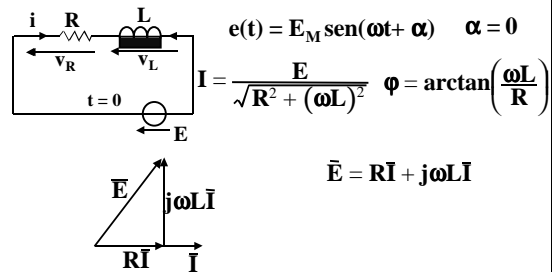


Lezione 31

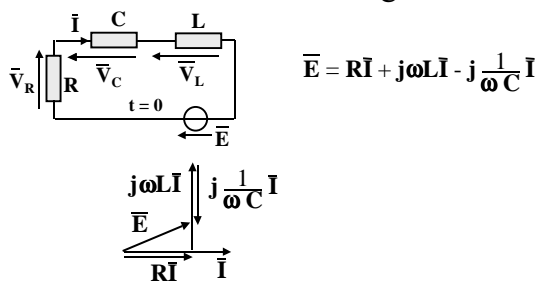
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 4

RL a regime



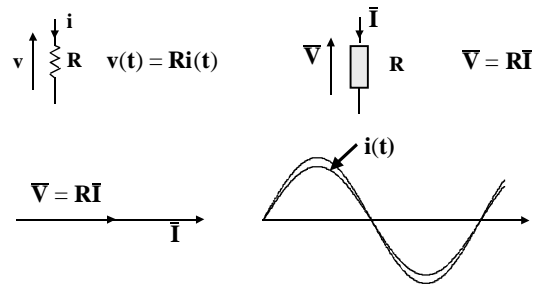
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 5

Circuito R L C a regime



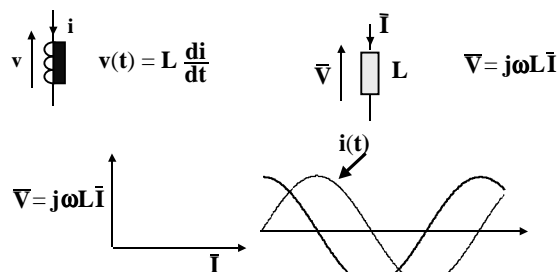
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 6

Bipolo resistore



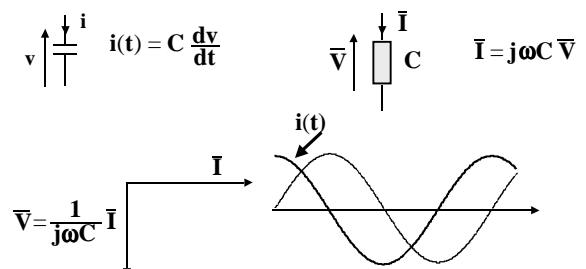
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 7

Bipolo induttore



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 8

Bipolo condensatore



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 9

Proprietà delle reti in regime sinusoidale

- Le proprietà delle reti dimostrate in regime continuo restano valide purché si usino i concetti di impedenza ed ammettenza al posto di quelli di resistenza e conduttanza.
- Fanno eccezione i teoremi di non amplificazione.
- Bisogna ricordare che impedenze ed ammettenze sono numeri complessi.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 10



Operazioni sui numeri complessi

In forma cartesiana

$$(a + jb) + (c + jd) = a + c + j(b + d),$$

$$(a + jb)(c + jd) = (ac - bd) + j(bc + ad),$$

$$\frac{(a + jb)}{(c + jd)} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{c^2 + d^2} = \frac{(ac + bd) + j(bc - ad)}{c^2 + d^2};$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 11



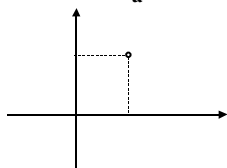
Operazioni sui numeri complessi

In forma polare

$$(a + jb) = A e^{j\varphi}, \text{ con } A = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ e } \tan \varphi = \frac{b}{a},$$

$$A e^{j\varphi} B e^{j\gamma} = A B e^{j(\varphi + \gamma)},$$

$$\frac{A e^{j\varphi}}{B e^{j\gamma}} = \frac{A}{B} e^{j(\varphi - \gamma)}.$$



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 12



Serie e parallelo di impedenze

Serie

$$\dot{Z} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2, \quad \dot{Y} = \frac{\dot{Y}_1 \dot{Y}_2}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2}.$$

Parallelo

$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}, \quad \dot{Y} = \dot{Y}_1 + \dot{Y}_2.$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 13



Teorema di Tellegen

$$\sum_k v(t) i(t) = 0,$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 14



Potenza in regime sinusoidale

$$p(t) = v(t) i(t) = V_M \sin \omega t \cdot I_M \sin(\omega t - \varphi) = VI [\cos \varphi + \sin(2\omega t - \varphi - \pi/2)]$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) i(t) dt = VI \cos \varphi$$

$$P = \bar{V} \cdot \bar{I} \quad \text{Potenza attiva}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 15



Teorema di Tellegen

$$\sum_k \bar{V}_k \tilde{I}_k = \sum_k V_k e^{j(\omega t + \alpha_k)} I_k e^{-j(\omega t + \alpha_k - \phi_k)} = 0.$$

$$\bar{V}_k \tilde{I}_k = V_k I_k (\cos \phi_k + j \sin \phi_k).$$

Potenza complessa

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 16

Potenza reattiva

$$\bar{V}_k \tilde{I}_k = V_k I_k (\cos \phi_k + j \sin \phi_k).$$

$$Q_k = V_k I_k \sin \phi_k$$

$$\sum_k V_k I_k \cos \phi_k = 0$$

$$\sum_k V_k I_k \sin \phi_k = 0$$

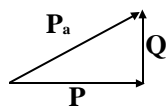
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 17

Potenza apparente

$$P_a = V I$$

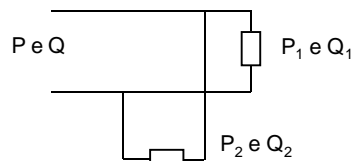
$$P_a = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Triangolo delle potenze



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 18

Potenza apparente



$$P_a = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(P_1 + P_2)^2 + (Q_1 + Q_2)^2}$$

$$P_{1a} + P_{2a} = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} + \sqrt{P_2^2 + Q_2^2}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 19

Strumenti di misura in regime sinusoidale

**Oscillografo o
Oscilloscopio**

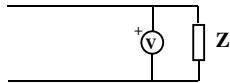
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 20

Strumenti di misura in regime sinusoidale

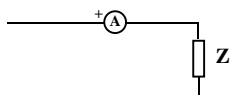
- **A valor massimo;**
- **A valor medio;**
- **A valor efficace.**

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 21

Strumenti di misura in regime sinusoidale



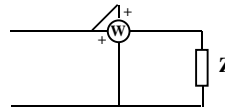
Voltmetro



Amperometro

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 22

Strumenti di misura in regime sinusoidale

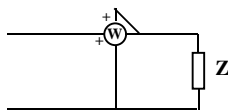


Wattmetro

Varmetro

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 23

Strumenti di misura in regime sinusoidale

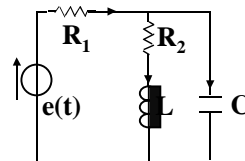


Wattmetro

Varmetro

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 24

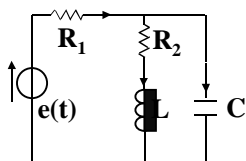
Un esempio



$C = 1\text{mF};$
 $L = 50\text{ mH};$
 $R_1 = 10\ \Omega;$
 $R_2 = 5\Omega;$
 $e(t) = 20\sqrt{2}\ \text{sen}(100t).$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 25

Un esempio



$$E = 20$$

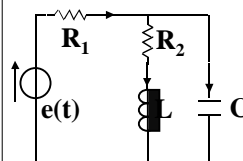
$$X_L = \omega L = 5\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 10\ \Omega$$

- Due equazioni alle maglie;
- Una equazione ai nodi.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 26

Un esempio



$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}_3;$$

$$\bar{E} = R_1 \bar{I}_1 + (R_1 + jX_L) \bar{I}_2$$

$$(R_2 + jX_L) \bar{I}_2 = -jX_C \bar{I}_3$$

$$\bar{E} = R_1 (\bar{I}_2 + \bar{I}_3) + (R_2 + jX_L) \bar{I}_2$$

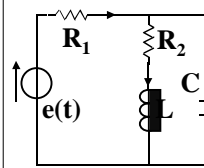
$$\bar{I}_3 = \frac{R_2 + jX_L}{-jX_C} \bar{I}_2$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 27

Un esempio

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{E}} &= \left(\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 \frac{\mathbf{R}_1 \mathbf{X}_L}{\mathbf{X}_C} + \mathbf{j} \left(\mathbf{X}_L + \frac{\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2}{\mathbf{X}_C} \right) \right) \bar{\mathbf{I}}_2 \\ \bar{\mathbf{I}}_2 &= \frac{\bar{\mathbf{E}}}{\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 \frac{\mathbf{R}_1 \mathbf{X}_L}{\mathbf{X}_C} + \mathbf{j} \left(\mathbf{X}_L + \frac{\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2}{\mathbf{X}_C} \right)} \\ \bar{\mathbf{I}}_2 &= \frac{\mathbf{E}}{10 + \mathbf{j}10} = \frac{\mathbf{E}}{10\sqrt{2} e^{\mathbf{j}\frac{\pi}{4}}} = \sqrt{2} e^{-\mathbf{j}\frac{\pi}{4}} \\ i_2(t) &= 2 \sin \left(100 t - \frac{\pi}{4} \right)\end{aligned}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 28



Un diverso modo

$$\begin{aligned}\mathbf{Z} &= \mathbf{R}_1 + \frac{-\mathbf{j} \mathbf{X}_C (\mathbf{R}_2 + \mathbf{j} \mathbf{X}_L)}{\mathbf{R}_2 + \mathbf{j} (\mathbf{X}_L - \mathbf{X}_C)} \\ \bar{\mathbf{I}}_1 &= \frac{\bar{\mathbf{E}}}{\mathbf{Z}} \quad \bar{\mathbf{I}}_2 = \frac{\bar{\mathbf{E}}}{\mathbf{Z}} \frac{-\mathbf{j} \mathbf{X}_C}{\mathbf{R}_2 + \mathbf{j} (\mathbf{X}_L - \mathbf{X}_C)} \\ \bar{\mathbf{I}}_2 &= \frac{\bar{\mathbf{E}}}{\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 \frac{\mathbf{R}_1 \mathbf{X}_L}{\mathbf{X}_C} + \mathbf{j} \left(\mathbf{X}_L + \frac{\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2}{\mathbf{X}_C} \right)}\end{aligned}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 29



Riepilogo della Lezione 31

- Diagrammi fasoriali;
- Potenze in regime sinusoidale;
- Strumenti di misura in a.c.
- Esercizi.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 30



Fine della Lezione 31

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 31

