

Lezione 32

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 4

Circuiti di ordine superiore

- **Equazioni di Kirchhoff;**
- **Soluzione del sistema;**
- **Riduzione ad un'unica equazione;**
- **L'ordine dell'equazione risultante;**
- **Numero delle condizioni iniziali;**
- **Numero dei componenti a memoria.**

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 5

Circuiti di ordine superiore



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 6

Circuiti di ordine superiore

Equazione omogenea.

$$y_0(t) = \sum_{r=1}^n A_r e^{\alpha_r t}.$$

$$y_0(t) = \sum_{r=1}^p A_r e^{\alpha_r t} + \sum_{k=1}^m \sum_{r=1}^{g_k} B_{k,r} t^{r-1} e^{\beta_k t}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 7

Circuiti di ordine superiore

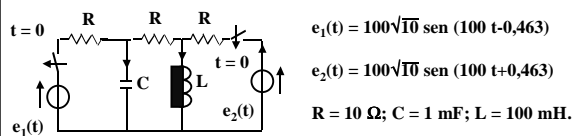
- **Soluzione particolare;**
- **Soluzione di regime.**

$$y(t) = y_0(t) + y_p(t)$$

- **Dipende da n costanti;**
- **Condizioni iniziali.**

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 8

Un esempio



$$e_1(t) = 100\sqrt{10} \sin(100t - 0,463)$$

$$e_2(t) = 100\sqrt{10} \sin(100t + 0,463)$$

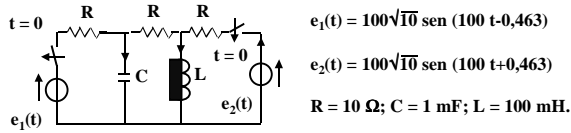
$$R = 10 \Omega; C = 1 \text{ mF}; L = 100 \text{ mH}.$$

$$\bar{E}_1 = 100\sqrt{5}e^{-j 0,463} = 100(2 - j),$$

$$\bar{E}_2 = 100\sqrt{5}e^{j 0,463} = 100(2 + j),$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 9

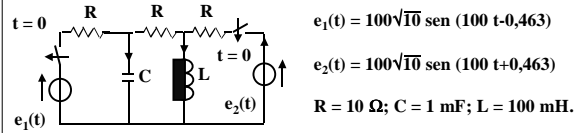
Un esempio



$$\bar{V}_c = \bar{E}_1 \left[1 - \frac{R}{R + \frac{-j X_c (R + j X_L)}{R + j (X_L - X_c)}} \right]$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 10

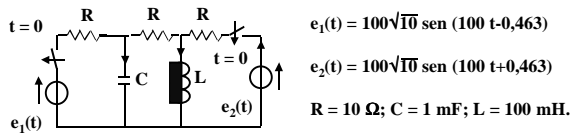
Un esempio



$$\bar{I}_L = \frac{\bar{E}_1}{R + \frac{-j X_c (R + j X_L)}{R + j (X_L - X_c)}} \frac{-j X_c}{R + j (X_L - X_c)}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 11

Un esempio

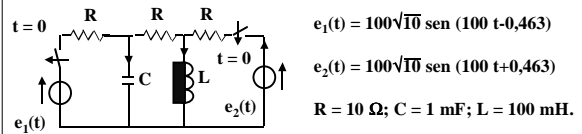


$$\bar{V}_c = \bar{E}_1 \frac{1 - j}{2 - j} = 100 (1 - j),$$

$$\bar{I}_L = \frac{j \bar{E}_1}{10} \frac{1}{2 - j} = -j 10.$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 12

Un esempio

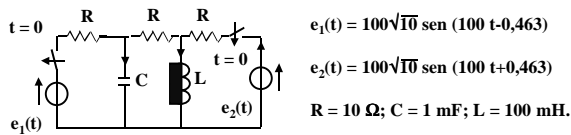


$$v_c(t) = 200 \sin(100 t - \pi/4),$$

$$i_L(t) = -10 \sqrt{2} \sin(100 t + \pi/4).$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 13

Un esempio

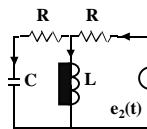


$$v_c(0) = 200 \sin(-\pi/4) = -100 \sqrt{2},$$

$$i_L(0) = -10 \sqrt{2} \sin(\pi/4) = -10 \sqrt{2}.$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 14

Un esempio



$e_1(t) = 100\sqrt{10} \sin(100 t - 0,463)$
 $e_2(t) = 100\sqrt{10} \sin(100 t + 0,463)$
 $R = 10 \Omega; C = 1 \text{ mF}; L = 100 \text{ mH}.$

$$e_2 = R i_2 + L \frac{di_L}{dt},$$

$$L \frac{di_L}{dt} = R i_c + v_c,$$

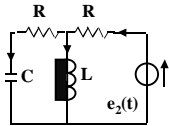
$$i_2 = i_L + i_c,$$

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt}.$$

$$v_L = L \frac{di_L}{dt}.$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 15

Un esempio

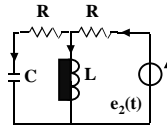


$$\begin{aligned} e_1(t) &= 100\sqrt{10} \sin(100t - 0,463) \\ e_2(t) &= 100\sqrt{10} \sin(100t + 0,463) \\ R &= 10 \, \Omega; C = 1 \, \text{mF}; L = 100 \, \text{mH}. \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 v_c}{dt^2} + \left(\frac{R}{2L} + \frac{1}{2RC} \right) \frac{dv_c}{dt} + \frac{1}{2} \frac{v_c}{LC} = \frac{1}{2RC} \frac{de_2}{dt}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 16

Un esempio



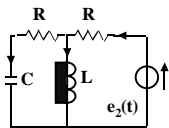
$$\begin{aligned} e_1(t) &= 100\sqrt{10} \sin(100t - 0,463) \\ e_2(t) &= 100\sqrt{10} \sin(100t + 0,463) \\ R &= 10 \, \Omega; C = 1 \, \text{mF}; L = 100 \, \text{mH}. \end{aligned}$$

$$\alpha^2 + 100\alpha + 5 \cdot 10^3 = 0$$

$$\alpha_r + j\beta = -50 \pm j50$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 17

Un esempio

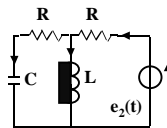


$$\begin{aligned} e_1(t) &= 100\sqrt{10} \sin(100t - 0,463) \\ e_2(t) &= 100\sqrt{10} \sin(100t + 0,463) \\ R &= 10 \, \Omega; C = 1 \, \text{mF}; L = 100 \, \text{mH}. \end{aligned}$$

$$v_{c0}(t) = A e^{-50t} \sin(50t + \gamma)$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 18

Un esempio

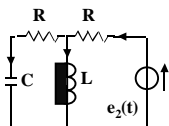


$$\begin{aligned} e_1(t) &= 100\sqrt{10} \sin(100t - 0,463) \\ e_2(t) &= 100\sqrt{10} \sin(100t + 0,463) \\ R &= 10 \, \Omega; C = 1 \, \text{mF}; L = 100 \, \text{mH}. \end{aligned}$$

$$\bar{V}_{cp} = \frac{\bar{E}_2}{R + \frac{jX_L(R - jX_C)}{R + j(X_L - X_C)}} \frac{jX_L(-jX_C)}{R + j(X_L - X_C)}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 19

Un esempio

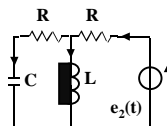


$$\begin{aligned} e_1(t) &= 100\sqrt{10} \sin(100t - 0,463) \\ e_2(t) &= 100\sqrt{10} \sin(100t + 0,463) \\ R &= 10 \, \Omega; C = 1 \, \text{mF}; L = 100 \, \text{mH}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_{cp} &= \frac{\bar{E}_2}{2 + j} = 100 \\ v_{cp}(t) &= 100\sqrt{2} \sin(100t) \end{aligned}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 20

Un esempio

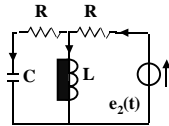


$$\begin{aligned} e_1(t) &= 100\sqrt{10} \sin(100t - 0,463) \\ e_2(t) &= 100\sqrt{10} \sin(100t + 0,463) \\ R &= 10 \, \Omega; C = 1 \, \text{mF}; L = 100 \, \text{mH}. \end{aligned}$$

$$v_c(t) = A e^{-50t} \sin(50t + \gamma) + 10\sqrt{2} \sin(100t).$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 21

Un esempio



$$e_1(t) = 100\sqrt{10} \sin(100t - 0,463)$$

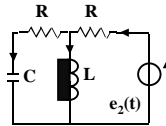
$$e_2(t) = 100\sqrt{10} \sin(100t + 0,463)$$

$$R = 10 \, \Omega; C = 1 \, \text{mF}; L = 100 \, \text{mH}.$$

$$v_c(0) = A \sin \gamma = -100\sqrt{2}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 22

Un esempio



$$e_1(t) = 100\sqrt{10} \sin(100t - 0,463)$$

$$e_2(t) = 100\sqrt{10} \sin(100t + 0,463)$$

$$R = 10 \, \Omega; C = 1 \, \text{mF}; L = 100 \, \text{mH}.$$

$$e_2 = R i_2 + L \frac{di_2}{dt},$$

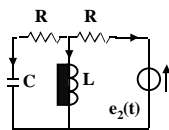
$$e_2 = R i_2 + R i_c + v_c$$

$$L \frac{di_2}{dt} = R i_c + v_c,$$

$$e_2 = R i_L + 2R i_c + v_c$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 23

Un esempio



$$e_1(t) = 100\sqrt{10} \sin(100t - 0,463)$$

$$e_2(t) = 100\sqrt{10} \sin(100t + 0,463)$$

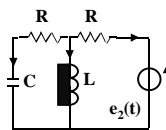
$$R = 10 \, \Omega; C = 1 \, \text{mF}; L = 100 \, \text{mH}.$$

$$v_c(0) = A \sin \gamma = -100\sqrt{2}$$

$$i_c(0) = C \left. \frac{dv_c}{dt} \right|_{t=0} = \frac{e_2(0) - v_c(0) - R i_L(0)}{2R}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 24

Un esempio



$$e_1(t) = 100\sqrt{10} \sin(100t - 0,463)$$

$$e_2(t) = 100\sqrt{10} \sin(100t + 0,463)$$

$$R = 10 \, \Omega; C = 1 \, \text{mF}; L = 100 \, \text{mH}.$$

$$A \approx -161 \, \text{V}; \quad \gamma = 1.1 \, \text{rad}$$

$$v_c(t) = A e^{-50t} \sin(50t + \gamma) + 10\sqrt{2} \sin(100t).$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 25

Riepilogo della Lezione 32

- Dinamica dei circuiti di ordine superiore;
- La soluzione nel dominio del tempo;
- Un esempio;
- Esercizi.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 26

Fine della Lezione 32

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 27