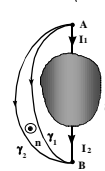


Lezione 24

I bipoli

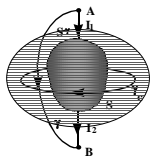


$$\oint_{\gamma_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} - \oint_{\gamma_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\left| \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} \right| \gg \left| \frac{d}{dt} \iint_{S_\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{S} \right|$$

I bipoli

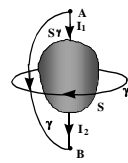
$$I_1 - I_2 = \iint_S \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad |I| \gg \left| \epsilon_0 \iint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \right|$$



$$\oint_{\gamma_c} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint_{S_{\gamma_c}} \mu_0 \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

$$\left| \oint_{\gamma_c} \vec{B} \cdot d\vec{l} \right| \gg \left| \epsilon_0 \frac{d}{dt} \iint_{S_{\gamma_c}} \vec{E} \cdot d\vec{S} \right|$$

In conclusione



$$\left| \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} \right| \gg \left| \frac{d}{dt} \iint_{S_\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{S} \right|$$

$$\left| \oint_{\gamma_c} \vec{B} \cdot d\vec{l} \right| \gg \left| \epsilon_0 \frac{d}{dt} \iint_{S_{\gamma_c}} \vec{E} \cdot d\vec{S} \right|$$

Le equazioni di Maxwell in forma differenziale

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \nabla \cdot \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Le equazioni di Maxwell in forma integrale

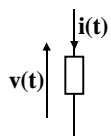
$$\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho dV = \frac{Q_v}{\epsilon_0}$$

$$\oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint_S \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

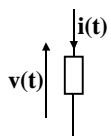
Le leggi dei circuiti



Le equazioni di Maxwell restano valide anche quando le grandezze variano nel tempo.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 7

Nuovi bipoli lineari

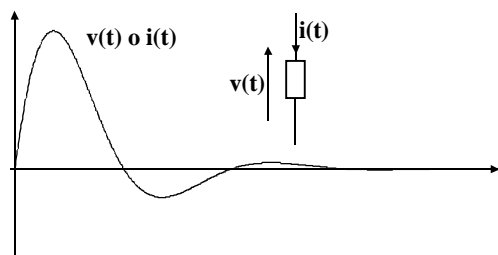


$$i = C \frac{dv}{dt}$$

$$v = L \frac{di}{dt}$$

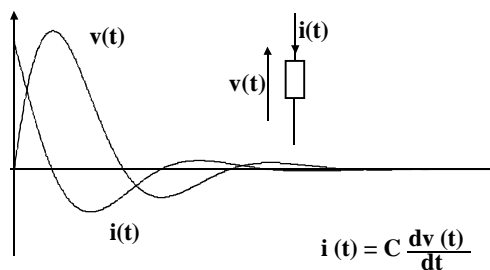
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 8

Nuovi bipoli lineari



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 9

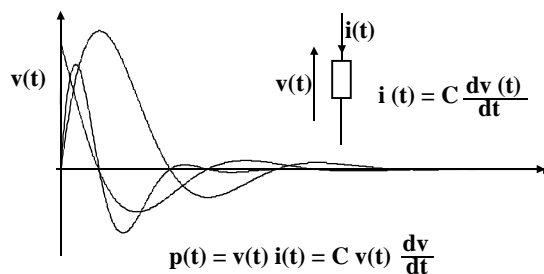
Nuovi bipoli lineari



$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 10

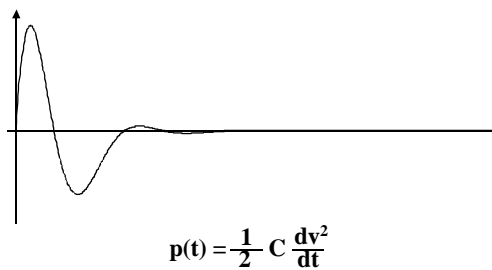
Andamento della potenza



$$p(t) = v(t) i(t) = C v(t) \frac{dv}{dt}$$

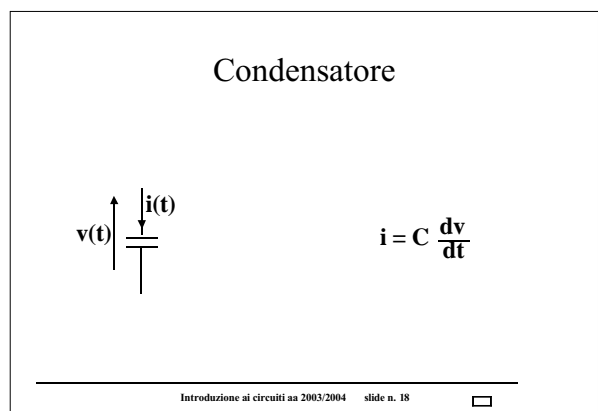
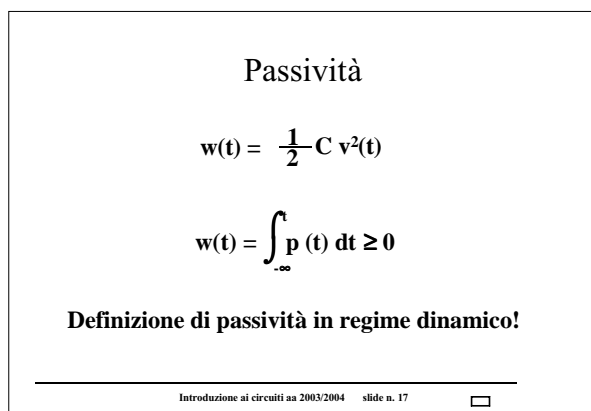
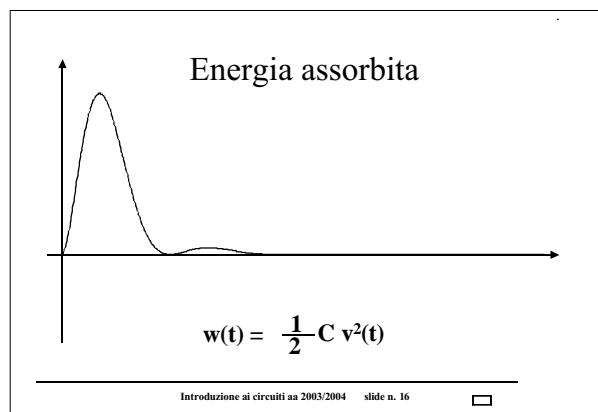
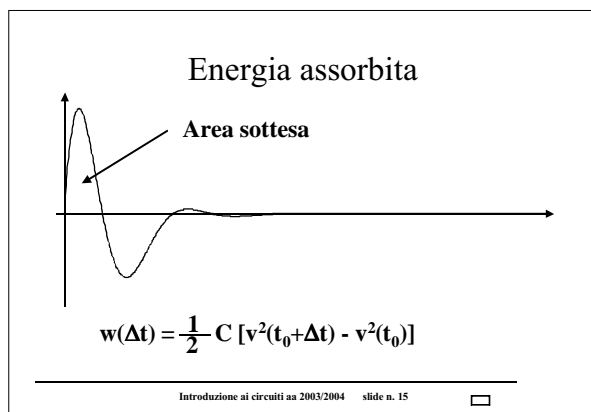
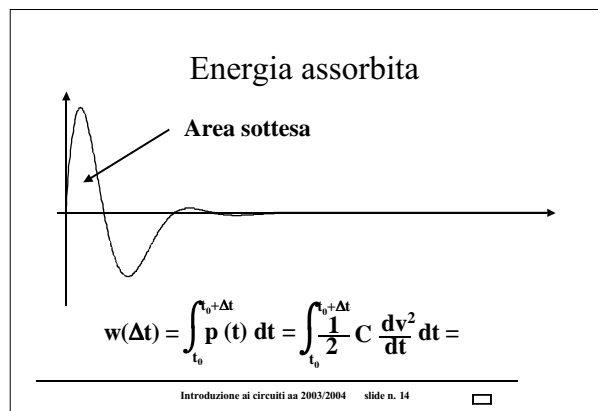
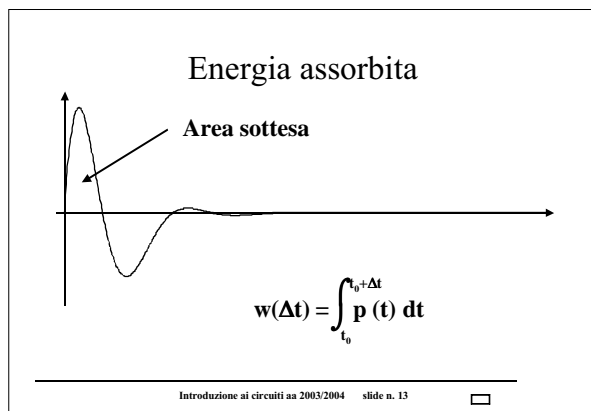
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 11

Potenza istantanea

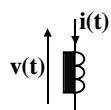


$$p(t) = -\frac{1}{2} C \frac{dv^2}{dt}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 12



Induttore



$$v = L \frac{di}{dt}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 19

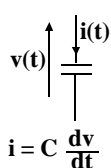
Energia assorbita dall'induttore

$$w(\Delta t) = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} p(t) dt = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \frac{1}{2} L \frac{di^2}{dt} dt =$$

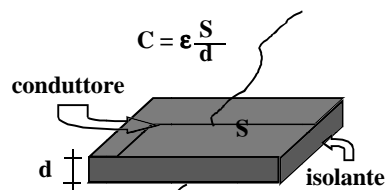
$$w(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 20

Condensatore



$$i = C \frac{dv}{dt}$$



Nel S.I. La capacità C si misura in Farad

M. Faraday (1791 - 1867)

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 21



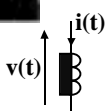
M. Faraday
(1791 - 1867)

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 22

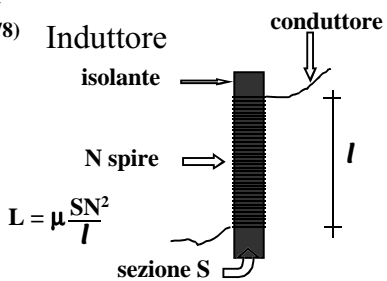


J. Henry
(1797 - 1878)

Induttore



$$v = L \frac{di}{dt}$$



Nel S.I. L'induttanza L si misura in Henry

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 23

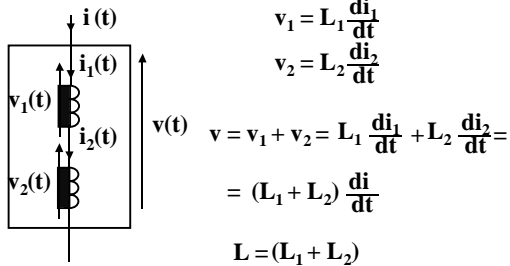
Kirchhoff

Assumiamo che in ogni istante le leggi di Kirchhoff siano ancora valide!

E' un'approssimazione tanto più valida quanto più piccolo è il rapporto $\beta = \frac{l}{cT}$

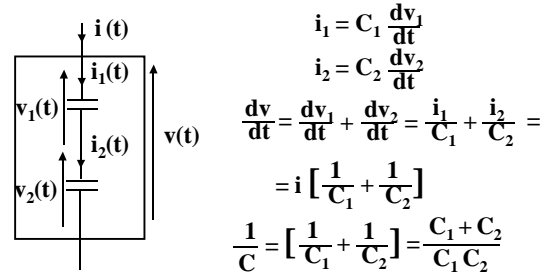
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 24

Serie di due induttori



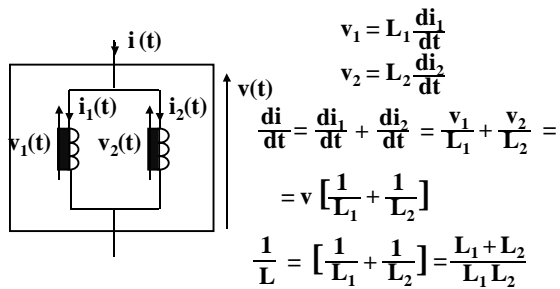
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 25

Serie di due condensatori



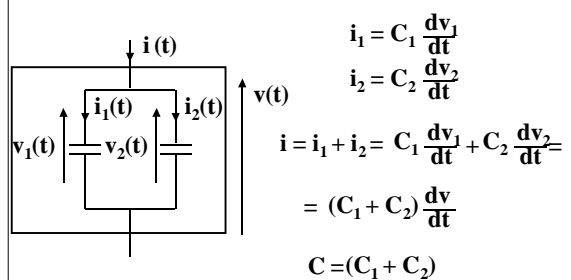
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 26

Parallelo di due induttori



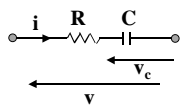
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 27

Parallelo di due condensatori



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 28

Resistore e condensatore in serie

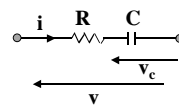


$$i = C \frac{dv_c}{dt}$$

Se $v_c = V_c = \text{cost.}$ \Rightarrow Allora $i = 0$.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 29

Resistore e condensatore in serie

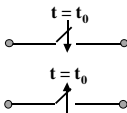
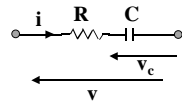


Se tensione e corrente variano nel tempo \Rightarrow

Allora è necessario precisare l'istante iniziale!

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 30

Interruttore



Bipolo interruttore

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 31

Riepilogo della Lezione 24

- Bipoli in regime dinamico ;
- Condensatori ed induttori;
- Energia immagazzinata;
- Equazioni di Kirchhoff;
- Serie e parallelo di L e C;
- Esercizi.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 32

Fine della
Lezione 24

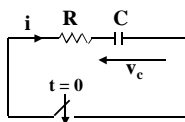
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 33

Luciano De Menna:
3/11/2003

Lezione 25

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 34

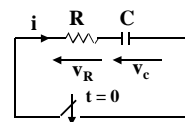
RC in evoluzione libera



$$v_c(0) = V_0$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 35

RC in evoluzione libera



$$v_c(0) = V_0$$

$$v_R + v_c = 0$$

$$i = C \frac{dv_c}{dt}$$

$$v_R = Ri = R C \frac{dv_c}{dt}$$

$$v_c + RC \frac{dv_c}{dt} = 0$$

$$\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{RC} = 0$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 36

Equazioni differenziali

$$\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{RC} = 0$$

- Differenziali;
- Omogenee;
- Lineari;
- A coefficienti costanti.

$$y' + a_0 y(x) = 0$$

$$y^n + a_{n-1} y^{n-1} + a_{n-2} y^{n-2} + \dots + a_1 y' + a_0 y = 0$$

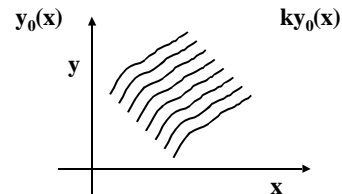
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 37



Primo ordine

$$\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{RC} = 0$$

$$y' + a_0 y(x) = 0$$



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 38



Nel piano (x,y)

$$y'(x_0) = -a_0 y(x_0)$$

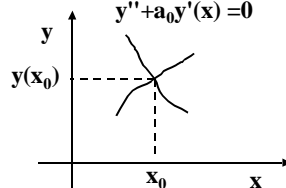
$$y' + a_0 y(x) = 0$$

$$y''(x_0) = -a_0 y'(x_0)$$

$$y'' + a_0 y'(x) = 0$$

.....

$$y^n(x_0) = -a_0 y^{n-1}(x_0)$$



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 39



Derivate successive nel punto

$$y'(x_0) = -a_0 y(x_0)$$

$$y''(x_0) = a_0^2 y(x_0)$$

$$y''(x_0) = -a_0 y'(x_0)$$

$$y'''(x_0) = -a_0^3 y(x_0)$$

.....

$$y^n(x_0) = -a_0 y^{n-1}(x_0)$$

$$y^n(x_0) = (-a_0)^n y(x_0)$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 40



Sviluppo in serie di Taylor

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(x_0)}{n!} (x-x_0)^n$$

$$y''(x_0) = a_0^2 y(x_0)$$

$$= y(x_0) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-a_0)^n}{n!} (x-x_0)^n$$

$$y'''(x_0) = -a_0^3 y(x_0)$$

$$= y(x_0) e^{-a_0(x-x_0)}$$

.....

$$y(x) = k e^{-a_0(x-x_0)}$$

$$y^n(x_0) = (-a_0)^n y(x_0)$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 41



Equazione caratteristica

$$y' + a_0 y(x) = 0$$

$$y(x) = k e^{-a_0(x-x_0)}$$

$$y'(x) = -a_0 y(x)$$

$$e^{\alpha x}$$

$$\alpha e^{\alpha x} + a_0 e^{\alpha x} = 0$$

$$\alpha = -a_0$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 42



RC in evoluzione libera

$t = 0$

$v_c(0) = V_0$
 $\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{RC} = 0$

$a_0 = \frac{1}{RC}$
 $v_c(0) = k = V_0$

$v_c(t) = k e^{-t/T}$

$T = RC$

$v_c(t) = V_0 e^{-t/T}$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 43

RC in evoluzione libera

$t = 0$

$v_c(0) = V_0$
 $\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{RC} = 0$

$v_c(t) = V_0 e^{-t/T}$

$T = RC$

La corrente

$i(t) = C \frac{dv_c}{dt} = -\frac{C}{T} V_0 e^{-t/T} = -\frac{1}{R} V_0 e^{-t/T}$

$v_c(t) = V_0 e^{-t/T}$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 44

Energia dissipata durante la scarica

$t = 0$

$v_c(0) = V_0$
 $i(t) = -\frac{V_0}{R} e^{-t/T}$

$$W = R \int_0^{\infty} i^2(t) dt = R \int_0^{\infty} \left[\frac{V_0}{R} e^{-t/T} \right]^2 dt =$$

$$= R \left[\frac{V_0}{R} \right]^2 \frac{T}{2} \int_0^{\infty} e^{-x} dx = \frac{1}{2} C V_0^2$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 45

Riepilogo della Lezione 25

- Serie di R e C ;
- Interruttore;
- Equazione risolvente;
- Equazioni differenziali;
- Scarica di C ed energia dissipata;
- Esercizi.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 46

Fine della
Lezione 25

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 47