



PROVA SCRITTA DI ELETTROTECNICA, 8 maggio 2018

CdS Ing. Meccanica – canali (A-L) e (M-Z)

Docenti: C. Petrarca – F. Villone

Esercizio 1: La rete di Fig. 1 è a regime per $t < 0$. Trovare il circuito equivalente di Norton ai morsetti A-B, usando il metodo dei potenziali nodali o delle correnti di maglia per il calcolo della corrente di corto circuito. Utilizzando il circuito equivalente trovato, determinare la corrente $i_L(t)$ nell'induttore $L \forall t$.

$$e_1(t) = \begin{cases} 5 & V \quad t < 0 \\ 4\sqrt{2}\sin\left(1000t + \frac{\pi}{6}\right) & V \quad t \geq 0 \end{cases}, \quad e_2(t) = \begin{cases} 6 & V \quad t < 0 \\ 3\sqrt{2}\sin\left(1000t - \frac{\pi}{4}\right) & V \quad t \geq 0 \end{cases}$$

$$j_3(t) = \begin{cases} 8 & A \quad t < 0 \\ 2\sqrt{2}\sin\left(1000t + \frac{\pi}{3}\right) & A \quad t \geq 0 \end{cases}$$

$$R_1 = 1 \Omega; \quad R_2 = 2 \Omega; \quad R_3 = 3 \Omega; \quad R_4 = 4 \Omega; \quad R_5 = 5 \Omega; \quad R_6 = 6 \Omega; \quad L = 50 \text{ mH}$$

Esercizio 2: Nota la lettura del voltmetro, nella rete trifase di Fig. 2 alimentata da una terna simmetrica diretta di tensioni ai morsetti 1-2-3:

- 1) calcolare l'indicazione del wattmetro W_1 e dell'amperometro A;
- 2) calcolare la potenza attiva e la potenza reattiva erogata dai generatori;
- 3) stimare la caduta di tensione stellata su Z_L con la formula approssimata e valutare l'errore commesso rispetto al valore esatto.

$$P = 15 \text{ kW}; \quad \cos\varphi = 0.7 \text{ (rit.)}; \quad V = 380 \text{ V};$$

$$Z_A = 5 + j3 \Omega; \quad Z_L = 0.2 + j0.1 \Omega; \quad Z_{p1} = 8 - j6 \Omega; \quad Z_{p2} = 4 + j5 \Omega$$

NOME e COGNOME _____

MATR. _____

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

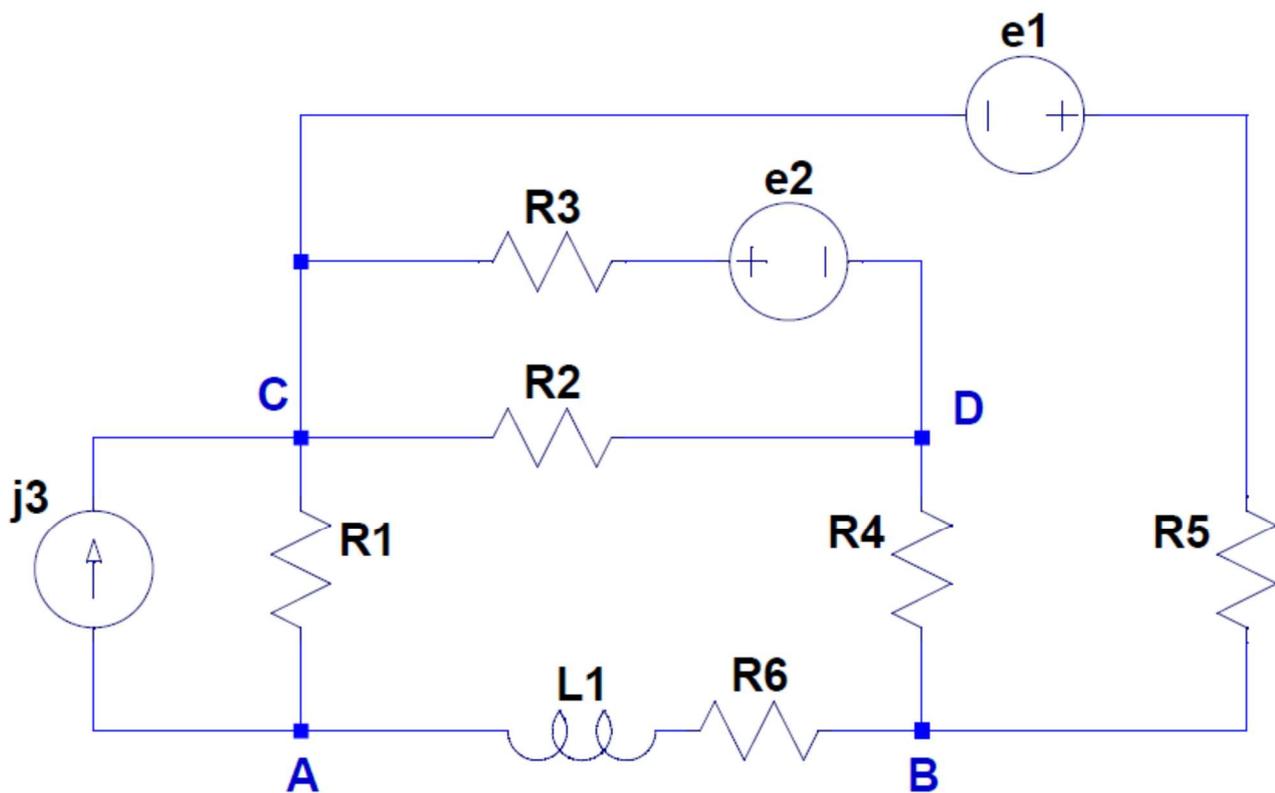


Fig.1

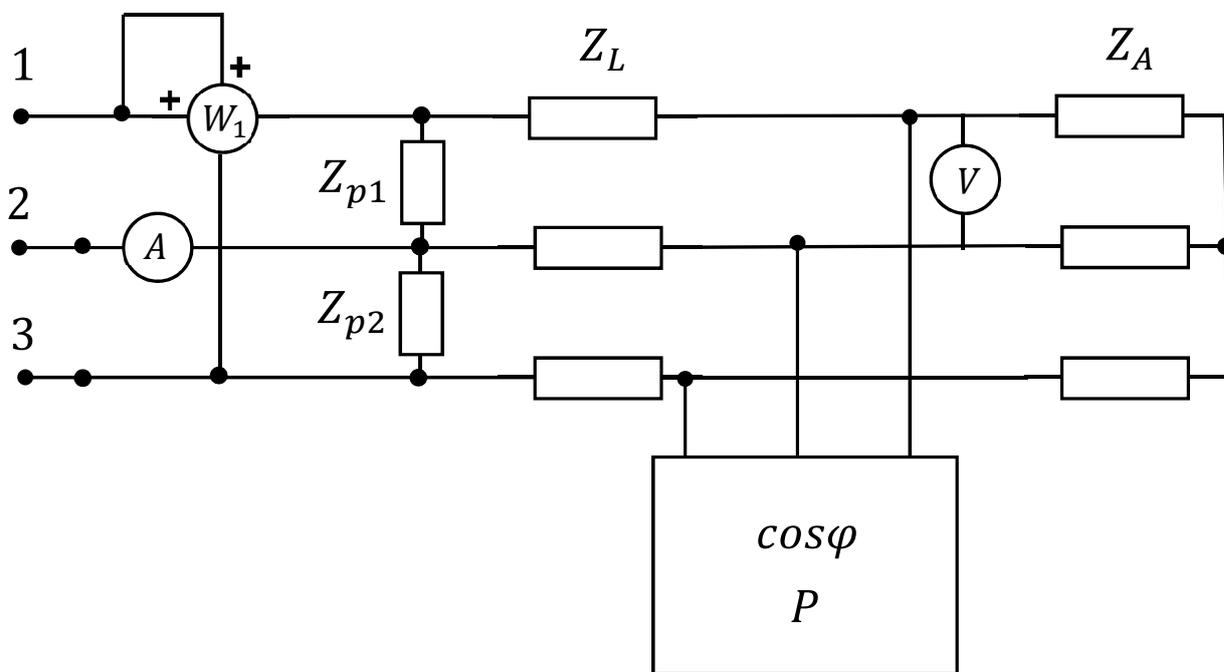


Fig. 2

Soluzione esercizio 1

Resistenza equivalente ai morsetti A-B:

$$R_{eq} = \{[(R_2 || R_3) + R_4] || R_5\} + R_1 = 3.549 \Omega$$

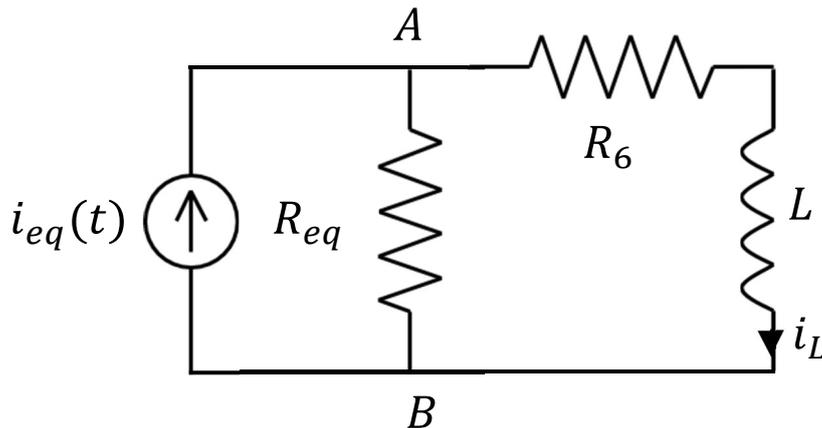
Corrente di corto circuito tra i morsetti A-B con potenziali nodali:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right) e_C - \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) e_D = j_3(t) + \frac{e_2(t)}{R_3} - \frac{e_1(t)}{R_5} \\ -\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) e_C + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) e_D = -\frac{e_2(t)}{R_3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} e_C(t) = 0.7182 j_3(t) + 0.0552 e_2(t) - 0.1436 e_1(t) \\ e_D(t) = 0.5525 j_3(t) - 0.2652 e_2(t) - 0.1105 e_1(t) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} i_{eq}(t) &= \frac{e_C(t)}{R_1} - j_3(t) = -0.2818 j_3(t) + 0.0552 e_2(t) - 0.1436 e_1(t) = \\ &= \begin{cases} -2.641 A & t < 0 \\ 1.111\sqrt{2}\sin(1000t - 2.209) A & t > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Circuito equivalente di Norton:



Per $t < 0$ (rete a regime): $i_L = i_{eq} \frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_6} = -0.9816 A$

Per $t > 0$: $i_L(t) = A * \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + i_{Lp}(t)$, $\tau = \frac{L}{(R_{eq} + R_6)} = 5.236 ms$

$$\bar{I}_L = \bar{I}_{eq} \frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_6 + j\omega L} \Rightarrow i_L(t) = 0.0775\sqrt{2} \sin(1000t + 2.692) A$$

Condizione iniziale: $i_L(0^-) = i_L(0^+) \Rightarrow A = -1.029$

In definitiva:

$$i_L(t) = \begin{cases} -0.9816 A & t < 0 \\ -1.029 * \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + 0.0775 \sqrt{2} \sin(1000t + 2.692) A & t > 0 \end{cases}$$

Soluzione esercizio 2

Tensione stellata su Z_A : $E_A = V / \sqrt{3} \approx 220 \text{ V}$

Potenza complessa assorbita da Z_A : $A_A = 3 \frac{E_A^2}{\text{conj}(Z_A)} = 21.2 + j12.7 \text{ kW}$

Potenza complessa assorbita dalla Z_A e il carico non accessibile:

$$A_B = A_A + P + jP * \tan(\text{acos}(0.7)) = 36.2 + j 28.0 \text{ kW}$$

Corrente in Z_L : $I_B = \frac{\text{abs}(A_B)}{3E_A} = 69.6 \text{ A}$

Potenza complessa assorbita a valle del carico non equilibrato: $A_C = A_B + 3Z_L I_B^2 = 39.1 + j 29.5 \text{ kW}$

Tensione stellata a monte della linea: $E = \frac{\text{abs}(A_C)}{3I_B} = 234.7 \text{ V}$

$$\bar{E}_1 = E; \bar{E}_2 = \bar{E}_1 \exp\left(-j\frac{2\pi}{3}\right); \bar{E}_3 = \bar{E}_1 \exp\left(+j\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\bar{V}_{12} = \bar{E}_1 - \bar{E}_2; \bar{V}_{23} = \bar{E}_2 - \bar{E}_3; \bar{V}_{13} = \bar{E}_1 - \bar{E}_3$$

Correnti di linea: $\varphi_C = \arctg\left(\frac{Q_C}{P_C}\right)$

$$\bar{I}_1 = I_B \exp(-j\varphi_C); \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \exp\left(-j\frac{2\pi}{3}\right); \bar{I}_3 = \bar{I}_1 \exp\left(+j\frac{2\pi}{3}\right);$$

Correnti e potenze del carico non equilibrato:

$$\bar{I}_{p1} = \frac{\bar{V}_{12}}{Z_{p1}}; \bar{I}_{p2} = \frac{\bar{V}_{23}}{Z_{p2}}$$

$$A_{p1} = Z_{p1} \text{abs}(\bar{I}_{p1})^2; A_{p2} = Z_{p2} \text{abs}(\bar{I}_{p2})^2$$

Potenza complessa erogata dai generatori:

$$A_T = A_C + A_{p1} + A_{p2} = 68.5 + j 39.7 \text{ kW}$$

Corrente misurata dall'amperometro:

$$I_{amp} = \text{abs}(\bar{I}_2 + \bar{I}_{p2} - \bar{I}_{p1}) = 166.3 \text{ A}$$

Lettura del wattmetro:

$$W_1 = \text{real}(\bar{V}_{13} \text{conj}(\bar{I}_1 + \bar{I}_{p1})) = 26.1 \text{ kW}$$

Caduta di tensione stellata esatta: $\Delta E = E - E_A = 15.29 \text{ V}$

Caduta di tensione stellata approssimata:

$$\Delta E_{app} = \text{real}(Z_L) I_B \cos(\text{angle}(A_B)) + \text{imag}(Z_L) I_B \sin(\text{angle}(A_B)) = 15.27 \text{ V}$$

Errore commesso: $\frac{\Delta E - \Delta E_{app}}{\Delta E} = 0.123\%$