



PROVA DI ELETTROTECNICA e PIE1, 1 Febbraio 2021

CdS Ing. Meccanica e Ing. Elettrica

Docenti: C. Petrarca – F. Villone

=

Esercizio 1: La rete di Fig. 1 è a regime per $t < 0$; a $t = 0$ si chiudono i due interruttori.

- 1) Risolvere la rete a regime per $t < 0$ con il metodo delle correnti di maglia.
- 2) Trovare il circuito equivalente di Norton ai morsetti del condensatore per $t \geq 0$, applicando il metodo dei potenziali nodali per il calcolo della corrente di corto circuito.
- 3) Determinare la tensione $v_c(t)$ sul condensatore $\forall t \geq 0$, a partire dalla condizione iniziale determinata al punto 1 e usando il circuito di Norton trovato al punto 2.

$$e(t) = 10\sqrt{2} \sin\left(1000t + \frac{\pi}{4}\right) V, \quad j(t) = 5 \cos(1000t) A$$

$$R_1 = 1 \Omega; R_2 = 2 \Omega; R_3 = 3 \Omega; R_4 = 4 \Omega; R_5 = 5 \Omega; R_6 = 6 \Omega; C = 0.5 mF$$

Esercizio 2: Nella rete trifase di Fig.2 alimentata da una terna simmetrica diretta di tensioni ai morsetti 1-2-3, nota la lettura del voltmetro V' , calcolare le indicazioni del voltmetro V'' e degli amperometri A' e A'' .

$$P_1 = 5 kW; Q_1 = -4 kVar; V' = 80 V;$$

$$Z_A = 9 + j12 \Omega; Z_B = 8 + j10 \Omega; Z_L = 2 + j3 \Omega$$

NOME e COGNOME _____ **MATR.** _____

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

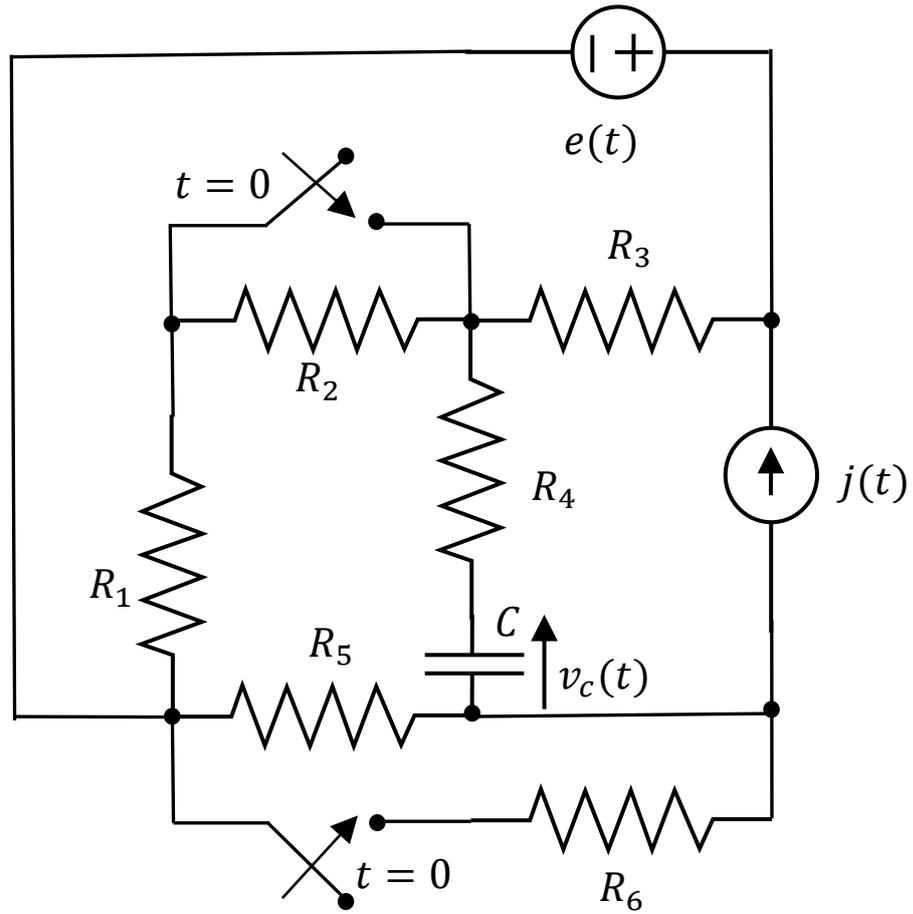


Fig.1

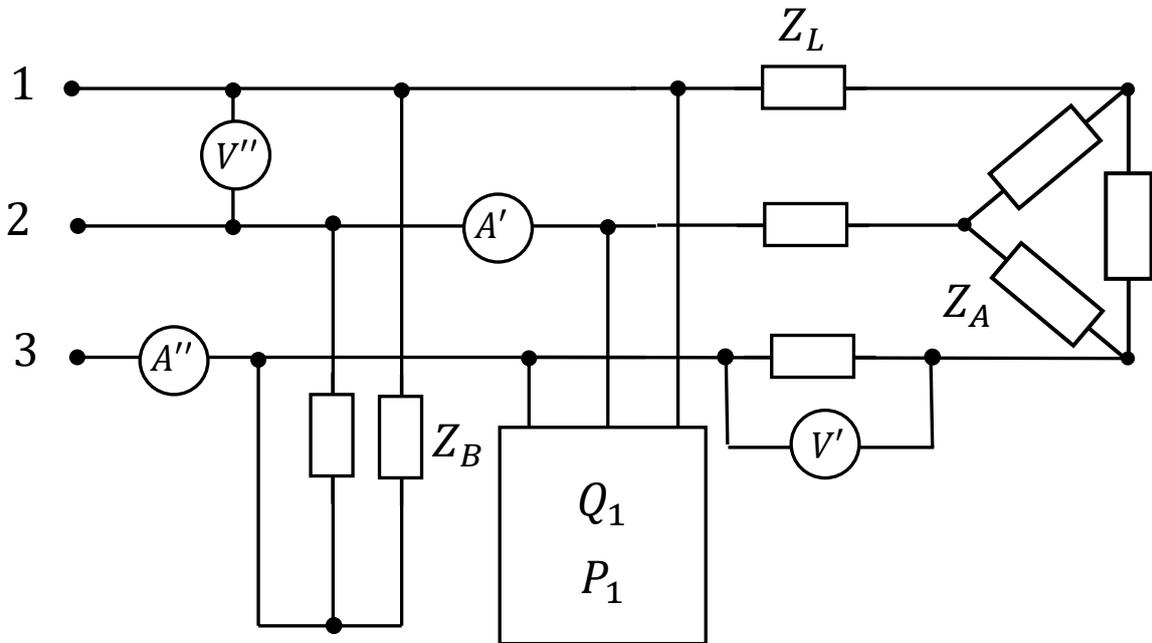
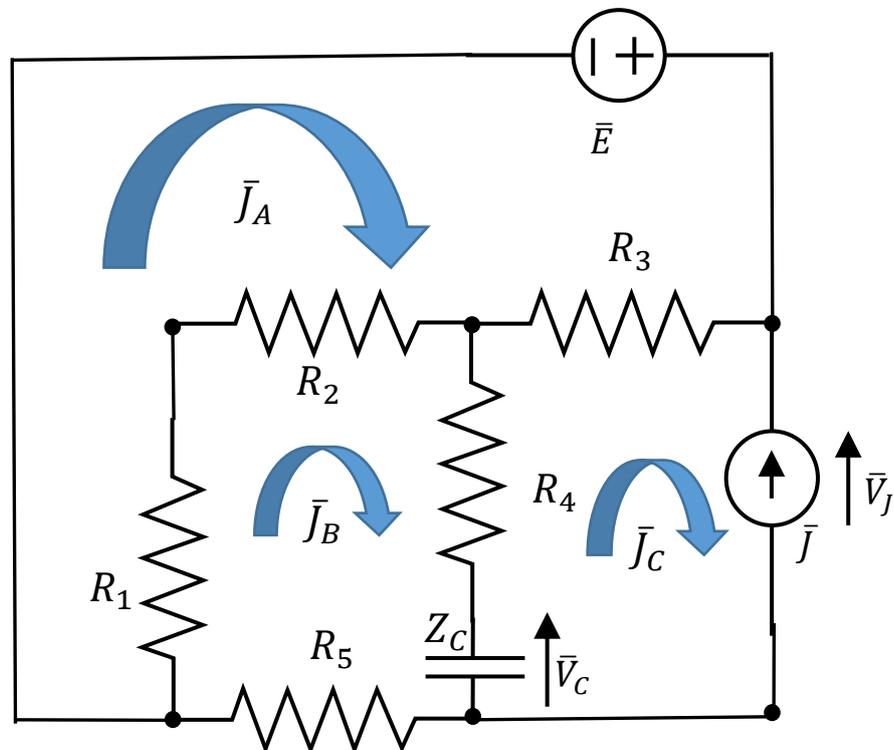


Fig. 2

Soluzione esercizio 1

Soluzione per $t < 0$: regime sinusoidale.

$$\bar{E} = 10e^{j\frac{\pi}{4}} V, \bar{J} = \frac{5}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{2}} A, Z_C = \frac{-j}{\omega C} = -j2 \Omega$$



Metodo delle correnti di maglia:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_3)\bar{J}_A - (R_1 + R_2)\bar{J}_B - R_3\bar{J}_C = \bar{E} \\ -(R_1 + R_2)\bar{J}_A + (R_1 + R_2 + R_4 + Z_C + R_5)\bar{J}_B - (R_4 + Z_C)\bar{J}_C = 0 \\ -R_3\bar{J}_A - (R_4 + Z_C)\bar{J}_B + (R_3 + R_4 + Z_C)\bar{J}_C + V_J = 0 \\ \bar{J}_C = -\bar{J} \end{cases}$$

Soluzione:

$$\bar{J}_A = 1.15 - j1.35i A, \quad \bar{J}_B = -0.04 - 1.52i A, \quad \bar{J}_C = -3.53i A$$

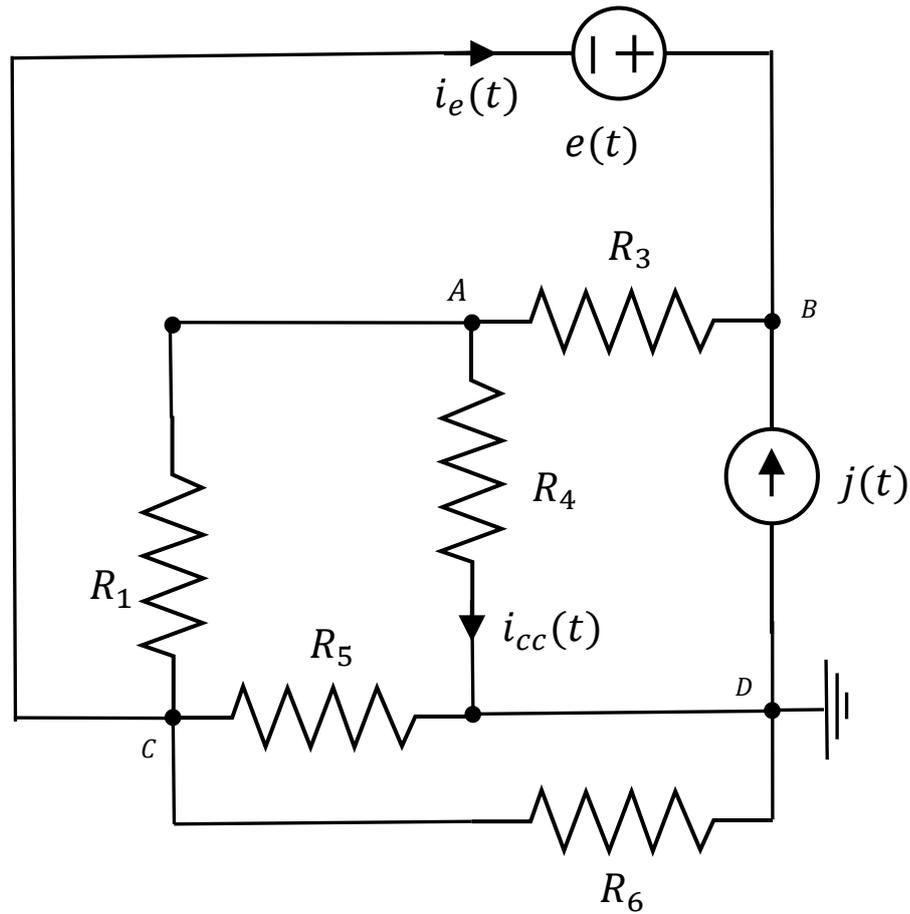
Tensione sul condensatore:

$$\begin{aligned} \bar{V}_C &= Z_C(\bar{J}_B - \bar{J}_C) = 4.02 + 0.09i V \\ v_c(t) &= 3.02\sqrt{2}\sin(1000t - 2.77) V \quad \forall t \leq 0 \\ v_c(0^-) &= 0.131 V \end{aligned}$$

Circuito equivalente di Norton per $t \geq 0$.

Resistenza equivalente:

$$R_{eq} = (R_1 || R_3) + (R_5 || R_6) + R_4 = 7.48 \Omega$$



Potenziali nodali:

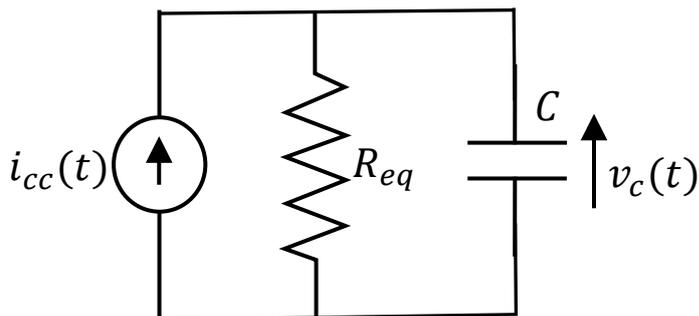
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) e_A - \frac{1}{R_3} e_B - \frac{1}{R_1} e_C = 0 \\ -\frac{1}{R_3} e_A + \frac{1}{R_3} e_B - i_e = j(t) \\ -\frac{1}{R_1} e_A + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) e_C + i_e = 0 \\ e_B - e_C = e(t) \end{cases}$$

Soluzione:

$$e_A(t) = 1.46j(t) + 0.13e(t), \quad e_B(t) = 1.73j(t) + 0.91e(t), \quad e_C(t) = 1.73j(t) - 0.09e(t)$$

Corrente di corto circuito:

$$i_{cc}(t) = \frac{e_A(t)}{R_4} = 1.54\sqrt{2}\sin(1000t + 1.41) \text{ A}$$



Equazione per $t \geq 0$:

$$\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{\tau} = \frac{i_{cc}}{C}$$

$$v_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + v_{cp}(t)$$

Integrale particolare: soluzione di regime sinusoidale

$$\bar{V}_{cp} = (R_{eq} || Z_C) \bar{I}_{cc} = 2.96 + 0.32i \text{ V}$$

$$v_{cp}(t) = 3.0\sqrt{2}\sin(1000t + 0.11) \text{ V}$$

Condizione iniziale:

$$v_c(0+) = v_c(0-) \Rightarrow A + v_{cp}(0+) = v_c(0-) \Rightarrow A = -0.32$$

Tensione sul condensatore per $t \geq 0$:

$$v_c(t) = -0.32e^{-\frac{t}{\tau}} + 3.0\sqrt{2}\sin(1000t + 0.11) \text{ V}$$

Soluzione esercizio 2

Modulo della corrente in Z_L : $I_L = \frac{V'}{|Z_L|} = 22.2 \text{ A}$

Trasformazione triangolo-stella: $Z_S = \frac{Z_A}{3} = 3 + j4 \ \Omega$

Potenza complessa assorbita da $Z_S + Z_L$: $A_{SL} = 3(Z_S + Z_L)I_L^2 = 7.38 + 10.3i \text{ kW}$

Modulo tensione stellata: $E_{SL} = |Z_S + Z_L|I_L = 190.1 \text{ V}$

Misura del voltmetro $V'' = \sqrt{3}E_{SL} = 330.6 \text{ V}$

Potenza complessa incluso il carico non accessibile: $A_{1SL} = A_{SL} + P_1 + jQ_1 = 12.4 + 6.34i \text{ kW}$

Angolo di carico: $\varphi_{1SL} = \text{angle}(A_{1SL}) = 0.4730 \text{ rad}$

Misura dell'ampmetro A' : $I_{A'} = \frac{\text{abs}(A_{1SL})}{3E_{SL}} = 24.3 \text{ A}$

Fasori:

$$\bar{E}_1 = E_{SL}, \quad \bar{E}_2 = \bar{E}_1 e^{-j\frac{2\pi}{3}}, \quad \bar{E}_3 = \bar{E}_1 e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\bar{I}_1 = I_{A'} e^{-j\varphi_{1SL}}, \quad \bar{I}_2 = \bar{I}_1 e^{-j\frac{2\pi}{3}}, \quad \bar{I}_3 = \bar{I}_1 e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

Corrente nell'ampmetro A'' : $\bar{I}_{A''} = \bar{I}_3 + \frac{\bar{E}_3 - \bar{E}_2}{Z_B} + \frac{\bar{E}_3 - \bar{E}_1}{Z_B} = 15.0 + 65.9i \text{ A}$

Indicazione dell'ampmetro $A'' = |\bar{I}_{A''}| = 67.6 \text{ A}$