

Esercizio 1: Determinare la misura del wattmetro W nella rete trifase simmetrica e equilibrata di Fig.1.

$$P_2 = 2425W; \quad A = 5; \quad \cos\varphi_2 = 0.7(\text{rit}); \quad R = 10\Omega; \quad P_1 = 1500W; \quad Q_1 = -1000Var;$$

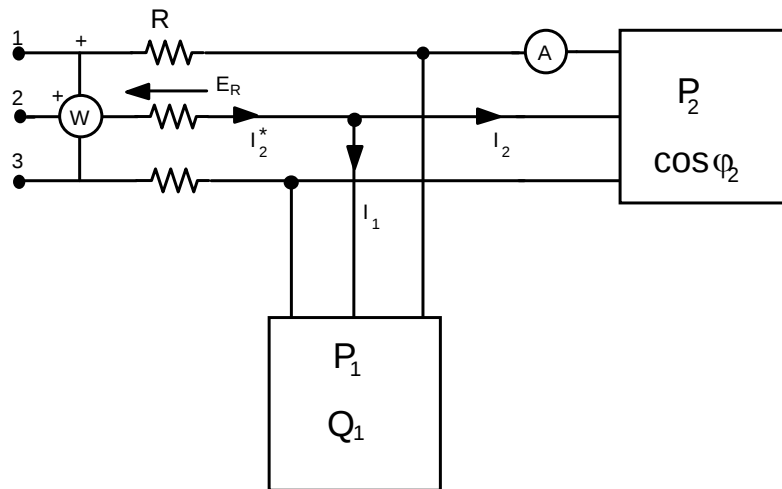


Fig.1

Il wattmetro legge la grandezza $W = \text{Re} \left(\overline{V_{13}} * \overline{I_2^*} \right)$ con $\overline{I_2^*} = \overline{I_2} + \overline{I_1}$

Nota la lettura dell'amperometro si ricava il valore efficace della tensione concatenata sul carico 2:

$$V_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3} I_2 \cos \varphi_2} = 400$$

Scelto sull'asse reale il fasore della tensione stellata $\overline{E_2}$ si ha: $\overline{E_2} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231$

Il fasore $\overline{I_2} = I_2 e^{-j\varphi_2} = 5 * (0.7 - j0.7) = 3.5 - j3.5$

Il valore efficace della corrente $\overline{I_1}$ risulta: $I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} V \cos \varphi_1} = 2.6$ ove $\varphi_1 = \arctan \frac{Q_1}{P_1} = -33.7^\circ$

Il fasore $\overline{I_1} = I_1 e^{-j\varphi_1} = 2.6 * (0.83 + j0.55)$

La corrente $\overline{I_2^*} = 3.5 - j3.5 + 2.16 + j1.44 = 5.6 - j2.1$

Nota $\overline{I_2^*}$, posso valutare la tensione sulla resistenza R: $\overline{E_R} = R * \overline{I_2^*} = 56 - j21$

La tensione stellata sul carico equivalente è, pertanto: $\overline{E_2^*} = \overline{E_R} + \overline{E_2} = 287 - j21$

E la tensione concatenata $\overline{V_{13}} = \sqrt{3} * \overline{E_2^*} * e^{j90^\circ} = 36.8 + j498$:

da cui: **W=-851W**

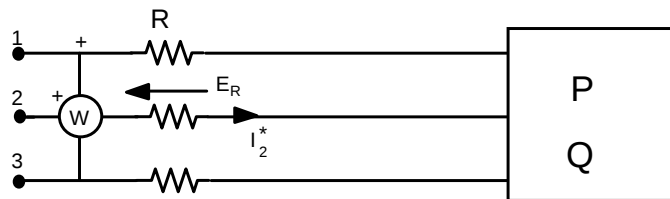
E' possibile anche utilizzare un altro metodo di risoluzione.

Il carico 1 e il carico 2 costituiscono un unico carico che assorbe le potenze:

$$P = P_1 + P_2 = 1500 + 2425 = 3925W$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = Q_1 + P_2 \tan \varphi_2 = 2474 - 1000 = 1474Var$$

e sottoposto alla tensione concatenata $V_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3}I_2 \cos \varphi_2} = 400$



Il valore efficace della corrente $\overline{I_2^*}$ si ricava da: $I_2^* = \frac{P}{\sqrt{3}V \cos \varphi} = 6.05$ $\varphi = \arctan\left(\frac{Q}{P}\right) = 20.6^\circ$ con

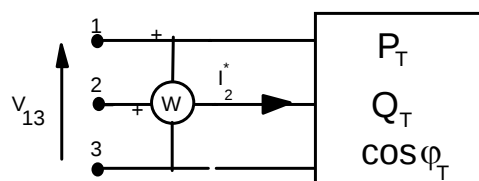
La potenza dissipata sulle tre resistenze R è: $P_{jR} = 3 * R * (I_2^*)^2 = 1098W$

Il carico "totale" assorbe le potenze:

$$P_T = P + P_{jR} = 3925 + 1044 = 5023W$$

$$Q_T = Q + Q_{jR} = 1474 + 0 = 1474Var$$

con $\varphi_T = 16.3^\circ$



La tensione concatenata si ricava da: $V_{13} = \frac{P_T}{\sqrt{3}I_2^* \cos \varphi_T} = 499.5V$

Scegliendo il fasore $\overline{E_2}$ sull'asse reale: $\overline{E_2} = 288$

Da cui: $\overline{I_2^*} = I_2^* e^{-j\varphi_T} = 5.8 - j1.7$; $\overline{V_{13}} = \sqrt{3}E_2 e^{+j90^\circ} = j499.5$

W=-851W

Esercizio2: Determinare la misura del wattmetro W nella rete trifase simmetrica di Fig.2, che alimenta i carichi trifase equilibrati 1 e 2.

$$A = 10A; \quad P_1 = 15kW; \quad Q_1 = -10kVar; \quad R = 24\Omega; \quad X = 15\Omega;$$

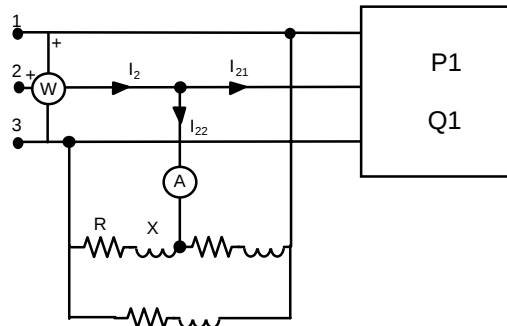


Fig.2

Il wattmetro legge la grandezza $W = \text{Re} \left(\overline{V_{13}} * \overline{I_2} \right)$

$$\text{La corrente } \overline{I_2} = \overline{I_{21}} + \overline{I_{22}}$$

Trasformiamo il triangolo in una stella di impedenze: $R_s = R/3$; $X_s = X/3$

Il modulo della tensione stellata sul carico 2 è: $E_2 = I_{22} * \text{mod}(R_s + jX_s) = 94.3$

Scegliamo il fasore $\overline{E_2}$ sull'asse reale: $\overline{E_2} = 94.3$

Calcoliamo il fasore $\overline{I_{22}}$: $I_{22} = 10$; $\angle \overline{I_{22}} = \angle \overline{E_2} - \arctan \left(\frac{X_s}{R_s} \right)$; $\overline{I_{22}} = 10e^{-j32^\circ} = 8.5 - j5.3$

Il modulo V della tensione concatenata è: $V = \sqrt{3}E = 163.4$

Calcoliamo il fasore $\overline{V_{13}}$: $V_{13} = 163.4$; $\angle \overline{V_{13}} = \angle \overline{E_2} + 90^\circ$; $\overline{V_{13}} = 163.4e^{+j90^\circ} = j163.4$

Il fasore della corrente di linea $\overline{I_{21}}$ si può ricavare dalle potenze P_1 e Q_1 e dal fattore di potenza del carico 1:

$$\varphi_1 = \arctan \left(\frac{Q_1}{P_1} \right) = -33.7^\circ$$

$$I_{21} = \frac{P_1}{\sqrt{3}V \cos \varphi_1} = 63.7; \quad \angle \overline{I_{21}} = \angle \overline{E_2} - \varphi_1 = 33.7^\circ; \quad \overline{I_{21}} = 63.7e^{j33.7^\circ} = 53 + j35.3$$

$$\overline{I_2} = 61.5 + j30$$

Da cui la lettura del wattmetro è: **W=4907 W**

Esercizio3: Determinare la misura del wattmetro W nella rete trifase simmetrica e equilibrata di Fig.3.

$$P = 5256W; \quad \cos \varphi = 0.8 \text{ (carico ohmico - capacitivo);} \quad R = 10\Omega; \quad Z = +j54.6\Omega; \quad V = 380V;$$

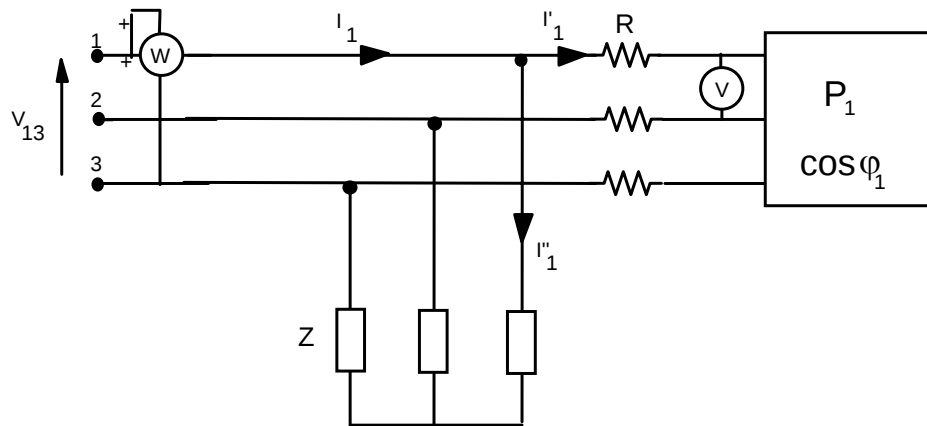


Fig.3

Il wattmetro legge la grandezza $W = \operatorname{Re} \left(\overline{V_{13}} * \underline{\overset{\vee}{I}_1} \right)$

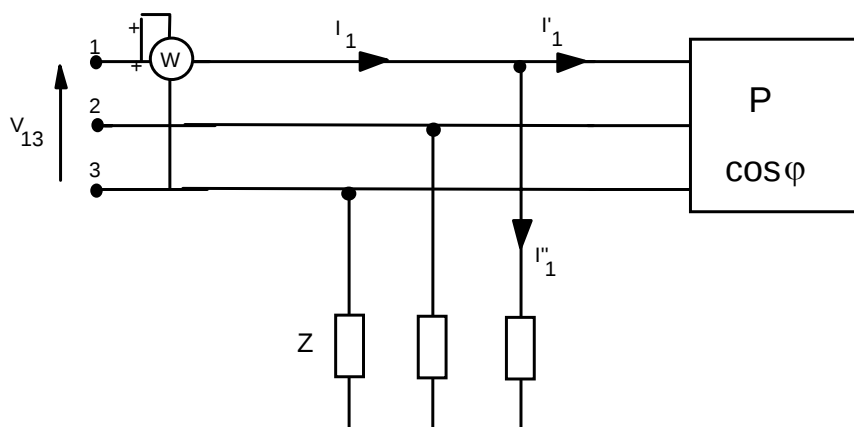
Dalla lettura del voltmetro è nota la tensione concatenata sul carico 1.

Il valore efficace della corrente di linea $\overline{I}_1'$ risulta: $I_1' = \frac{P_1}{\sqrt{3}V \cos \varphi_1} = 10$

Nota la corrente I_1' , la potenza dissipata sulle tre resistenze R è $P_R = 3R * (I_1')^2 = 2989 W$

Il carico equivalente costituito dai tre resistori R e dal carico 1 assorbe le potenze:

$$P = P_1 + P_R = 8245 W; \quad Q = Q_1 + Q_R = P \tan \varphi_1 + 0 = -3942 \text{ Var}$$



Il valore efficace della tensione stellata su tale carico si può ricavare dalla relazione:

$$E_1 = \frac{P}{3I_1' \cos \varphi} = 305.2V \quad \text{con} \quad \varphi = a \tan \frac{Q}{P}$$

Ma E_1 è anche la tensione stellata sul carico costituito dalle tre impedenze Z . E' quindi possibile ricavare il valore efficace della corrente in tali impedenze:

$$I_1'' = \frac{E_1}{|Z|} = \frac{E_1}{54.6} = 5.58A$$

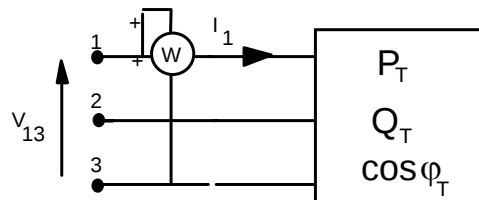
Il carico trifase costituito dalle tre impedenze Z assorbe una potenza attiva P_2 nulla ed una potenza reattiva Q_2 pari a:

$$Q_2 = 3X_L(I_1'')^2 = 3\frac{(E_1)^2}{X_L} = 5117 \text{ Var}$$

Il carico totale "visto" dal wattmetro assorbe la potenza:

$$P_T = P + P_2 = 8245W; \quad Q_T = Q + Q_2 = 1175Var$$

Il carico "totale" è ohmico-induttivo



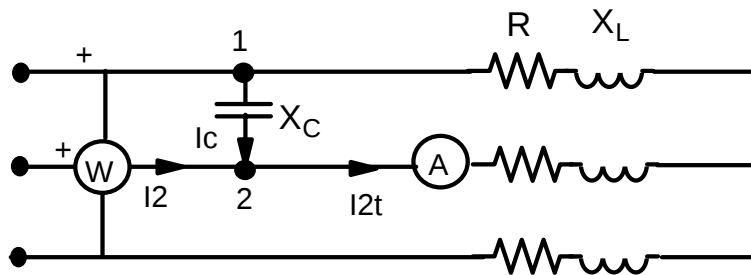
Scegliendo il fasore $\overline{E_1}$ sull'asse reale: $\overline{E_1} = 305.18$

Da cui: $\overline{I_1} = I_1 e^{-j\varphi} = 9 - j1.28$; $\overline{V_{13}} = \sqrt{3}E_1 e^{-j30^\circ} = 457.8 - j264.3$

e **W=4462 W**

ESERCIZIO 4

Determinare la misura del wattmetro W nella rete trifase di Fig.2 alimentata da una terna simmetrica di tensioni, nota la lettura dell'amperometro (A=10A).



$$R = 50\Omega; \quad X_L = 20\Omega; \quad X_C = 20\Omega;$$

Il wattmetro legge la grandezza $W = \operatorname{Re} \left(\overline{V_{13}} * \overline{I_2} \right)$

La corrente $\overline{I_2} = \overline{I_{2T}} - \overline{I_c}$

La tensione $\overline{E_2}$ in modulo risulta: $\operatorname{mod}(\overline{E_2}) = \operatorname{mod}(R + jX_L) * I_A = 538.5V$

Ove I_A è la lettura dell'amperometro.

Scegliamo il fasore $\overline{E_2}$ sull'asse reale: $\overline{E_2} = 538.5$

La corrente I_{2T} è sfasata in ritardo di un angolo φ rispetto alla tensione E_2 :

$$\varphi = \arctan\left(\frac{X_L}{R}\right) = 21.8^\circ \quad \overline{I_{2T}} = I_A e^{-j\varphi} = 9.3 - j3.7$$

La tensione sul condensatore è la tensione concatenata V_{12}

$$\overline{V_{12}} = \sqrt{3}E_2 e^{j\frac{5\pi}{6}} = -807 + j466$$

La corrente nel condensatore è $\overline{I_c} = \overline{I_{12}} = \frac{\overline{V_{12}}}{-jX_c} = -23.3 - j40.4$, da cui: $\overline{I_2} = 32.6 - j36.7$

La tensione V_{13} risulta: $\overline{V_{13}} = \sqrt{3}E_2 e^{j\frac{\pi}{2}} = j932$ e la lettura del wattmetro $W=34.3 \text{ kW}$

Esercizio 5: La linea trifase di Fig.2, con conduttori di impedenza Z , alimenta un carico equilibrato che assorbe la potenza P , con fattore di potenza $\cos\phi$. Conoscendo la lettura V del voltmetro, determinare il fattore di potenza a monte della linea.

$$Z = R + j X_L = 0.15 + j0.05 \Omega; \quad P = 300kW; \quad \cos\phi = 0.8(\text{rit.}); \quad V = 500V$$

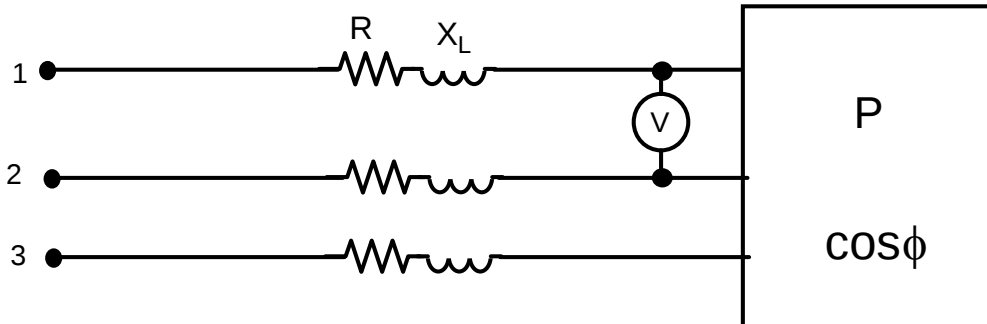


Fig.5

La corrente di linea si ricava da $I_L = \frac{P}{\sqrt{3}V \cos\phi}$

La potenza attiva assorbita dai tre resistori di linea è: $P_R = 3RI_L^2$

La potenza reattiva assorbita dai tre induttori di linea è: $Q_L = 3X_L I_L^2$

La potenza reattiva assorbita dal carico trifase si ricava da: $Q = P \tan\phi$

La potenza attiva totale assorbita è: $P_{TOT} = P_R + P$

La potenza reattiva totale assorbita è: $Q_{TOT} = Q_L + Q$

Da cui : $\phi_{TOT} = \arctan \frac{Q_{TOT}}{P_{TOT}}$ e il fattore di potenza $\cos\phi_{TOT}$

Esercizio 6: Determinare la misura del wattmetro W nella rete trifase simmetrica di Fig.6 che alimenta il carico trifase equilibrato T e il carico monofase M.

$$V = 400V; \quad P_T = 15kW; \quad \cos\varphi_T = 0.7 \text{ (rit.)}; \quad P_M = 3kW; \quad Q_M = -1kVAR;$$

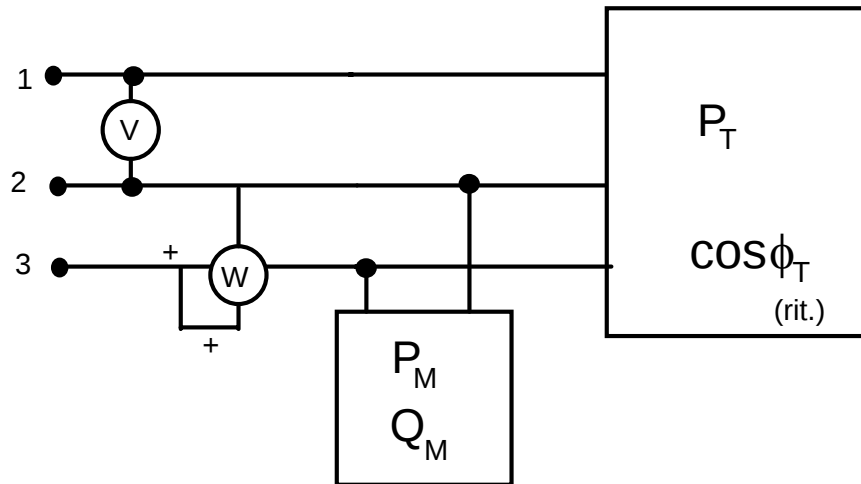


Fig.6

Il wattmetro legge la grandezza $W = \operatorname{Re}\left(\overline{V_{32}} * \overline{I_3}^{\vee}\right)$

La corrente $\overline{I_3} = \overline{I_{3T}} + \overline{I_M}$

Scegliamo il fasore $\overline{E_3}$ sull'asse reale: $\overline{E_3} = \frac{400}{\sqrt{3}}$

La tensione $\overline{V_{32}}$ in modulo e fase risulta:

$$\operatorname{mod}(\overline{V_{32}}) = V = 400; \quad \operatorname{fase}(\overline{V_{32}}) = \varphi = -30^\circ$$

$$\overline{V_{32}} = 400e^{-j30^\circ} = 346.4 - j200$$

Valutiamo la corrente di linea $\overline{I_{3T}}$ nel carico trifase in modulo e fase. Indicando con φ_T l'angolo di ritardo della corrente I_{3T} rispetto alla tensione stellata E_3 :

$$\operatorname{mod}(\overline{I_{3T}}) = I_{3T} = \frac{P_T}{\sqrt{3}V \cos\varphi_T} = 30.9; \quad \operatorname{fase}(\overline{I_{3T}}) = \varphi_{3T} = \operatorname{fase}(\overline{E_3}) - \varphi_T = 0 - 45.5^\circ$$

$$\overline{I_{3T}} = I_{3T}e^{j\varphi_{3T}} = 21.6 - j22.1$$

Per il carico monofase, l'angolo di ritardo della corrente $\overline{I_M}$ rispetto alla tensione $\overline{V_{32}}$ sul carico è:

$$\varphi_M = \arctan\left(\frac{Q_M}{P_M}\right) = -18.4^\circ$$

Con la convenzione dell'utilizzatore sul carico M, la corrente $\overline{I_M}$ risulta:

$$\text{mod}(\overline{I_M}) = I_M = \frac{P_M}{V \cos \varphi_M} = 7.9; \quad \text{fase}(\overline{I_M}) = \varphi_{31M} = \text{fase}(\overline{V_{32}}) - \varphi_M = -11.5^\circ$$

$$\overline{I_M} = I_M e^{j\varphi_{1M}} = 7.7 - j1.6$$

$$\overline{I_3} = \overline{I_{3T}} + \overline{I_M} \quad \text{e, quindi,} \quad \overline{I_3} = 29.4 - j23.6$$

Da cui **W=14918 W**