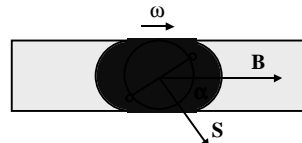


## Lezione 29

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 1

## I generatori



$$e(t) = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \Phi = B S \cos \alpha \quad \alpha = \omega t$$

$$e(t) = B S \omega \sin(\omega t) = E_M \sin(\omega t)$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 2

## RL con forzamento sinusoidale

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{e(t)}{L}$$

$$e(t) = E_M \sin(\omega t + \alpha)$$

$$i(t) = k e^{\frac{R}{L}t} + i_r$$

$$i_r = ?$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 3

## RL con forzamento sinusoidale

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{e(t)}{L}$$

$$e(t) = E_M \sin(\omega t + \alpha)$$

$$i(t) = k e^{\frac{R}{L}t} + i_r$$

$$i_r(t) = I_M \sin(\omega t + \alpha - \varphi)$$

$$\omega I_M \sin(\omega t + \alpha - \varphi + \pi/2) + \frac{R}{L} I_M \sin(\omega t + \alpha - \varphi) =$$

$$= \frac{E_M}{L} \sin(\omega t + \alpha)$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 4

## RL con forzamento sinusoidale

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{e(t)}{L}$$

$$e(t) = E_M \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\omega I_M \sin(\omega t + \alpha - \varphi + \pi/2) + \frac{R}{L} I_M \sin(\omega t + \alpha - \varphi) =$$

$$= \frac{E_M}{L} \sin(\omega t + \alpha)$$

$$A_M \sin(\omega t + \alpha) + B_M \sin(\omega t + \beta) = C_M \sin(\omega t + \gamma)$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 5

## RL con forzamento sinusoidale

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{e(t)}{L}$$

$$e(t) = E_M \sin(\omega t + \alpha)$$

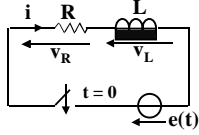
$$A_M \sin(\omega t + \alpha) + B_M \sin(\omega t + \beta) = C_M \sin(\omega t + \gamma)$$

$$C_M^2 = A_M^2 + B_M^2 + 2A_M B_M \cos(\alpha - \beta)$$

$$\gamma = \arctg \left( \frac{A_M \sin \alpha + B_M \sin \beta}{A_M \cos \alpha + B_M \cos \beta} \right)$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 6

## RL con forzamento sinusoidale



$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{e(t)}{L}$$

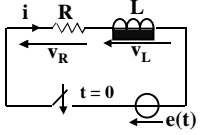
$$e(t) = E_M \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\omega I_M \sin(\omega t + \alpha - \varphi + \pi/2) + \frac{R}{L} I_M \sin(\omega t + \alpha - \varphi) = \frac{E_M}{L} \sin(\omega t + \alpha)$$

$$I_M = \frac{E_M}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad \varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 7

## RL con forzamento sinusoidale



$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{e(t)}{L}$$

$$e(t) = E_M \sin(\omega t + \alpha)$$

$$I_M = \frac{E_M}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

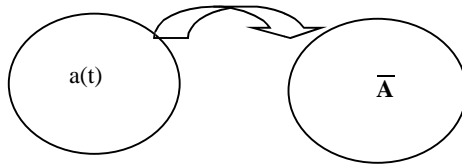
$$i(t) = k e^{\frac{R}{L} t} + I_M \sin(\omega t + \alpha - \varphi) \quad \varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}$$

$$i(0) = k + I_M \sin(\alpha - \varphi) = I_0$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 8

## Il metodo simbolico

Corrispondenza biunivoca



Devono essere conservate alcune operazioni

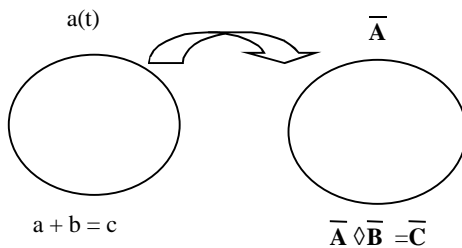
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 9

## Il metodo simbolico

- Moltiplicazione per una costante
- Somma
- Derivazione

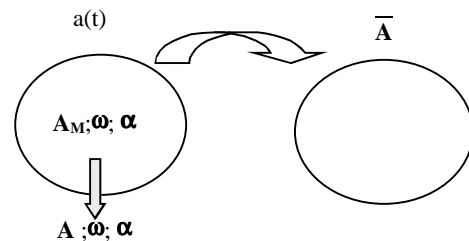
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 10

## Il metodo simbolico



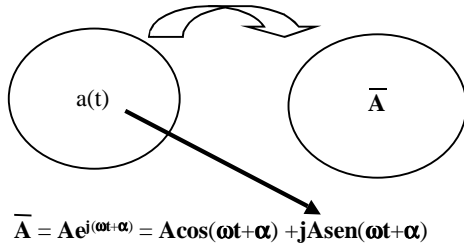
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 11

## Il metodo simbolico



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 12

## Il metodo simbolico



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 13

## Il metodo simbolico

$$\bar{A} = A e^{j(\omega t + \alpha)} = A \cos(\omega t + \alpha) + j A \sin(\omega t + \alpha)$$

### Moltiplicazione per una costante

$$R\bar{A} = R A e^{j(\omega t + \alpha)} = R A \cos(\omega t + \alpha) + j R A \sin(\omega t + \alpha)$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 14

## Il metodo simbolico

$$\bar{A} = A e^{j(\omega t + \alpha)} = A \cos(\omega t + \alpha) + j A \sin(\omega t + \alpha)$$

### Somma

$$A e^{j(\omega t + \alpha)} + B e^{j(\omega t + \beta)} = A \cos(\omega t + \alpha) + B \cos(\omega t + \beta) + j(A \sin(\omega t + \alpha) + B \sin(\omega t + \beta))$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 15

## Il metodo simbolico

$$\bar{A} = A e^{j(\omega t + \alpha)} = A \cos(\omega t + \alpha) + j A \sin(\omega t + \alpha)$$

### Derivazione

$$\frac{d}{dt} A e^{j(\omega t + \alpha)} = -\omega A \sin(\omega t + \alpha) + j \omega A \cos(\omega t + \alpha)$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 16

## Il metodo simbolico

$$\bar{A} = A e^{j(\omega t + \alpha)} = A \cos(\omega t + \alpha) + j A \sin(\omega t + \alpha)$$

La moltiplicazione tra due grandezze del tipo  $a(t)$  non si conserva!

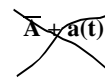
$$A e^{j(\omega t + \alpha)} B e^{j(\omega t + \beta)} = A \cos(\omega t + \alpha) B \cos(\omega t + \beta) + A \sin(\omega t + \alpha) B \sin(\omega t + \beta) + j[A \cos(\omega t + \alpha) B \sin(\omega t + \beta) + A \sin(\omega t + \alpha) B \cos(\omega t + \beta)]$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 17

## In conclusione

$$\bar{A} = A e^{j(\omega t + \alpha)} = A \cos(\omega t + \alpha) + j A \sin(\omega t + \alpha)$$

- Dalle grandezze sinusoidali si passa ai fasori
- Si opera nel dominio dei fasori
- Si ritorna alle grandezze sinusoidali



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 18

## Riepilogo della Lezione 29

- Il circuito R L con un generatore sinusoidale;
- La soluzione particolare o di regime e l'integrale completo;
- Il metodo simbolico.

---

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 19



## Fine della Lezione 29

---

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 20

