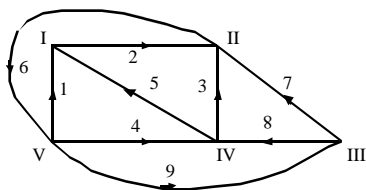


Lezione 33

Metodi sistematici per la risoluzione delle reti

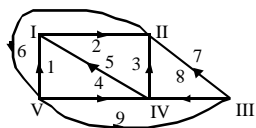
- Il grafo della rete;
- I bipoli nei rami della rete.

Il grafo orientato della rete



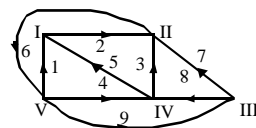
Il grafo orientato della rete e la matrice di incidenza A_c

$$a_{ij} = \begin{cases} = +1 & \text{se il ramo } j \text{ esce dal nodo } i; \\ = -1 & \text{se il ramo } j \text{ entra nel nodo } i; \\ = 0 & \text{se il ramo } j \text{ non interessa il nodo } i. \end{cases}$$



La matrice d'incidenza

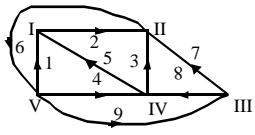
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	-1	+1	0	0	-1	0	0	0	0
II	0	-1	-1	0	0	+1	-1	-1	0
III	0	0	0	0	0	0	+1	+1	-1
IV	0	0	+1	-1	+1	0	0	0	0
V	+1	0	0	+1	0	-1	0	0	+1



La matrice d'incidenza

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	-1	+1	0	0	-1	0	0	0	0
II	0	-1	-1	0	0	+1	-1	-1	0
III	0	0	0	0	0	0	+1	+1	-1
IV	0	0	+1	-1	+1	0	0	0	0
V	+1	0	0	+1	0	-1	0	0	+1

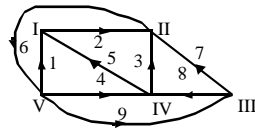
A_c



Le Equazioni ai nodi

$$\begin{bmatrix} -1 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & +1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \\ I_9 \end{bmatrix} = 0$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 7

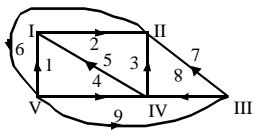


Verifichiamo

$$\begin{bmatrix} -1 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & +1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \\ I_9 \end{bmatrix} = 0$$

$-I_1 + I_2 - I_5 = 0$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 8

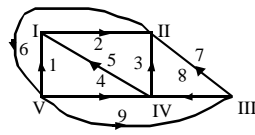


La matrice d'incidenza completa

$$\begin{bmatrix} -1 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & +1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \\ I_9 \end{bmatrix} = A_c I = 0$$

$-I_1 + I_2 - I_5 = 0$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 9

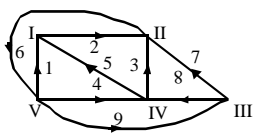


La matrice di incidenza ridotta

$$\begin{bmatrix} -1 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & +1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \\ I_9 \end{bmatrix} = 0$$

$-I_1 + I_2 - I_5 = 0$

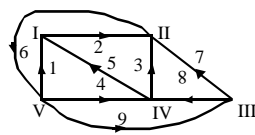
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 10



Le N-1 Equazioni ai nodi

$$\begin{bmatrix} -1 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & +1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \\ +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \\ I_9 \end{bmatrix} = A I = 0$$

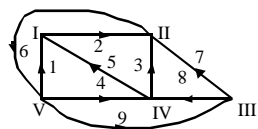
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 11



I potenziali ai nodi.

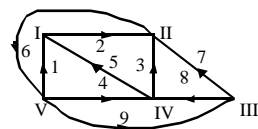
$$\begin{bmatrix} E_I \\ E_{II} \\ E_{III} \\ E_{IV} \\ E_V \end{bmatrix}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 12



Le equazioni
alle maglie

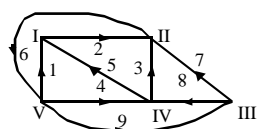
$$\begin{bmatrix} -1 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & +1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E_I \\ E_{II} \\ E_{III} \\ E_{IV} \\ E_V \end{bmatrix}$$



Le equazioni
alle maglie

$$\begin{bmatrix} -1 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & +1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E_I \\ E_{II} \\ E_{III} \\ E_{IV} \\ E_V \end{bmatrix}$$

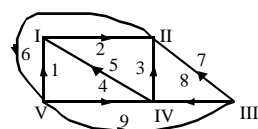
$$-E_I + E_V = V_I$$



Le equazioni
alle maglie

$$\begin{bmatrix} -1 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & +1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E_I \\ E_{II} \\ E_{III} \\ E_{IV} \\ E_V \end{bmatrix} = \mathbf{A_c^T E = V}$$

$$-E_I + E_V = V_I$$



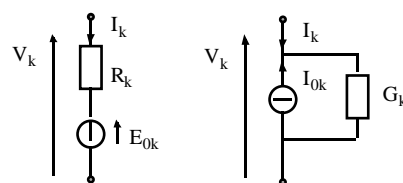
Le equazioni
alle maglie

$$\begin{bmatrix} -1 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & +1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E_I \\ E_{II} \\ E_{III} \\ E_{IV} \\ E_V \end{bmatrix} = \mathbf{A^T E = V}$$

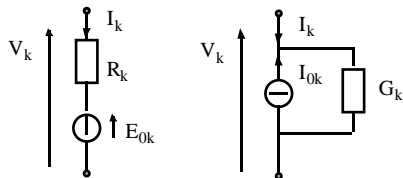
Le leggi di Kirchhoff
in forma matriciale

- $\mathbf{A I} = \mathbf{0}$;
- $\mathbf{A^T E} = \mathbf{V}$.

Le caratteristiche dei bipoli



Le caratteristiche dei bipoli

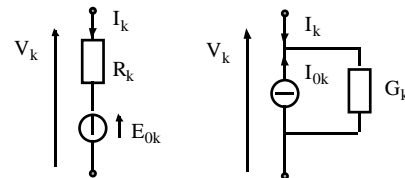


$$V_k = E_{0k} + R_k I_k;$$

$$I_k = -I_{0k} + G_k V_k.$$



Le caratteristiche dei bipoli



$$V_k = E_{0k} + R_k I_k;$$

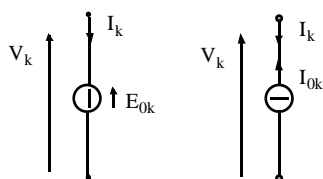
$$I_k = -I_{0k} + G_k V_k.$$

$$I_{0k} = \frac{E_{0k}}{R_k}$$

$$R_k = \frac{1}{G_k}$$



Generatori isolati



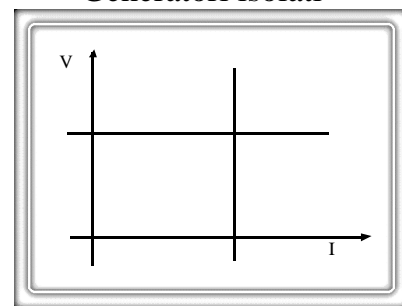
$$V_k = E_{0k};$$

$$I_k = -I_{0k}.$$

$$R_k = \frac{1}{G_k} = 0$$



Generatori isolati

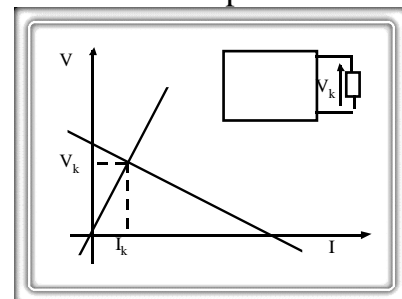


Teoremi di sostituzione per le tensioni

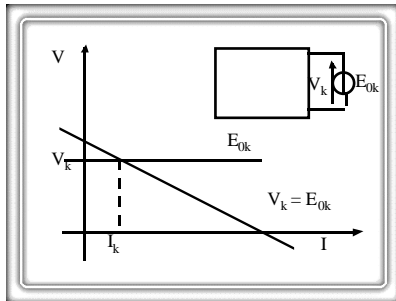
- Se tra due nodi di una rete lineare è nota la differenza di potenziale, è possibile inserire tra tali nodi un generatore di f.e.m. che eroghi la stessa differenza di potenziale senza che nulla cambi nella rete.



Differenza di potenziale

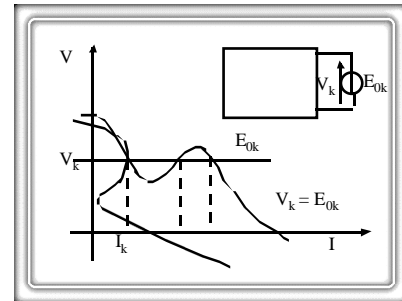


Generatore di f.e.m.



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 25

Anche non lineare



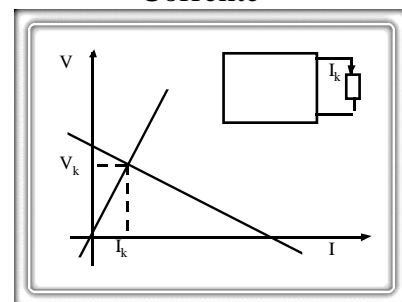
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 26

Teoremi di sostituzione per le correnti

- Se in un ramo di una rete lineare è nota la corrente che vi circola, è possibile sostituire tale ramo con un generatore di corrente che eroghi la stessa corrente senza che nulla cambi nella rete.

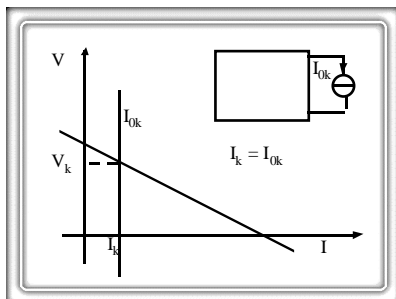
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 27

Corrente



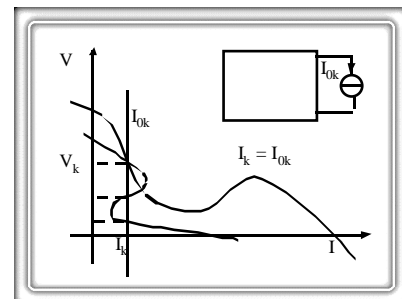
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 28

Generatore di corrente



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 29

Anche non lineare



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 30

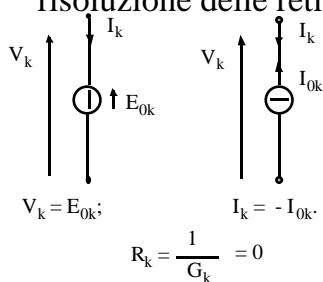
Fine della Lezione 33



Lezione 34



Metodi sistematici per la risoluzione delle reti



Teoremi di sostituzione

- Se tra due nodi di una rete lineare è nota la differenza di potenziale, è possibile inserire tra tali nodi un generatore di f.e.m. che eroghi la stessa differenza di potenziale senza che nulla cambi nella rete.



Teoremi di sostituzione

- Se in un ramo di una rete lineare è nota la corrente che vi circola, è possibile sostituire tale ramo con un generatore di corrente che eroghi la stessa corrente senza che nulla cambi nella rete.

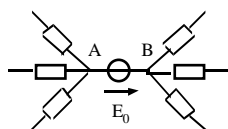


Corollari

- Se due nodi di una rete lineare sono allo stesso potenziale, è possibile collegarli con un corto circuito senza che nulla cambi nella rete.
- Se in un ramo di una rete lineare non circola alcuna corrente, tale ramo può essere aperto senza che nulla cambi nella rete.



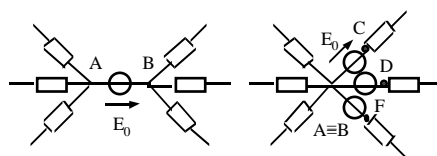
Generatore isolato di f.e.m.



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 37



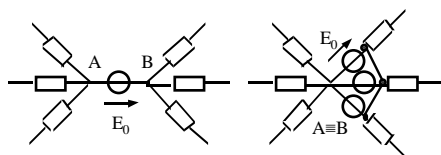
Generatore isolato di f.e.m.



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 38



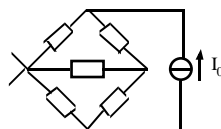
Generatore isolato di f.e.m.



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 39



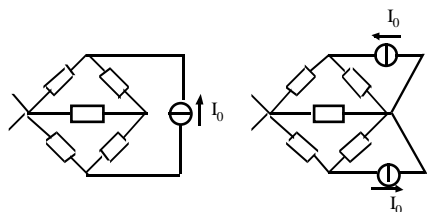
Generatore isolato di corrente



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 40



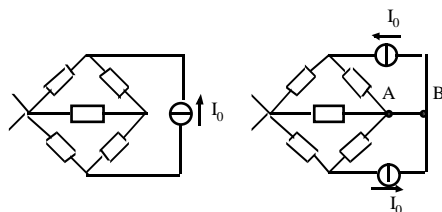
Generatore isolato di corrente



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 41



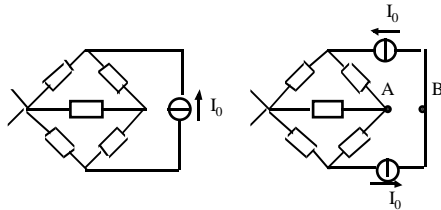
Generatore isolato di corrente



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 42



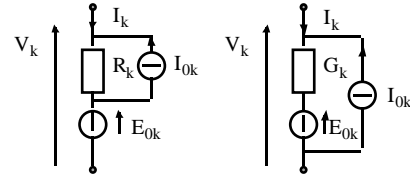
Generatore isolato di corrente



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 43



Le caratteristiche dei bipoli



$$V_k = E_{0k} + R_k I_k + R_k I_{0k};$$

$$I_k = -I_{0k} + G_k V_k - G_k E_{0k}.$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 44



Le caratteristiche dei bipoli

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & G_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & G_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}; \mathbf{E}_0 = \begin{bmatrix} E_{01} \\ E_{02} \\ E_{03} \\ \dots \end{bmatrix}; \mathbf{I}_0 = \begin{bmatrix} I_{01} \\ I_{02} \\ I_{03} \\ \dots \end{bmatrix}.$$

$$I_k = -I_{0k} + G_k V_k - G_k E_{0k}.$$

$$\mathbf{I} = -\mathbf{I}_0 + \mathbf{G} \mathbf{V} - \mathbf{G} \mathbf{E}_0.$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 45



Le caratteristiche dei bipoli

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & G_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & G_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}; \mathbf{E}_0 = \begin{bmatrix} E_{01} \\ E_{02} \\ E_{03} \\ \dots \end{bmatrix}; \mathbf{I}_0 = \begin{bmatrix} I_{01} \\ I_{02} \\ I_{03} \\ \dots \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{E} = \mathbf{V}.$$

$$\mathbf{I} = -\mathbf{I}_0 + \mathbf{G} \mathbf{V} - \mathbf{G} \mathbf{E}_0.$$

$$\mathbf{I} = -\mathbf{I}_0 + \mathbf{G} \mathbf{A}^T \mathbf{E} - \mathbf{G} \mathbf{E}_0.$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 46



Le caratteristiche dei bipoli

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & G_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & G_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}; \mathbf{E}_0 = \begin{bmatrix} E_{01} \\ E_{02} \\ E_{03} \\ \dots \end{bmatrix}; \mathbf{I}_0 = \begin{bmatrix} I_{01} \\ I_{02} \\ I_{03} \\ \dots \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{A} \mathbf{I} = \mathbf{0}.$$

$$\mathbf{I} = -\mathbf{I}_0 + \mathbf{G} \mathbf{A}^T \mathbf{E} - \mathbf{G} \mathbf{E}_0.$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 47



Le caratteristiche dei bipoli

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & G_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & G_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}; \mathbf{E}_0 = \begin{bmatrix} E_{01} \\ E_{02} \\ E_{03} \\ \dots \end{bmatrix}; \mathbf{I}_0 = \begin{bmatrix} I_{01} \\ I_{02} \\ I_{03} \\ \dots \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{A} \mathbf{I} = \mathbf{0}.$$

$$\mathbf{A} \mathbf{I} = -\mathbf{A} \mathbf{I}_0 + \mathbf{A} \mathbf{G} \mathbf{A}^T \mathbf{E} - \mathbf{A} \mathbf{G} \mathbf{E}_0 = \mathbf{0}.$$

$$\mathbf{I} = -\mathbf{I}_0 + \mathbf{G} \mathbf{A}^T \mathbf{E} - \mathbf{G} \mathbf{E}_0.$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 48



Le caratteristiche dei bipoli

$$G = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & G_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & G_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}; E_0 = \begin{bmatrix} E_{01} \\ E_{02} \\ E_{03} \\ \dots \end{bmatrix}; I_0 = \begin{bmatrix} I_{01} \\ I_{02} \\ I_{03} \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$Y E = A I_0 + A G E_0 = J_0$$

$$A I = -A I_0 + A G A^T E - A G E_0 = 0.$$

$$Y = A G A^T.$$



Riepilogo della Lezione 34

- Metodi sistematici per la risoluzione delle reti;
- Matrice di incidenza;
- Forma matriciale delle equazioni di Kirchhoff;
- Teoremi di sostituzione;
- Matrice delle conduttanze di lato;
- Forma generale della caratteristica di un ramo;
- Equazioni risolventi in termini matriciali;
- Matrice delle conduttanze ai nodi;



Fine della
Lezione 34

