % potenza apparente del generatore

% L_8 e C_9 sono in risonanza serie, cioè $\dot{Z}_{89} = i\omega L_8 - i\frac{1}{\omega C_9} = 0$

$C_9 = 1./(\text{omega}.^2 .* L_8)$;

```
% Verifica conservazione potenze, il trasformatore è trasparente alle potenze
I1 = abs(I1_); % valore efficace della corrente in e1, L2
Q2as = X2 .* abs(I1_).^2; % potenza reattiva assorbita da L2
P3as = R3 .* abs(I3_).^2; % potenza attiva assorbita da R3
P6as = R6 .* abs(I6_).^2; % potenza attiva assorbita da R6
P12as = R12 .* abs(I12_).^2; % potenza attiva assorbita da R12
P10as = 0; %
Q89as = 0; % Q89as = Q8as + Q9as = 0
X8 = omega.*L8;
X9 = 1./(omega.*C9);
Q8as = V7.^2 ./ X9;
Q9as = - V7.^2 ./ X9;
Pas = P3as+P6as+P10as+P12as;
Qas = Q2as + Q89as;
```

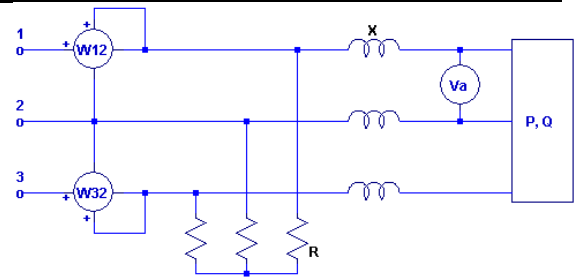
Problema 3

Nella rete trifase a 3 fili in figura, supposta simmetrica ed equilibrata e operante a frequenza f , calcolare W_{32}

P	Q	V_a	R	L	f
2818	6366	383	6169	2	54

$W_{32}^{\text{allievo}} = NaN$	$W_{32} = 8.101e + 004$	$err = NaN\%$
---------------------------------	-------------------------	---------------

```
Aa = abs(P+i*Q);
Ia = Aa./(sqrt(3).*Va);
omega = 2*pi*f;
XL = omega.*L;
QL = 3* XL .* Ia.^2;
Pb = P;
Qb = Q + QL;
Ab = abs(Pb+i*Qb);
Eb = Ab./(3.*Ia); % Ib = Ia
PR = 3* Eb.^2 ./ R;
Pc = Pb + PR;
Qc = Qb;
W32 = 0.5 .* (Pc+Qc/sqrt(3)); % dalle relazioni dell'inserzione Aron
```



Domanda 1

Disegnare un circuito dinamico del secondo ordine a piacere e scrivere l'equazione differenziale che ne descrive il funzionamento utilizzando il metodo del circuito resistivo associato. Discutere la soluzione in termini di integrale generale e integrale particolare. Parlare inoltre di evoluzione libera e forzata e dei modi naturali, e spiegare cosa ci si attende quando il circuito è dissipativo e cosa altro quando non lo è.

Domanda 2

Enunciare e dimostrare il teorema di Thevenin. Illustrare inoltre l'estensione del teorema di Norton al caso vettoriale, in particolare per i doppi bipoli

Allievo: _____, Matricola _____ / _____, prenotazione del _____ – Compito 20

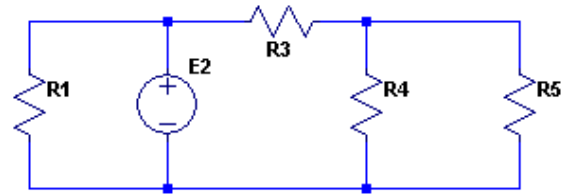
Riportare il risultato numerico di ogni problema nella casella vuota. Firmare e riconsegnare tutti i fogli

Problema 1

Calcolare il valore che deve assumere R_5 affinché la potenza P_5 assorbita dalla R_5 stessa sia massima. Calcolare poi $P_{5\max}$. Scrivere inoltre la matrice di incidenza del circuito

R_1	R_3	R_4	E_2
26	12	21	184

$P_{5\max}^{\text{allievo}} = NaN$	$P_{5\max} = 448.8$	err = NaN%
------------------------------------	---------------------	------------



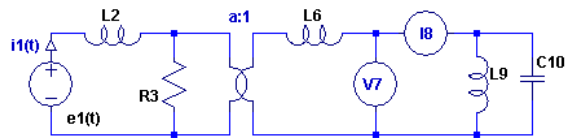
```
E0 = E2.*R4./(R3+R4); % Thevenin ai capi di R5, tensione a vuoto
R0 = paral(R3,R4); % resistenza equivalente di Thevenin
%  $I_5 = \frac{E_0}{R_0+R_5}$ ,  $P_5 = R_5 I_5^2 = \frac{R_5 E_0^2}{(R_0+R_5)^2}$ ,  $\frac{\partial P_5}{\partial R_5} = E_0^2 \frac{1 \cdot (R_0+R_5)^2 - R_5 \cdot 2(R_0+R_5)}{(R_0+R_5)^4} = E_0^2 \frac{R_0 - R_5}{(R_0+R_5)^3} = 0$ 
R5 = R0;
I5 = E0./(R0+R5); %
P5max = R5 .* I5.^2;
```

Problema 2

Sia $e_1(t) = \sqrt{2}E_1 \cos(2\pi ft)$. A) Calcolare la grandezza $\int_0^{1/f} e_1(t)i_1(t)dt$. B) Calcolare la potenza apparente A_1 del generatore di tensione. C) Calcolare C_{10} . D) Verificare numericamente il teorema di conservazione delle potenze complesse

R_3	L_2	L_6	L_9	a	V_7	I_8	f
488	5	7	2	6	162	0	60

$A_1^{\text{allievo}} = NaN$	$A_1 = 7725$	err = NaN%
------------------------------	--------------	------------



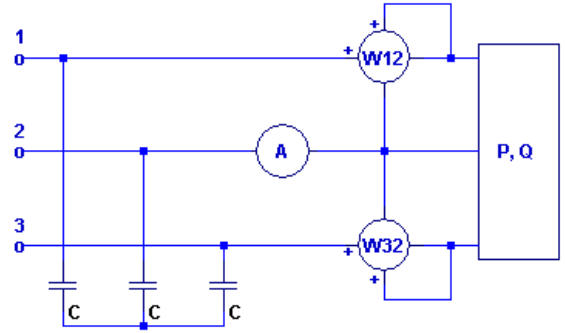
```
% L'integrale indicato è l'energia  $W_1^e$  erogata da  $e_1(t)$  in un intervallo di durata pari al periodo  $T = \frac{1}{f}$ 
T = 1./f;
omega = 2*pi*f;
X2 = omega.*L2;
V7_ = V7; % scegliamo argomento nullo per il fasore di v7(t)
%  $I_8 = 0$  e  $V_7$  voltmetro ideale  $\Rightarrow \bar{I}_6 = 0$  e quindi anche  $\bar{V}_6 = 0$ 
E5_ = V7_; % tensione simbolica al secondario
E4_ = a.*E5_; % tensione simbolica al primario
V3_ = E4_; % tensione simbolica ai capi di R3
I3_ = V3_/R3; % corrente simbolica in R3
I1_ = I3_; % perchè la corrente al primario è nulla
E1_ = (R3+i*X2) .* I1_;
A1er_ = E1_.*conj(I1_); % potenza complessa erogata dal generatore
P1er = real(A1er_); % potenza attiva erogata dal generatore
Q1er = imag(A1er_); % potenza reattiva erogata dal generatore
W1er = T.*P1er; % energia erogata dal generatore in un intervallo di durata pari al periodo
A1 = abs(A1er_); % potenza apparente del generatore
% La tensione ai capi del parallelo  $L_9//C_{10}$  è  $V_7 \neq 0$ , quindi essendo la corrente  $I_8 = 0$ , l'ammettenza equivalente
%  $\dot{Y} = \dot{Y}_9 + \dot{Y}_{10} = \frac{1}{Z_9} + \frac{1}{Z_{10}} = \frac{1}{i\omega L_9} + i\omega C_{10} = i(\omega C_{10} - \frac{1}{\omega L_9})$  deve essere anche nulla,
% cioè risonanza parallelo, ovvero  $\omega C_{10} = \frac{1}{\omega L_9}$ 
C10 = 1./(omega.^2 .* L9);
% Verifica conservazione potenze, il trasformatore è trasparente alle potenze
I1 = abs(I1_); % valore efficace della corrente in e1, L2, R3
Q2as = X2 .* I1.^2; % potenza reattiva assorbita da L2
P3as = R3 .* I1.^2; % potenza attiva assorbita da R3
Q6as = 0;
X9 = omega.*L9;
X10 = 1./(omega.*C10);
Q9as = V7.^2 ./ X9;
Q10as = - V7.^2 ./ X10;
Pas = P3as;
Qas = Q2as + Q6as + Q9as + Q10as;
```

Problema 3

Nella rete trifase a 3 fili in figura, supposta simmetrica ed equilibrata e operante a frequenza f , sapendo che il suo fattore di potenza complessivo è 0.98, calcolare C

P	W_{12}	A	f
9759	857	15	53

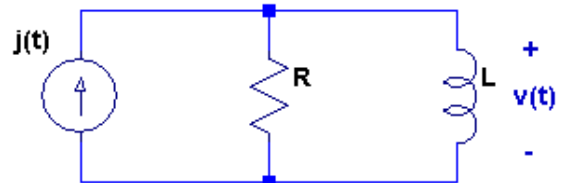
$C^{\text{allievo}} = NaN$	$C = 8.372e - 005$	err = NaN%
----------------------------	--------------------	------------



```
Q = sqrt(3).*(P-2*W12); % dalle relazioni dell'inserzione Aron
phi = atan(Q./P);
E = P ./ (3*A.*cos(phi));
phib = acos(0.98);
Pb = P;
Qb = Pb.*tan(phib); % potenza reattiva assorbita dal carico (P,Q) e dai 3 condensatori
QC = Qb-Q; % potenza reattiva assorbita dai 3 condensatori
% essendo i condensatori connessi a stella la tensione ai loro capi è la stellata E, quindi
XC = -3*E.^2./QC;
omega = 2*pi*f;
C = 1 ./ (omega.*XC);
```

Problema 4

Nella rete in figura siano date $j(t) = J_0$ per $t \in (-\infty, 0)$, e $v(t) = \frac{V_0}{1+(\frac{t}{t_0})^2}$ per $t \in (0, +\infty)$. È inoltre noto che $v(t)$ non contiene impulsi di Dirac. Come è evidente, il circuito opera a regime stazionario per $t < 0$, poi attraversa un transitorio, e poi ritorna in regime stazionario per t maggiore di un certo t_2 . A) Calcolare l'espressione della corrente nel resistore $i_R(t)$ per $t < 0$. B) Calcolare l'espressione della corrente nell'induttore $i_L(t)$ per $t < 0$ e per $t > 0$. C) Calcolare il valore $i_L(t_1)$. D) Indicare un possibile valore di t_2 oltre il quale l'energia immagazzinata in L si può considerare costante, e calcolare tale energia $W_L = w_L(t > t_2)$. E) Dire quanto vale la potenza dissipata in R nell'istante t_1 . F) Scrivere l'equazione che governa il funzionamento del circuito.



R	L	J_0	V_0	t_0	t_1
5	10	6	5	14	13

$W_L^{\text{allievo}} = NaN$	$W_L = 1444$	err = NaN%
------------------------------	--------------	------------

```
% Per t < 0 tutte le grandezze sono costanti per cui v(t) = L * diL/dt = 0, quindi iR(t) = v(t)/R = 0, iL(t) = j(t) = J0.
% Risulta iL(0-) = J0, v(0-) = 0, v(0+) = V0, quindi v(t) è discontinua.
% Essendo v(t) non impulsiva, iL(t) è continua: iL(0+) - iL(0-) = 1/L * integral from 0- to 0+ of v(t) dt = 0.
% t > 0 => iL(t) = iL(0+) + 1/L * integral from 0 to t of v(sigma) d sigma = J0 + 1/L * integral from 0 to t of V0 / (1+(sigma/t0)^2) d sigma = J0 + V0/L * [t0 * arctan(sigma/t0)] from 0 to t = J0 + V0*t0/L * arctan(t/t0).
iL_t1 = J0 + V0.*t0./L .* atan(t1./t0);
% t2 deve essere sufficientemente grande in modo che la funzione arctan raggiunge il valore asintotico arctan(t2/t0) approx pi/2
% e si vede per tentativi che tale approssimazione si ottiene accurata all'un per mille se ad esempio t2 = 5000*t0
t2 = 5000*t0;
iL_t2 = J0 + V0.*t0./L * pi/2;
IL = iL_t2; % valore (praticamente costante) di iL(t) per t>t2
WL = 0.5.*L.*IL.^2; % valore (praticamente costante) di wL(t) per t>t2
v_t1 = V0 ./ (1+(t1./t0).^2);
PR_t1 = v_t1.^2 ./ R;
% La costante di tempo è tau = L/R e l'equazione dinamica diL/dt + iL/tau = j, oppure dv/dt + v/tau = R di/dt
```

Domanda 1

Enunciare e dimostrare il teorema di Thevenin. Illustrare inoltre l'estensione del teorema di Thevenin al caso vettoriale, in particolare per i doppi bipoli

Allievo: _____, Matricola _____ / _____, prenotazione del _____ – Compito 4

Riportare il risultato numerico di ogni problema nella casella vuota. Firmare e riconsegnare tutti i fogli

Problema 1

Calcolare il valore che deve assumere R_4 affinché la potenza P_4 assorbita dalla R_4 stessa sia massima. Calcolare poi $P_{4\max}$. Scrivere inoltre la matrice di incidenza del circuito

R_1	R_3	E_2
32	35	157

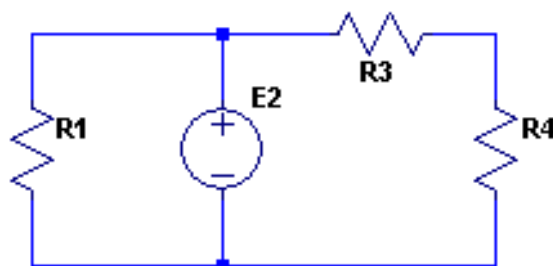
$P_{4\max}^{\text{allievo}} = NaN$	$P_{4\max} = 176.1$	err = NaN%
------------------------------------	---------------------	------------

$$\% I_4 = \frac{E_2}{R_3 + R_4}, P_4 = R_4 I_4^2 = \frac{R_4 E_2^2}{(R_3 + R_4)^2}, \frac{\partial P_4}{\partial R_4} = E_2^2 \frac{R_3 - R_4}{(R_3 + R_4)^3} = 0$$

$$R_4 = R_3;$$

$$I_4 = E_2 / (R_3 + R_4); \%$$

$$P_{4\max} = R_4 \cdot I_4^2;$$



Problema 2

Essendo $e_1(t) = \sqrt{2}E_1 \cos(2\pi ft)$, e detta $i_1(t)$ la corrente in e_1 orientata con verso uscente dal morsetto positivo di e_1 , calcolare la grandezza $\int_0^{1/f} e_1(t)i_1(t)dt$, e la potenza apparente A_1 del generatore di tensione. Successivamente, verificare numericamente il teorema di conservazione delle potenze complesse. Calcolare inoltre la potenza complessa assorbita da R_7 nel caso il cui fosse $R_3 = 0$

R_3	R_7	X_2	X_6	a	E_1	f
130	11	94	12	6	607	58

$A_1^{\text{allievo}} = NaN$	$A_1 = 2362$	err = NaN%
------------------------------	--------------	------------

$$\% \text{ L'integrale indicato è l'energia } W_1^e \text{ erogata da } e_1(t) \text{ nel periodo } T = \frac{1}{f}$$

$$T = 1./f;$$

$$E_1 = E_1;$$

$\%$ scegliamo argomento nullo per il fasore di $e_1(t)$

$$ZX_2 = i * X_2;$$

$$ZX_6 = i * X_6;$$

$$Z67 = R_7 + ZX_6;$$

$$Z67p = a.^2 \cdot Z67;$$

$\%$ Z67_ riportata al primario

$$Z = ZX_2 + \text{paral}(R_3, Z67p);$$

$$I_1 = E_1 ./ Z;$$

$\%$ corrente simbolica erogata dal generatore

$$A_{1er} = E_1 \cdot \text{conj}(I_1);$$

$\%$ potenza complessa erogata dal generatore

$$P_{1er} = \text{real}(A_{1er});$$

$\%$ potenza attiva erogata dal generatore

$$Q_{1er} = \text{imag}(A_{1er});$$

$\%$ potenza reattiva erogata dal generatore

$$W_{1er} = T \cdot P_{1er};$$

$\%$ potenza attiva erogata dal generatore

$$A_1 = \text{abs}(A_{1er});$$

$\%$ potenza apparente del generatore

$\%$ verifica conservazione potenze, il trasformatore è trasparente alle potenze

$$I_4 = I_1 \cdot R_3 ./ (R_3 + Z67p);$$

$\%$ corrente simbolica nel primario del trasformatore

$$I_3 = I_1 - I_4;$$

$\%$ corrente simbolica in R_3

$$I_1 = \text{abs}(I_1);$$

$\%$ valore efficace della corrente in e_1 e in X_2

$$I_4 = \text{abs}(I_4);$$

$$I_3 = \text{abs}(I_3);$$

$$I_5 = a \cdot I_4;$$

$\%$ valore efficace della corrente al secondario

$$P_{3as} = R_3 \cdot I_3.^2;$$

$\%$ potenza attiva assorbita da R_3

$$P_{7as} = R_7 \cdot I_5.^2;$$

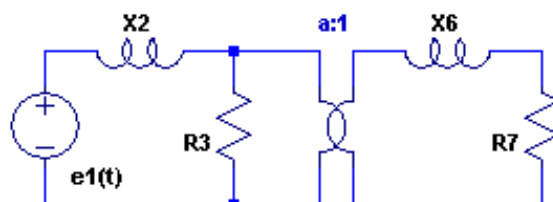
$$Q_{2as} = X_2 \cdot I_1.^2;$$

$\%$ potenza reattiva assorbita da X_2

$$Q_{6as} = X_6 \cdot I_5.^2;$$

$$P_{as} = P_{3as} + P_{7as};$$

$$Q_{as} = Q_{2as} + Q_{6as};$$

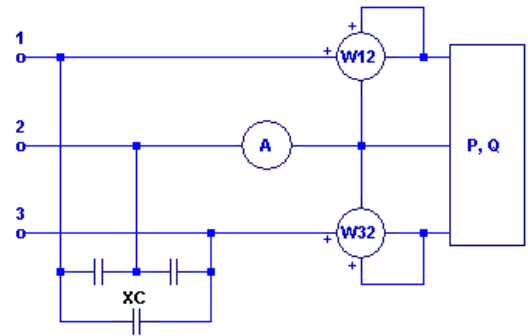


Problema 3

Nella rete trifase a 3 fili in figura, supposta simmetrica ed equilibrata, sapendo che il suo fattore di potenza complessivo è 0.98, calcolare X_C

P	W_{12}	A
9678	660	18

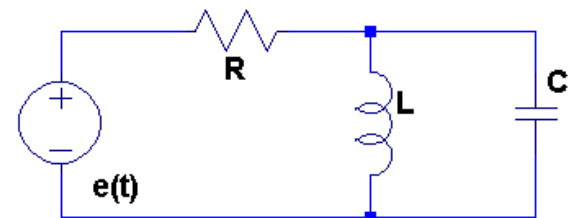
$X_C^{\text{allievo}} = NaN$	$X_C = 74.8$	err = NaN%
------------------------------	--------------	------------



```
Q = sqrt(3).*(P-2*W12); % dalle relazioni dell'inserzione Aron
phi = atan(Q./P);
V = P ./ (sqrt(3)*A.*cos(phi));
phib = acos(0.98);
Pb = P;
Qb = Pb.*tan(phib); % potenza reattiva assorbita dal carico (P,Q) e dai 3 condensatori
QC = Qb-Q; % potenza reattiva assorbita dai 3 condensatori
XC = -3*V.^2./QC;
```

Problema 4

Nella rete in figura sia $e(t) = E_m H(-t) + E_p H(t)$ dove H è la funzione gradino unitario di Heaviside. Come è evidente, il circuito opera a regime stazionario per $t < 0$. Scrivere l'equazione che governa il funzionamento del circuito. Considerando il transitorio estinto dopo un tempo pari a 5 volte la costante di tempo più significativa, determinare l'istante t_0 oltre il quale l'energia immagazzinata in L si può considerare costante, e calcolare tale energia $W_L = w_L(t > t_0)$. Dire inoltre quanto vale l'energia immagazzinata in C per $t > t_0$



R	L	C	E_m	E_p
1	40	5	3	9

$W_L^{\text{allievo}} = NaN$	$W_L = 1620$	err = NaN%
------------------------------	--------------	------------

```
% Risolvendo il circuito, direttamente o con il metodo del circuito resistivo associato,
% si ricava l'equazione dinamica  $\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di_L}{dt} + \frac{i_L}{LC} = \frac{e}{RLC}$ , oppure  $\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C}{LC} = \frac{1}{RC} \frac{de}{dt}$ 
% e i coefficienti del polinomio caratteristico  $a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ 
a = 1;
b = 1./(R.*C);
c = 1./(L.*C);
% R C L sono stati scelti tali che  $L > 4R^2C$ , cioè in modo da avere radici reali
%  $\lambda_n = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ,  $\lambda_p = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2c}{-b-\sqrt{\Delta}}$ 
% inoltre  $\lambda_n$  e  $\lambda_p$  sono entrambe negative, e  $|\lambda_n| > |\lambda_p|$ , quindi:
delta = b.^2 - 4*a.*c;
lambda_p = 2*c./(- b - sqrt(delta)); % questo è il modo corretto di calcolare la seconda radice
tau_max = -1./lambda_p;
t0 = 5*tau_max;
IL = Ep./R; % valore (praticamente costante) di iL(t) per t>t0
WL = 0.5.*L.*IL.^2; % valore (praticamente costante) di wL(t) per t>t0
```

Domanda 1

Enunciare e dimostrare il teorema di Thevenin. Illustrare inoltre l'estensione del teorema di Thevenin al caso vettoriale, in particolare per i doppi bipoli

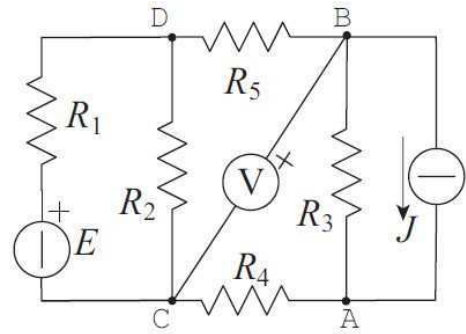
Allievo: _____, Matricola _____ / _____, prenotazione del _____ – Compito 4

Riportare il risultato numerico di ogni problema nella casella vuota. Firmare e riconsegnare tutti i fogli

Problema 1

Calcolare l'indicazione del voltmetro. Scrivere inoltre la matrice di incidenza del circuito

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	E	J
31	31	15	13	12	347	4
$V^{\text{allievo}} = NaN$ $V = 57.8$ $\text{err} = NaN\%$						



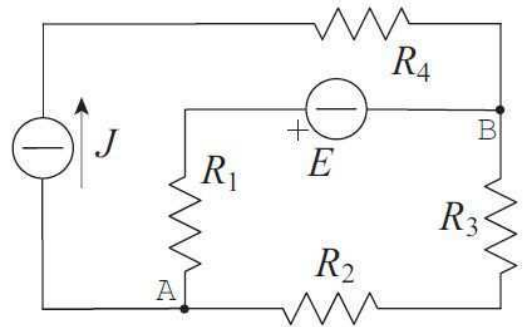
```

E3 = R3.*J;
VDC = (E./R1 - E3./(R3+R4+R5)) ./ (1./R1 + 1./R2 + 1./(R3+R4+R5)); % tensione ai capi di R2
IDB = (E3+VDC)./(R3+R4+R5);
VDB = R5.*IDB;
VBC = VDC-VDB;
V = VBC;
    
```

Problema 2

Determinare l'energia W_2 assorbita da R_2 in un intervallo di tempo di durata Δt (espresso in ms). Successivamente, verificare il teorema di conservazione delle potenze

R_1	R_2	R_3	R_4	E	J	$\Delta t [ms]$
22	5	6	56	511	12	299
$W_2^{\text{allievo}} = NaN$ $W_2 = 83.75$ $\text{err} = NaN\%$						



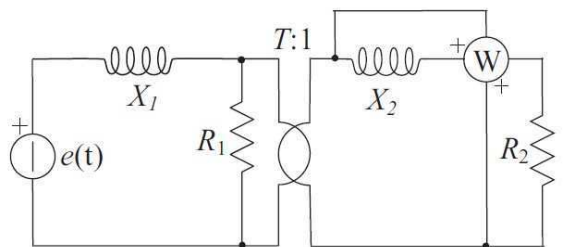
```

Dt = 1e-3*Dt_ms; % da millisecondi a secondi
VAB = (E./R1 - J) ./ (1./R1 + 1./(R2+R3)); % Millmann, si noti che R4 non ha influenza
I2 = VAB./(R2+R3);
P2 = I2.^2.*R2;
W2 = Dt.*P2;
% verifica teorema conservazione
V1 = VAB-E;
V4 = R4.*J; % ora R4 conta perchè vogliamo valutare la potenza su tutti i bipoli
VJ = V4-VAB;
I1 = V1./R1;
P1 = I1.^2.*R1;
P3 = I2.^2.*R3;
P4 = J.^2.*R4;
PRass = P1+P2+P3+P4;
Pggen = VJ.*J - E.*I1;
    
```

Problema 3

Calcolare la lettura W del wattmetro ideale, dove $e(t) = \sqrt{2}E \cos(2\pi ft)$. Successivamente, dette $e_2(t)$ e $i_2(t)$ tensione e corrente al secondario del trasformatore ideale, dire cosa rappresenta l'integrale $\int_0^{1/f} e_2(t)i_2(t)dt$. Quanto valgono le letture W_0 e W_∞ del wattmetro rispettivamente nei casi $R_2 = 0$ e $R_2 = \infty$?

R_1	R_2	X_1	X_2	T	E	f
169	88	110	83	5	4129	55
$W^{\text{allievo}} = NaN$ $W = -2717$ $\text{err} = NaN\%$						



```

E_ = E; % scegliamo argomento nullo per il fasore di e(t)
ZX1_ = i*X1;
ZX2_ = i*X2;
Z2_ = R2+ZX2_;
Z2p_ = T.^2 .* Z2_; % Z2_ riportata al primario
    
```

```

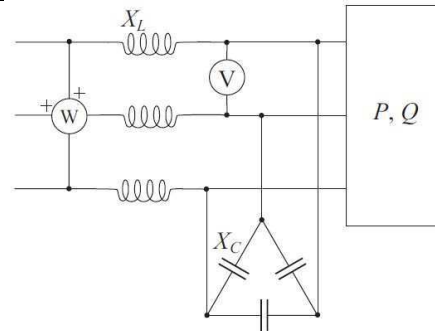
Z_ = ZX1_ + paral(R1,Z2p_);
I_ = E_./Z_; % corrente simbolica erogata dal generatore
I1_ = I_.* R1 ./ (R1+Z2p_); % corrente simbolica nel primario del trasformatore
I1 = abs(I1_); % valore efficace della corrente nel primario del trasformatore
PR2p = I1.^2.*(T.^2.*R2); % potenza attiva, assorbita dalla parte resistiva di Z2p_
PR2 = PR2p; % potenza attiva assorbita da R2
W = -PR2; % per via dei riferimenti di W e perchè X2 non assorbe potenza attiva
    
```

Problema 4

Nella rete trifase a 3 fili in figura, supposta simmetrica ed equilibrata, calcolare la lettura del wattmetro. Successivamente, ponendo $X_L = 0$, determinare il valore X_C tale che il fattore di potenza complessivo del carico trifase sia 0.9

P	Q	X_L	X_C	V
5611	8687	10	482	389

$W_{allievo} = NaN$ | $W = -7962$ | $err = NaN\%$



```

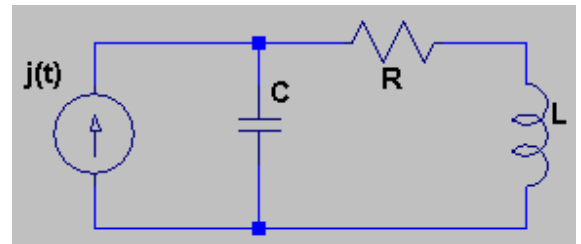
Pb = P;
QC = -3*V.^2./XC;
Qb = Q+QC;
Ab_ = Pb+i*Qb; % potenza complessa assorbita dal carico (P,Q) e dai 3 condensatori
Ab = abs(Ab_); % potenza apparente a monte dei 3 condensatori
Ib = Ab./(sqrt(3).*V); % valore efficace della corrente di linea a monte dei 3 condensatori
% It = Ib;
QL = 3*XL.*Ib.^2;
Qt = Qb+QL; % potenza reattiva totale assorbita dal carico (P,Q) e da tutte le impedenze
% Si consideri il diagramma fasoriale, e sia  $\alpha_{2t}$  l'argomento del fasore  $\bar{E}_{2t} = E_t e^{i\alpha_{2t}}$ ,
% allora  $\bar{V}_{13t} = \sqrt{3}\bar{E}_{2t} e^{i\frac{\pi}{2}} = V_t e^{i(\alpha_{2t} + \frac{\pi}{2})}$ ,  $\bar{I}_{2t} = \frac{\bar{E}_{2t}}{Z_t} = I_t e^{i(\alpha_{2t} - \phi_t)}$ ,
% e  $W = \Re(\bar{V}_{13t}\bar{I}_{2t}) = V_t I_t \cos(\frac{\pi}{2} + \phi_t) = -V_t I_t \sin \phi_t$ , ovvero
W = -Qt./sqrt(3);
% Rifasamento: bisogna fare attenzione al fatto che ponendo  $X_L = 0$ ,  $V, R, Q$  non restano inalterati,
% quindi bisogna prima calcolare le  $\bar{Z}$  corrispondenti al carico (P,Q) a partire dai calcoli precedenti
    
```

Problema 5

Nella rete in figura sia $j(t) = J_m H(-t) + J_p H(t)$ dove H è la funzione gradino unitario di Heaviside. Come è evidente, il circuito opera a regime stazionario per $t < 0$. Scrivere l'equazione che governa il funzionamento del circuito. Considerando il transitorio estinto dopo un tempo pari a 5 volte la costante di tempo più significativa, determinare l'istante t_0 oltre il quale l'energia immagazzinata $W_C = w_C(t > t_0)$ in C si può considerare costante. Dire inoltre quanto vale l'energia immagazzinata in L per $t > t_0$

R	L	C	J_m	J_p
1	5	38	4	14

$W_C^{allievo} = NaN$ | $W_C = 3724$ | $err = NaN\%$



```

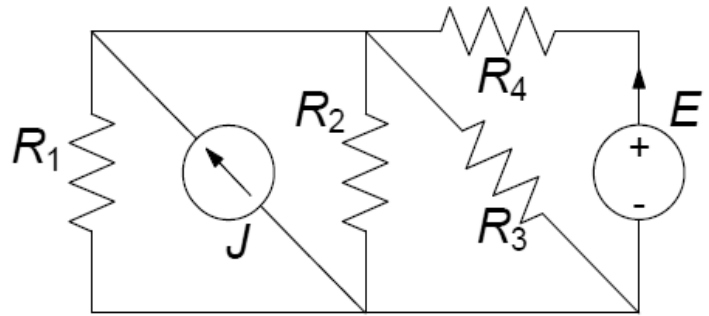
% Risolvendo il circuito, direttamente o con il metodo del circuito resistivo associato,
% si ricava l'equazione dinamica  $\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di_L}{dt} + \frac{i_L}{LC} = \frac{j}{LC}$ , oppure  $\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C}{LC} = \frac{R}{LC} j + \frac{1}{C} \frac{dj}{dt}$ 
% e i coefficienti del polinomio caratteristico  $a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ 
a = 1;
b = R./L;
c = 1./(L.*C);
% RCL sono stati scelti tali che  $R^2 C > 4L$ , cioè in modo da avere radici reali
%  $\lambda_n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ ,  $\lambda_p = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2c}{-b - \sqrt{\Delta}}$ 
% inoltre  $\lambda_n$  e  $\lambda_p$  sono entrambe negative, e  $|\lambda_n| > |\lambda_p|$ , quindi:
delta = b.^2 - 4*a.*c;
lambda_p = 2*c./(-b - sqrt(delta)); % questo è il modo corretto di calcolare la seconda radice
tau_max = -1./lambda_p;
t0 = 5*tau_max;
VC = R.*Jp; % valore (praticamente costante) di vC(t) per t>t0
WC = 0.5.*C.*VC.^2; % valore (praticamente costante) di wC(t) per t>t0
    
```

Avvertenza: Riportare il risultato numerico di ogni problema nella casella vuota in grigio. Riconsegnare tutti i fogli

Probl.A.: Calcolare la potenza PJ erogata dal generatore di corrente.
Verificare inoltre il teorema di conservazione delle potenze

R1	R2	R3	R4	E
16	23	43	13	789
J				
9				

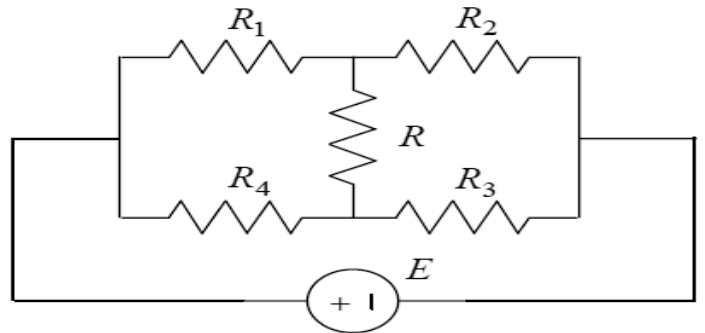
PJ=?



Probl.B.: Calcolare la potenza PR assorbita da R.
Scrivere inoltre la matrice di incidenza del circuito

R1	R2	R3	R4	R
30	36	26	70	61
E				
79				

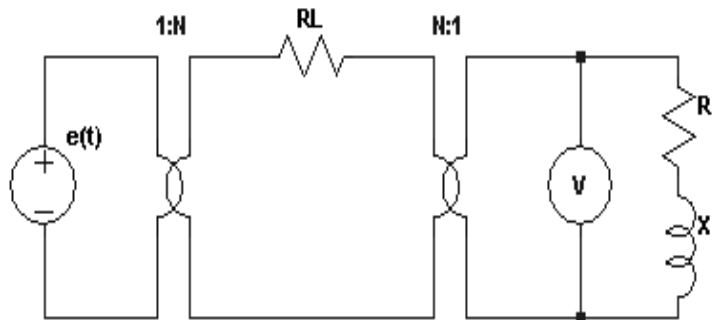
PR=?



Probl.C.: Calcolare la lettura del voltmetro, dove:
 $e(t) = \sqrt{2} \cdot E \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t)$
e i valori di R e X sono espressi in milliOhm nella tabella.
Calcolare inoltre l'energia dissipata da R in un periodo.
Cosa succede in assenza dei trasformatori (cioè per n=1)?

RL	Rmohm	Xmohm	f	N
51	241	894	50	25
E				
228				

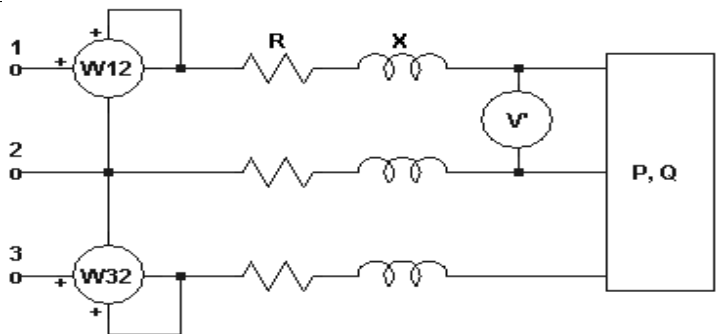
V=?



Probl.D.: Calcolare la lettura del wattmetro W12

P	R	X	Vpr	Q
4527	2	2	418	8163

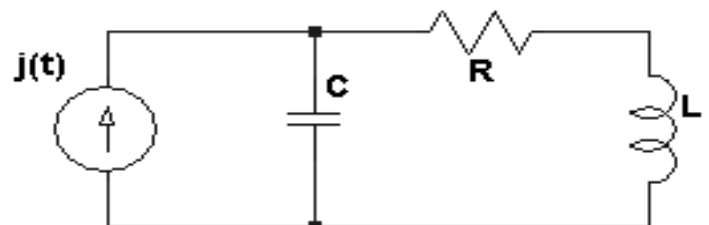
W12=?



Probl.E.: Il circuito opera a regime stazionario per $t < 0$.
Considerando il transitorio estinto dopo un tempo pari a 5 volte la costante di tempo più significativa, determinare l'istante t_0 oltre il quale il circuito si può considerare di nuovo a regime.

J	R	C	L
5	1	29	3

t0=?



$$j(t) = J, \text{ per } t < 0$$

$$j(t) = \sqrt{2} \cdot J \cdot \sin(\omega t), \text{ per } t > 0$$

```

Università di Catanzaro. Soluzione prova scritta di Elettrotecnica del 26.3.2009
Per le notazioni adoperate si consulti il documento 'Notazioni MATLAB/OCTAVE'.
Il parallelo viene calcolato con la funzione definita nel file paral.m che contiene le due righe:
function c=paral(a,b)
c=a.*b./(a+b);

%Problema A
clear
R1=16; R2=23; R3=43; R4=13; E=789; J=9;
% ci sono 5 rami in parallelo
VAB = (E./R4 + J) ./ (1./R1 + 1./R2 + 1./R3 + 1./R4); % Millmann
PJ = VAB.*J % potenza erogata da J
%
% verifica teorema di conservazione
VR4 = VAB-E;
IR4 = VR4./R4;
PR4 = VR4.^2./R4; % potenza assorbita da R4
PR3 = VAB.^2./R3;
PR2 = VAB.^2./R2;
PR1 = VAB.^2./R1;
PE = -E.*IR4; % potenza erogata da E
PR_ass = PR1+PR2+PR3+PR4 % potenza totale assorbita dai resistori
Pg_erog = PJ+PE % potenza totale erogata dai generatori

%Problema B
clear
R1=30; R2=36; R3=26; R4=70; R=61; E=79;
%
% Thevenin ai capi di R
V10 = E .* R1 ./ (R1+R2); % tensione a vuoto ai capi di R1
V40 = E .* R4 ./ (R3+R4); % tensione a vuoto ai capi di R4
E0 = V40-V10; % tensione a vuoto
R0 = paral(R1,R2) + paral(R3,R4); % R equivalente
IR = E0 ./ (R0+R);
PR = R.*IR.^2 % potenza assorbita da R

%Problema C
clear
RL=51; R_m0hm=241; X_m0hm=894; E=228; f=50; N=25;
%
R = R_m0hm*1e-3; % =0.2410 % R espresso in Ohm
X = X_m0hm*1e-3; % =0.8940 % X espresso in Ohm
E_ = E; % =228.0 % scegliamo argomento nullo per il fasore della tensione e(t)
Z_ = R+i*X; % =0.241+i0.8940 % impedenza equivalente alla serie R,X
%
% Thevenin ai capi della serie R,X
% il calcolo della tensione a vuoto è semplice essendo le correnti a vuoto tutte nulle
E0_ = E_;
Z0_ = RL./(N.^2);
%
I_ = E0_./(Z0_+Z_); % fasore della corrente nella serie R,X
V_ = Z_ .* I_; % fasore della tensione sulla serie R,X
V = abs(V_) % valore efficace = lettura del voltmetro
%
I = abs(I_);
PR = R.*(I.^2); % potenza media assorbita da R
T = 1./f; % periodo
WR = T.*PR % energia dissipata da R in un periodo
%
% Per N=1, come noto dalla teoria (libro Circuiti pag 293), innanzitutto la lettura
% del voltmetro sarà molto più piccola

%Problema D
clear
P=4527; Q=8163; R=2; X=2; Vpr=418;
%
Apr_ = P+i*Q; % potenza complessa assorbita dal carico P,Q
Apr = abs(Apr_); % potenza apparente del carico P,Q
I = Apr./(sqrt(3).*Vpr); % valore efficace delle correnti di linea
PR = 3*R.*I.^2; % potenza media assorbita dalle 3 resistenze
QX = 3*X.*I.^2; % potenza reattiva assorbita dalle 3 induttanze
Pt = P+PR; % potenza media totale assorbita
Qt = Q+QX; % potenza reattiva totale assorbita
% Sommando le formule dell'inserzione Aron W12+W32=Pt e W12-W32=-Qt/sqrt(3) si ottiene:
W12 = .5 * (Pt - Qt/sqrt(3)) % lettura del wattmetro W12

%Problema E
clear
J=5; R=1; C=29; L=3;

```

```
% Essendo interessati solo alle costanti di tempo, ci limitiamo a scrivere l'equazione dinamica
% del circuito in evoluzione libera (equazione omogenea associata), cioè per  $j(t)=0$ 
a=1; b=R./L; c=1./(L.*C); % coefficienti del polinomio caratteristico
b2 = b/2;
%  $R>0$  e  $L>0$  implica  $b>0$ , quindi le radici sono a parte reale negativa
% i valori numerici R,C,L sono stati scelti in modo da avere  $\Delta>0$ , quindi le radici sono reali
delta4 = b2.^2 - a.*c;
lambda_p = - b2 + sqrt(delta4)
tau_max = 1./abs(lambda_p);
t0 = 5*tau_max
```