



Università degli Studi di Napoli Federico II
CdL Ing. Elettrica
Corso di Laboratorio di Circuiti Elettrici

Introduzione a MATLAB

Lezione n.3

Dr. Carlo Petrarca

Dipartimento di Ingegneria Elettrica e
Tecnologie dell'Informazione

Università di Napoli FEDERICO II

MATLAB Help

MATLAB ha un ricco help online.

Per accedere alle informazioni su un comando di Matlab, digitare *help* al prompt seguito dal nome del comando



```
>> help clc
```

CLC Clear command window.

CLC clears the command window and homes the cursor.

See also home.

Reference page in Help browser

doc clc

Creazione automatica di vettori

Si può generare un vettore X di numeri equispaziati da un minimo $xmin$ ad un massimo $xmax$ con passo prestabilito $delta$.

```
>> xmin=20; xmax=40; delta=2;
```

```
>> X=[xmin:delta:xmax]
```

```
X =
```

```
20  22  24  26  28  30  32  34  36  38  40
```

Con la funzione ***linspace*** si crea un vettore Y di numeri equispaziati da un minimo $xmin$ ad un massimo $xmax$, prefissando il numero di punti N

```
>> N=7; Y=linspace(xmin,xmax,N)
```

```
Y =
```

```
20.000  23.333  26.666  30.000  33.333  36.666  40.000
```

Con la funzione **logspace** si crea un vettore Y di N numeri con spaziatura in scala logaritmica tra le decadi $10^{x_{\min}}$ e $10^{x_{\max}}$, prefissando il numero di punti N

Creo un vettore di 12 elementi spaziati con scala logaritmica da 10^2 a 10^4 :

```
N=12; xmin=2; xmax=4; Y=logspace(xmin,xmax,N)
```

Y =

1.0e+004 *

Columns 1 through 7

0.0100	0.0152	0.0231	0.0351	0.0534	0.0811	0.1233
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 8 through 12

0.1874	0.2848	0.4329	0.6579	1.0000
--------	--------	--------	--------	--------

Matrici

```
>> M=[3 5 6 6; 1 2 1 4; 8 9 0 4]
```

```
M =
```

```
    3    5    6    6
    1    2    1    4
    8    9    0    4
```

$$M = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 6 & 6 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \\ 8 & 9 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

```
>> size(M)
```

```
ans =
```

```
    3    4
```

M è una matrice $[3 \times 4]$, 3 righe e 4 colonne

L'accesso agli elementi di una matrice avviene attraverso indici.

$M(3,2)$ è l'elemento in terza riga e seconda colonna in M

```
>> M(3,2)
```

```
ans =
```

```
    9
```

$$M = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 6 & 6 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \\ 8 & 9 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

L'operatore : (due punti)

Consente di selezionare gli elementi di una matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 2 & 5 & 0 \\ 5 & 7 & 9 & 11 & 3 \\ 4 & 5 & 3 & 9 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}$$

$$D = A(3, 2:5)$$

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

(**3**,**2:5**)

seleziona dalla matrice A la sola riga **3** e le colonne dalla n.2 alla n.5 **2:5** della riga **3**

2:5

indica l'intervallo tra 2 e 5

:

indica tutto

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 2 & 5 & 0 \\ 5 & 7 & 9 & 11 & 3 \\ 4 & 5 & 3 & 9 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}$$

$$B = A(:,2)$$

$$B =$$

3

7

5

3

(:,2)

seleziona dalla matrice A tutte (:) le righe appartenenti alla colonna 2

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 2 & 5 & 0 \\ 5 & 7 & 9 & 11 & 3 \\ 4 & 5 & 3 & 9 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}$$

$$B = A(2:3,1:3)$$

5

7

9

4

5

3

(2:3,2:4)

seleziona le colonne dalla n.1 alla n.3 1:3 e le righe dalla 2 alla 3 2:3

Crea una matrice D formata dalla seconda e quarta colonna di A

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 2 & 5 & 0 \\ 5 & 7 & 9 & 11 & 3 \\ 4 & 5 & 3 & 9 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}$$

$$B = A(:,2)$$

$$B =$$

3

7

5

3

$$C = A(:,4)$$

$$C =$$

5

11

9

5

$$D = [B \ C]$$

3 5

7 11

5 9

3 5

Attenzione: cosa accade se scrivo $D = [B; C]$? Perché?

- ❑ E' possibile costruire matrici particolari (**zeros**, **ones**, **eye** **rand** ...)

```
>> Z=zeros(2,4)
```

```
Z =
```

```
0    0    0    0
0    0    0    0
```

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

zeros(m,n) genera una matrice nulla di dimensione (m*n);

zeros(n) genera una matrice quadrata nulla di ordine n

```
>> U=ones(3,5)
```

```
U =
```

```
1    1    1    1    1
1    1    1    1    1
1    1    1    1    1
```

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

ones(m,n) genera una matrice con tutti 1 di dimensione (m*n);

ones(n) genera una matrice quadrata con tutti 1 di ordine n

```
>> I=eye(3)
```

```
I =
```

```
    1    0    0
    0    1    0
    0    0    1
```

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

eye(m,n) genera una matrice unitaria di dimensione (m*n);
eye(n) genera una matrice quadrata unitaria di ordine n

```
>> rand(2,4)
```

```
ans =
```

```
    0.7922    0.6557    0.8491    0.6787
    0.9595    0.0357    0.9340    0.7577
```

rand(m,n) genera una matrice (m*n) con elementi presi a caso nell'intervallo [0,1] secondo una distribuzione uniforme;

Operazioni su matrici e vettori

❑ Somma/differenza tra vettori (+, -)

```
>> a=[5 3 2]; b=[6 5 2];c=a+b
```

```
c =
```

```
11    8    4
```

n.b.

su una stessa riga possono stare più operazioni se separate da ;

ATTENZIONE !

L'operazione di somma è definita elemento per elemento.

Se le dimensioni dei vettori non coincidono, si incorre in errore.

```
>> a=[5 3 2]; d=[4 8 5 2];e=a+d
```

```
??? Error using ==> plus
```

```
Matrix dimensions must agree.
```

❑ Moltiplicazione (.*) e Divisione (./) (elemento per elemento) tra vettori

```
>> a=[5 3 2]; b=[6 5 2];p=a.*b
```

```
p =
```

```
30  15   4
```

ATTENZIONE !

L'operazione di moltiplicazione elemento per elemento è definita dal comando “ .* ”

Il comando “ * ” si usa per la moltiplicazione riga $\times$ colonna

```
>> a=[5 3 2]; b=[6 5 2];P=a*b
```

```
??? Error using ==> mtimes
```

```
Inner matrix dimensions must agree.
```

❑ Prodotto righe × colonne

Dato un vettore riga a e un vettore colonna b aventi la stessa lunghezza N è possibile definire il prodotto righe×colonne $s=a*b$.

Il risultato è uno scalare s

$$a = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4]$$

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

$$s = \sum_{i=1}^N a_i b_i$$

$$s = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + a_4 b_4$$

```
>> s=a*b;
```

In Matlab il comando “*” definisce il prodotto riga×colonna

❑ Prodotto righe × colonne

Data una matrice A [m,n] e una matrice B [n,p] il prodotto righe×colonne $C=AB$ è una matrice C[m,p] in cui il generico elemento è:

$$c_{ij} = \sum_{s=1}^N a_{is} b_{sj} \quad \text{per } i = 1, \dots, m \quad \text{per } j = 1, \dots, p$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{31} \end{bmatrix}$$

$$c_{12} = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} + a_{14}b_{42}$$

```
>> A=[5 4 12 7; 1 2 11 4; 3 6 9 8]; B=[1 5;3 7; 12 1; 6 8]; C=A*B
```

```
C =
```

```
203 121
```

```
163 62
```

```
177 130
```

La stessa distinzione vale per $\wedge$ (potenza fra matrici)
 $\cdot\wedge$ (potenza fra componenti)

$C=A.\wedge 2$ indica la matrice con elementi $c_{ij} = (a_{ij})^2$

A =

5	4	12	7
1	2	11	4
3	6	9	8

C =

25	16	144	49
1	4	121	16
9	36	81	64

$Q=A\wedge 2$ indica la operazione $A\times A$ tra matrici e può essere effettuata solo tra matrici quadrate

```
>> Q=A^2
??? Error using ==>
mpower
Matrix must be square.
```

❑ Matrice inversa

Data una matrice A $[n,n]$, la matrice B tale che:

$$AB = BA = 1$$

Si dice matrice INVERSA della matrice A ($B=A^{-1}$)

In MATLAB l'inversa di una matrice A si ottiene con il comando *inv*
oppure elevando la matrice A alla potenza (-1)

```
>> A=[5 3; 2 7]
```

```
A =
```

```
5    3  
2    7
```

```
>> B=inv(A)
```

```
B =
```

```
0.2414 -0.1034  
-0.0690 0.1724
```

```
>> B=A^-1
```

```
B =
```

```
0.2414 -0.1034  
-0.0690 0.1724
```

```
>> A*B
```

```
ans =
```

```
1.0000 -0.0000  
0      1.0000
```

```
>> B*A
```

```
ans =
```

```
1.0000 -0.0000  
0      1.0000
```

❑ Matrice trasposta

Data una matrice A $[m,n]$, la matrice trasposta di A , che indicheremo con A^T è la matrice $[n,m]$ le cui righe coincidono con le colonne di A

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} \end{bmatrix}$$

In MATLAB la trasposta di una matrice A si ottiene con il comando A'

A =

5	4	12	7
1	2	11	4
3	6	9	8

>> At=A'

At =

5	1	3
4	2	6
12	11	9
7	4	8

❑ Determinante di una matrice quadrata

Il determinante di una matrice A $[2,2]$, si calcola con la operazione:

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}.$$

In MATLAB il determinante si ottiene con il comando ***det***

```
>> A=[7 -3; 5 2]
```

```
A =
```

```
7   -3
```

```
5    2
```

```
>> det(A)
```

```
ans =
```

```
29
```

Esempio: determinante di una matrice di ordine 3

Per il determinante di una matrice quadrata di ordine 3 conviene dapprima definire complemento algebrico A_{ik} del termine $a(i,k)$ della matrice A il determinante della matrice quadrata (di ordine 2) che si ottiene dalla matrice data sopprimendo la riga i -esima e la colonna k -esima, preso con il suo segno ovvero col segno opposto secondo che $i + k$ sia pari o dispari.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} = \\ = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + a_{12}(a_{31}a_{23} - a_{21}a_{33}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}).$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 3 & 2 \\ 5 & 7 & 9 \\ 4 & 5 & 3 \end{vmatrix} = -135$$

```
>> A=[8 3 2; 5 7 9;4 5 3];  
>> det(A)  
ans =  
  
-135
```

Esercizi

Esegui il prodotto y righe per colonne tra la matrice A e il vettore x

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 & 5 \\ -7 & 8 & -11 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$$

y =

43
-46
77

Esegui il prodotto p elemento per elemento tra la 2^a riga di A e il vettore x

p =

-21 48 -77 4

Esercizi

Verificare la regola per il calcolo dell'inversa di una matrice quadrata A

1) Si determina una matrice $[a]$ tale che ogni suo elemento a_{ik} sia:

$$a_{ik} = \frac{A_{ik}}{|A|}$$

Con A_{ik} complemento algebrico del termine a_{ik} della matrice A

2) Si esegue la trasposta di $[a]$

Esercizi

□ Verificare le seguenti proprietà delle matrici:

$$(A * B)^T = B^T * A^T$$

$$A * B \neq B * A$$

$$A * (B + C) = A * B + A * C$$

$$(B + C) * A = B * A + C * A$$

$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$$

$$\det(A * B) = \det(B) * \det(A)$$

File .m – Editor di file .m

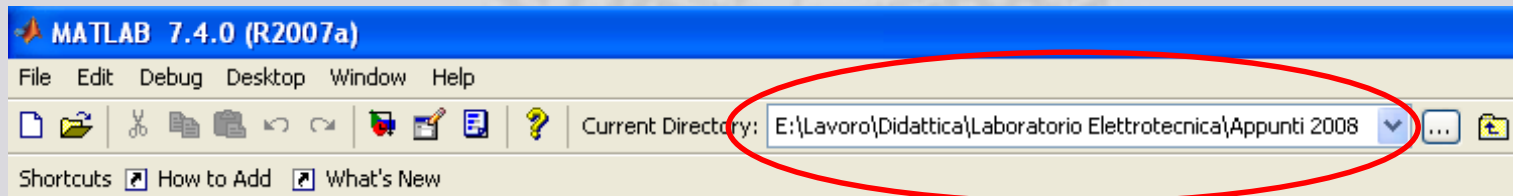
Un file .m (M-file) è un programma riconoscibile da Matlab.

E' un file di testo contenente codice MATLAB

In Matlab è presente un editor di files .m

Per accedere all'editor: File → New → M-file

Con il comando Save il file sarà salvato nella Current Directory



Se si crea un file *prova.m* e si digita al prompt il comando

>>*prova*

Matlab eseguirà tutte le istruzioni contenute nel file.

I vantaggi di un file .m sono notevoli. Infatti, si può:

- ☐ Eseguire un algoritmo senza dover digitare ogni volta una lunga serie di comandi
- ☐ Ottenere una documentazione del lavoro svolto
- ☐ Cambiare dati senza dover digitare nuovamente tutti i comandi
- ☐ Scambiare programmi con altri utenti

File .m – Esercizio – esempio1.m

❑ Creare la matrice **A**[3*4]

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 11 & 3 & 6 \\ 22 & -5 & -6 & 12 \\ 4 & 3 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

❑ Estrarre da **A** il vettore **b**

$$b = \{4 \quad 3 \quad 2 \quad 8\}$$

❑ Creare il vettore **bt** (trasposta di **b**)

$$b = \begin{Bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 8 \end{Bmatrix}$$

❑ Calcolare s, prodotto scalare tra la prima riga di **A** e il vettore **bt**

❑ Risultato: s=115

% Esempio n.1 di utilizzo Matlab

% Ripulisco la Command Window
clc;

% Cancello dalla memoria tutte le variabili
clear all;

% Creazione della matrice A
A=[7 11 3 6; 22 -5 -6 12; 4 3 2 8];

% Estrazione del vettore b
b=A(3,:);

% Trasposta di b
bt=b';

% Prodotto 1^riga di A per bt
s=A(1,:)*bt