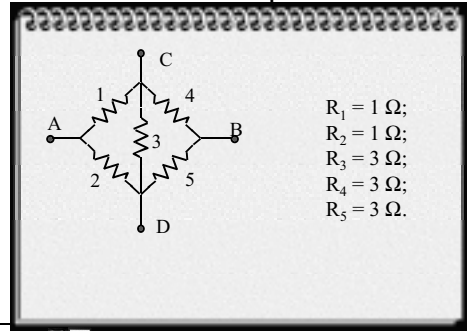
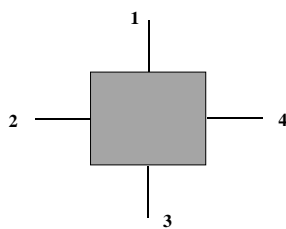


Lezione 19

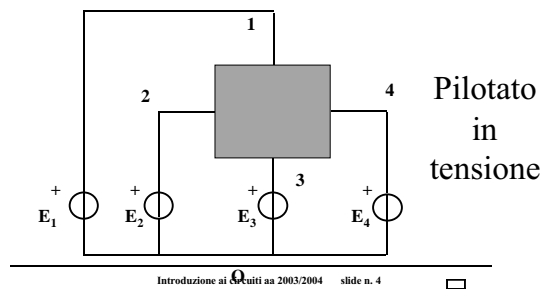
Circuito a ponte



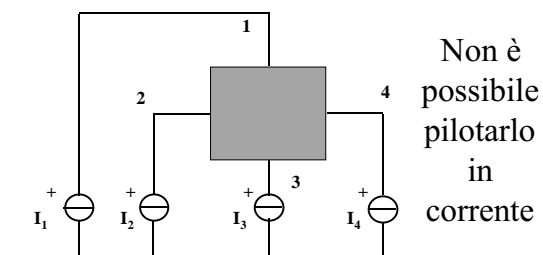
N-poli



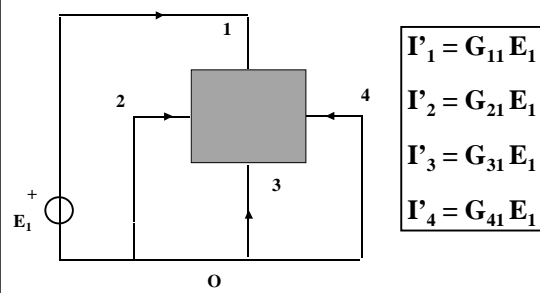
N-poli passivi



N-poli passivi



N-poli passivi



N-poli passivi

$$I_1 = G_{11} E_1 + G_{12} E_2 + G_{13} E_3 + G_{14} E_4$$

$$I_2 = G_{21} E_1 + G_{22} E_2 + G_{23} E_3 + G_{24} E_4$$

$$I_3 = G_{31} E_1 + G_{32} E_2 + G_{33} E_3 + G_{34} E_4$$

$$I_4 = G_{41} E_1 + G_{42} E_2 + G_{43} E_3 + G_{44} E_4$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 7



In generale

$$I_1 = G_{11} E_1 + G_{12} E_2 + \dots + G_{1s} E_s \dots + G_{1N} E_N$$

$$\dots \dots \dots$$

$$I_r = G_{r1} E_1 + G_{r2} E_2 + \dots + G_{rs} E_s \dots + G_{rN} E_N$$

$$\dots \dots \dots$$

$$I_N = G_{N1} E_1 + G_{N2} E_2 + \dots + G_{Ns} E_s \dots + G_{NN} E_N$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 8



Matrice delle Conduttanze

$$\begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1s} & \dots & G_{1N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_{r1} & G_{r2} & \dots & G_{rs} & \dots & G_{rN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_{N1} & G_{N2} & \dots & G_{Ns} & \dots & G_{NN} \end{vmatrix}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 9



Definizioni

$$I_1 = G_{11} E_1 + G_{12} E_2 + \dots + G_{1s} E_s \dots + G_{1N} E_N$$

$$\dots \dots \dots$$

$$I_r = G_{r1} E_1 + G_{r2} E_2 + \dots + G_{rs} E_s \dots + G_{rN} E_N$$

$$\dots \dots \dots$$

$$I_N = G_{N1} E_1 + G_{N2} E_2 + \dots + G_{Ns} E_s \dots + G_{NN} E_N$$

*Conduttanze
Proprie*

$$G_{rr} = \frac{I_r}{E_r} \bigg|_{\substack{E_i=0 \\ i \neq r}}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 10



Definizioni

$$I_1 = G_{11} E_1 + G_{12} E_2 + \dots + G_{1s} E_s \dots + G_{1N} E_N$$

$$\dots \dots \dots$$

$$I_r = G_{r1} E_1 + G_{r2} E_2 + \dots + G_{rs} E_s \dots + G_{rN} E_N$$

$$\dots \dots \dots$$

$$I_N = G_{N1} E_1 + G_{N2} E_2 + \dots + G_{Ns} E_s \dots + G_{NN} E_N$$

*Conduttanze
Inproprie o mutue*

$$G_{rs} = \frac{I_r}{E_s} \bigg|_{\substack{E_i=0 \\ i \neq s}}$$

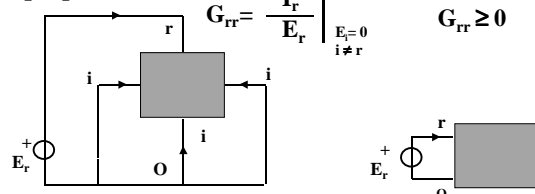
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 11



Le proprietà della matrice delle conduttanze

*Conduttanze
proprie*

$$G_{rr} = \frac{I_r}{E_r} \bigg|_{\substack{E_i=0 \\ i \neq r}} \quad G_{rr} \geq 0$$

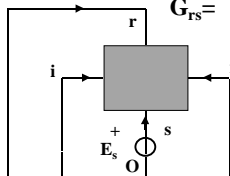


Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 12

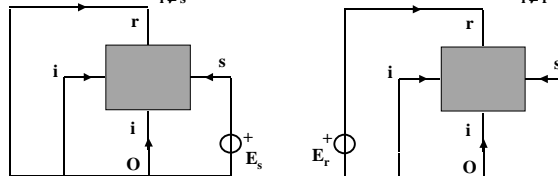


Conduttanze improprie

$$\mathbf{G}_{rs} = \left. \frac{\mathbf{I}_r}{\mathbf{E}_s} \right|_{\substack{\mathbf{E}_i=0 \\ i \neq s}} \quad \mathbf{G}_{rs} \leq 0$$



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 13

$$\mathbf{G}_{rs} = \left. \frac{\mathbf{I}_r}{\mathbf{E}_s} \right|_{\substack{\mathbf{E}_i = 0 \\ \mathbf{i} \neq s}} \quad \text{Reciprocità} \quad \mathbf{G}_{sr} = \left. \frac{\mathbf{I}_s}{\mathbf{E}_r} \right|_{\substack{\mathbf{E}_i = 0 \\ \mathbf{i} \neq r}}$$


Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 14

Nodo 0

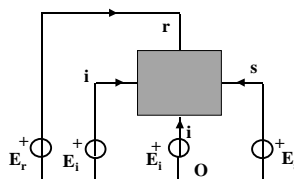
$$\begin{aligned} \mathbf{I}_1 &= \mathbf{G}_{11}\mathbf{E}_1 + \mathbf{G}_{12}\mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{G}_{1s}\mathbf{E}_s \dots + \mathbf{G}_{1N}\mathbf{E}_N \\ &\dots\dots\dots \\ \mathbf{I}_r &= \mathbf{G}_{r1}\mathbf{E}_1 + \mathbf{G}_{r2}\mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{G}_{rs}\mathbf{E}_s \dots + \mathbf{G}_{rN}\mathbf{E}_N \\ &\dots\dots\dots \\ \mathbf{I}_N &= \mathbf{G}_{N1}\mathbf{E}_1 + \mathbf{G}_{N2}\mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{G}_{Ns}\mathbf{E}_s \dots + \mathbf{G}_{NN}\mathbf{E}_N \end{aligned}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 15

$$\mathbf{E}_1 \sum_r \mathbf{G}_{r1} + \mathbf{E}_2 \sum_r \mathbf{G}_{r2} + \dots + \mathbf{E}_s \sum_r \mathbf{G}_{rs} + \dots + \mathbf{E}_N \sum_r \mathbf{G}_{rN} = 0$$

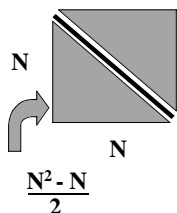
$$\sum_r \mathbf{G}_{rs} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{G}_{ss} = - \sum_{r \neq s} \mathbf{G}_{rs}$$



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 16

In conclusione



N^2 elementi

$$\mathbf{G}_{\text{rr}} \geq \mathbf{0}$$

$$\mathbf{G}_{\text{ES}} \leq \mathbf{0}$$

$$N^2 - \frac{N^2 - N}{2}$$

$$\mathbf{G}_{\text{sr}} = \mathbf{G}_{\text{rs}}$$

$$\frac{N(N-1)}{2}$$

$$G_{ss} = - \sum_{r \neq s} G_{rs}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 17

Analisi e sintesi del N-polo

N^2 elementi

$$\mathbf{G}_{rr} \geq \mathbf{0}$$

$$\mathbf{G}_{rs} \leq \mathbf{0}$$

$$N^2 - \frac{N^2 - N}{2}$$

$$\mathbf{G}_{\text{sr}} = \mathbf{G}_{\text{rs}}$$

$$\frac{N(N-1)}{2}$$

$$G_{ss} = - \sum_{r \neq s} G_{rs}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 18

Riepilogo della Lezione 19

- Definizione di N-polo passivo;
- Matrice delle conduttanze;
- Proprietà della matrice G.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 19

Fine della Lezione 19

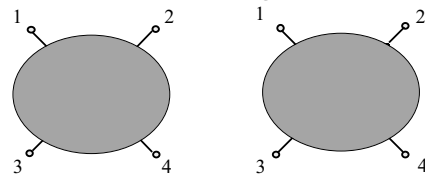
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 20

Luciano De Menna:
27/10/2003

Lezione 20

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 21

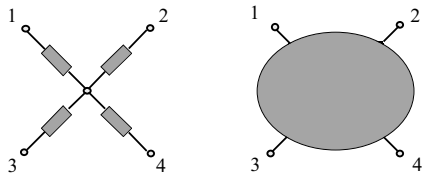
Stella e Poligono



Un N-polo a stella è caratterizzato dal fatto di avere un solo nodo interno e nessuna maglia chiusa.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 22

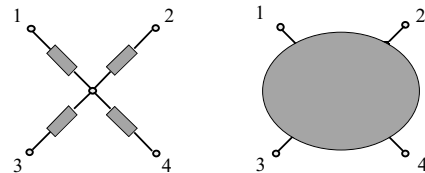
Stella e Poligono



Un N-polo a stella è caratterizzato dal fatto di avere un solo nodo interno e nessuna maglia chiusa.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 23

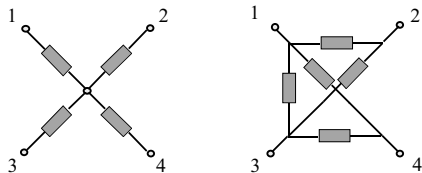
Stella e Poligono



Un N-polo a poligono è caratterizzato dal fatto di non avere nodi interni.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 24

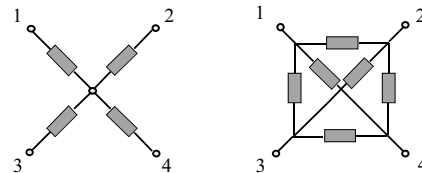
Stella e Poligono



Un N-polo a poligono è caratterizzato dal fatto di non avere nodi interni.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 25

Stella e Poligono

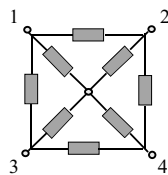


Se tutti i morsetti dell'N-polo a poligono sono collegati tra loro con un bipolo, allora l'N-polo si dice a poligono completo.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 26

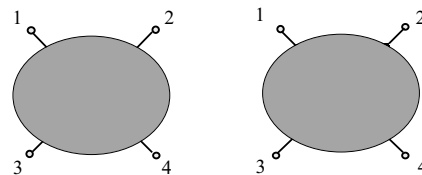
N-polo generico

Non tutti gli N-poli sono a stella o a poligono .



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 27

Stella e Poligono



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 28

Stella

$$I_r = \frac{V_r - V_o}{R_r}$$

$$\sum_r I_r = \sum_r \frac{V_r - V_o}{R_r} = 0$$

$$V_o = \frac{\sum_r \frac{V_r}{R_r}}{\sum_r \frac{1}{R_r}}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 29

Stella

$$V_o = \frac{\sum_r \frac{V_r}{R_r}}{\sum_r \frac{1}{R_r}}$$

$$I_i = \frac{V_i - V_o}{R_i}$$

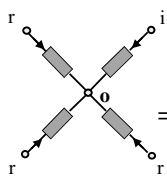
$$I_i = \frac{V_i}{R_i} - \frac{1}{R_i} \frac{\sum_r \frac{V_r}{R_r}}{\sum_r \frac{1}{R_r}}$$

$$G_0 = \sum_r \frac{1}{R_r}$$

$$I_i = \frac{V_i}{R_i} - \frac{1}{R_i G_0} \sum_r \frac{V_r}{R_r}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 30

Stella



$$I_i = \frac{V_i}{R_i} - \frac{1}{R_i G_0} \sum_r \frac{V_r}{R_r} =$$

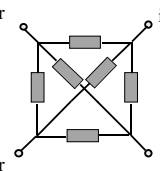
$$= V_i \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_i^2 G_0} \right) - \frac{1}{R_i G_0} \sum_{r \neq i} \frac{V_r}{R_r}$$

$$G_0 = \sum_r \frac{1}{R_r}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 31

$$I_i = V_i \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_i^2 G_0} \right) - \frac{1}{R_i G_0} \sum_{r \neq i} \frac{V_r}{R_r} \quad \text{Stella}$$

$$G_0 = \sum_r \frac{1}{R_r}$$

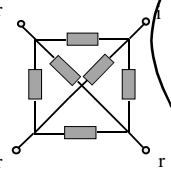


$$I_i = \sum_{r \neq i} \frac{V_i - V_r}{R_{ir}} =$$

$$= V_i \sum_{r \neq i} \frac{1}{R_{ir}} - \sum_{r \neq i} \frac{V_r}{R_{ir}}$$

$$R_{ir} = R_i G_0 R_r$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 32



$$I_i = V_i \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_i^2 G_0} \right) - \frac{1}{R_i G_0} \sum_{r \neq i} \frac{V_r}{R_r}$$

$$R_{ir} = R_i G_0 R_r \quad G_0 = \sum_r \frac{1}{R_r}$$

$$I_i = V_i \sum_{r \neq i} \frac{1}{R_{ir}} - \sum_{r \neq i} \frac{V_r}{R_{ir}}$$

$$= V_i \sum_{r \neq i} \frac{1}{R_i G_0 R_r} = \frac{V_i}{R_i G_0} \sum_{r \neq i} \frac{1}{R_r} =$$

$$= \frac{V_i}{R_i G_0} \left(\sum_r \frac{1}{R_r} - \frac{1}{R_i} \right) - \frac{V_i}{R_i^2 G_0}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 33

Riepilogo della Lezione 20

- Equivalenza tra N-poli
- La trasformazione poligono stella.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 34

Fine della
Lezione 20

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 35