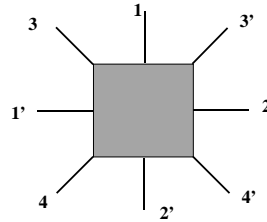


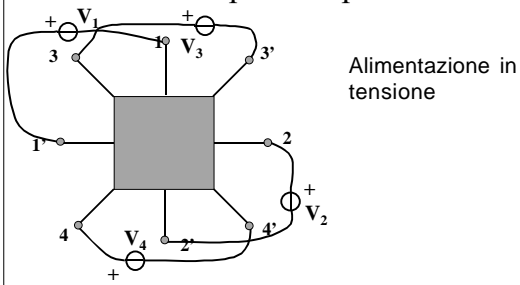
Lezione 22

n-bipoli o n-porte.



Accoppiando a due a due i morsetti di un N-polo, si ottiene un n-bipolo o n-porte.

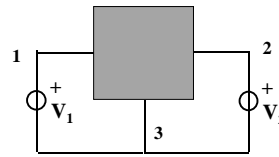
n-bipoli o n-porte.



Alimentazione in tensione

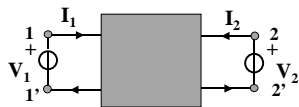
n-bipoli o n-porte.

N non deve essere necessariamente pari!



Doppio bipolo o due-porte.

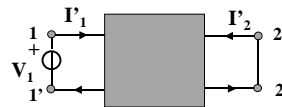
Alimentazione in tensione



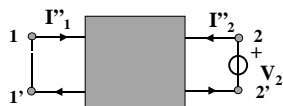
Doppio bipolo o due-porte.

$$I_1' = G_{11} V_1$$

$$I_2' = G_{21} V_1$$



Doppio bipolo o due-porte.

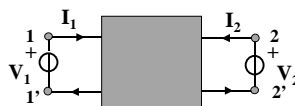


$$I'1 = G_{12} V_2$$

$$I'2 = G_{22} V_2$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 7

Doppio bipolo o due-porte.

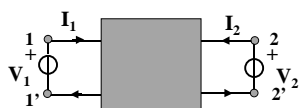


$$I_1 = G_{11} V_1 + G_{12} V_2$$

$$I_2 = G_{21} V_1 + G_{22} V_2$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 8

Doppio bipolo o due-porte.



$$\|G\| = \begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{vmatrix}$$

$$|I| = \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{vmatrix} \quad |V| = \begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \end{vmatrix} \quad |I| = \|G\| |V|$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 9

n-bipolo o n-porte.

$$\|G\| = \begin{vmatrix} G_{11} \dots G_{1s} \dots G_{1n} \\ \dots \dots \dots \\ G_{r1} \dots G_{rs} \dots G_{rn} \\ \dots \dots \dots \\ G_{n1} \dots G_{ns} \dots G_{nn} \end{vmatrix} \quad |I| = \|G\| |V|$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 10

Definizioni.

$$\|G\| = \begin{vmatrix} G_{11} \dots G_{1s} \dots G_{1n} \\ \dots \dots \dots \\ G_{r1} \dots G_{rs} \dots G_{rn} \\ \dots \dots \dots \\ G_{n1} \dots G_{ns} \dots G_{nn} \end{vmatrix} \quad \text{Conduzzanze proprie}$$

$$G_{rr} = \frac{I_r}{V_r} \Big|_{V_i=0, i \neq r}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 11

Definizioni.

$$\|G\| = \begin{vmatrix} G_{11} \dots G_{1s} \dots G_{1n} \\ \dots \dots \dots \\ G_{r1} \dots G_{rs} \dots G_{rn} \\ \dots \dots \dots \\ G_{n1} \dots G_{ns} \dots G_{nn} \end{vmatrix} \quad \text{Conduzzanze mutue o improprie}$$

$$G_{rs} = \frac{I_r}{V_s} \Big|_{V_i=0, i \neq s}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 12

Proprietà della matrice delle G.

$$G_{rs} = \frac{I_r}{V_s} \Big|_{\substack{V_i=0 \\ i \neq s}} \quad G_{sr} = \frac{I_s}{V_r} \Big|_{\substack{V_i=0 \\ i \neq r}}$$

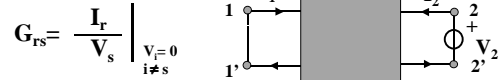
Reciprocità

$$G_{rs} = G_{sr}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 13

Proprietà della matrice delle G.

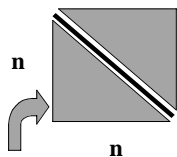
$$G_{rr} = \frac{I_r}{V_r} \Big|_{\substack{V_i=0 \\ i \neq r}} \quad G_{rr} \geq 0$$



$$G_{rs} = \frac{I_r}{V_s} \Big|_{\substack{V_i=0 \\ i \neq s}}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 14

Per la reciprocità



n^2 elementi

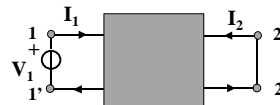
$$G_{sr} = G_{rs}$$

$$\frac{n^2 - n}{2}$$

$$n + \frac{n^2 - n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 15

Proprietà delle G.



$$|G_{21}| = \frac{|I_2|}{|V_1|} \Big|_{V_2=0} \leq \frac{|I_1|}{|V_1|} = G_{11} \quad |G_{rs}| \leq G_{rr}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 16

Doppio bipolo o due-porte.

Alimentazione in corrente

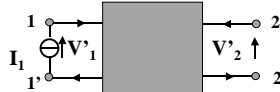


Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 17

Doppio bipolo o due-porte.

$$V'_1 = R_{11} I_1$$

$$V'_2 = R_{21} I_1$$



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 18

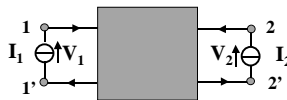
Doppio bipolo o due-porte.



$$V''_1 = R_{12} I_2$$

$$V''_2 = R_{22} I_2$$

Matrice delle R.



$$V_1 = R_{11} I_1 + R_{12} I_2$$

$$V_2 = R_{21} I_1 + R_{22} I_2$$

Proprietà della matrice delle R.

$$R_{rs} = \left. \frac{V_r}{I_s} \right|_{I_i=0, i \neq s} \quad R_{sr} = \left. \frac{V_s}{I_r} \right|_{I_i=0, i \neq r}$$

Reciprocità

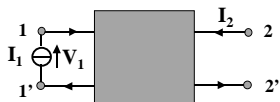
$$R_{rs} = R_{sr}$$

Proprietà della matrice delle R.

$$R_{rr} = \left. \frac{V_r}{I_r} \right|_{I_i=0, i \neq r} \quad R_{rr} \geq 0$$

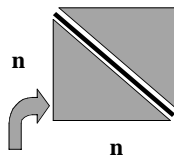
$$R_{rs} = \left. \frac{V_r}{I_s} \right|_{I_i=0, i \neq s}$$

Proprietà della matrice delle R.



$$|R_{21}| = \left. \frac{|V_2|}{|I_1|} \right|_{I_2=0} \leq \left. \frac{|V_1|}{|I_1|} \right|_{I_2=0} = R_{11} \quad |R_{rs}| \leq R_{rr}$$

Per la reciprocità



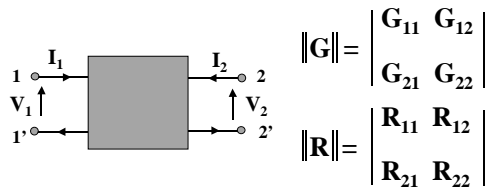
n^2 elementi

$$R_{sr} = R_{rs}$$

$$\frac{n^2 - n}{2}$$

$$n + \frac{n^2 - n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

Doppio bipolo o due-porte.



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 25

Doppio bipolo o due-porte.

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} I_1 & G_{12} \\ I_2 & G_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{vmatrix}}$$

$$I_1 = G_{11} V_1 + G_{12} V_2$$

$$I_2 = G_{21} V_1 + G_{22} V_2$$

$$V_1 = R_{11} I_1 + R_{12} I_2$$

$$V_2 = R_{21} I_1 + R_{22} I_2$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 26

Doppio bipolo o due-porte.

$$R_{11} = \frac{G_{22}}{G_{11} G_{22} - G_{12} G_{21}}$$

$$I_1 = G_{11} V_1 + G_{12} V_2$$

$$I_2 = G_{21} V_1 + G_{22} V_2$$

$$V_1 = R_{11} I_1 + R_{12} I_2$$

$$V_2 = R_{21} I_1 + R_{22} I_2$$

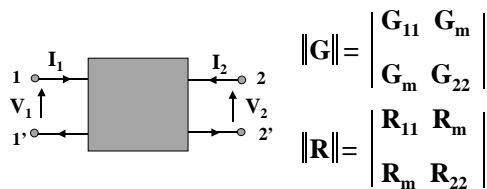
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 27

In generale.

$$R_{rs} = \frac{|G_{rs}|}{|G|} \quad G_{rs} = \frac{|R_{rs}|}{|R|}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 28

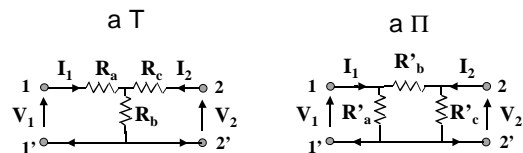
Doppio bipolo o due-porte.



Tre parametri indipendenti!

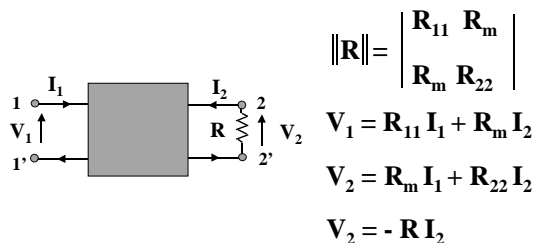
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 29

Doppi bipoli con tre resistori



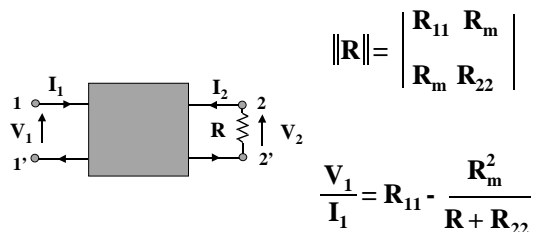
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 30

Doppio bipolo come filtro o adattatore.



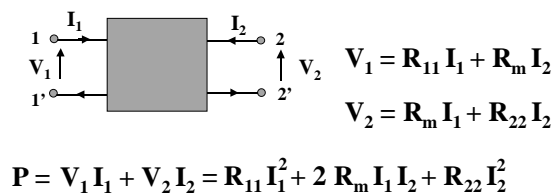
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 31

Doppio bipolo come filtro o adattatore.



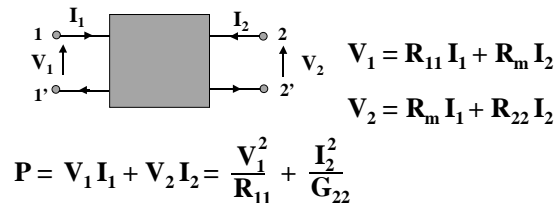
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 32

Potenza dissipata nel Doppio bipolo



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 33

Potenza dissipata nel Doppio bipolo



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 34

Riepilogo della Lezione 22

- n-bipoli o n-porte;
- Matrice delle G e delle R;
- Doppie bipoli a T o a Π ;
- Doppie bipoli come adattatori;
- Potenza assorbita da un doppio bipolo.

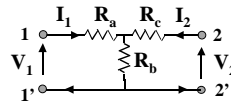
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 35

Fine della Lezione 22

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 36

Lezione 23

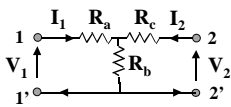
Matrice delle R per il doppio bipolo a T



$$\begin{aligned} R_{11} &= R_a + R_b \\ R_{22} &= R_c + R_b \\ R_m &= R_b \end{aligned}$$

$$R_{rs} = \frac{V_r}{I_s} \Big|_{I_i=0, i \neq s}$$

Matrice delle G per il doppio bipolo a T



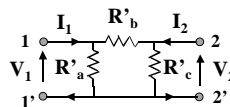
$$G_{11} = \frac{1}{R_a + \frac{R_b R_c}{R_b + R_c}}$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_c + \frac{R_b R_a}{R_b + R_a}}$$

$$G_{rs} = \frac{I_r}{V_s} \Big|_{V_i=0, i \neq s}$$

$$G_m = - \frac{R_b}{R_a(R_b + R_c) + R_b R_c}$$

Matrice delle R per il doppio bipolo a Π



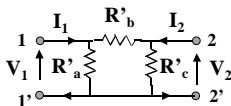
$$R'_{11} = \frac{R'_a(R'_b + R'_c)}{R'_a + R'_b + R'_c}$$

$$R'_{22} = \frac{R'_c(R'_b + R'_a)}{R'_a + R'_b + R'_c}$$

$$R'_m = \frac{R'_a R'_c}{R'_a + R'_b + R'_c}$$

$$R_{rs} = \frac{V_r}{I_s} \Big|_{I_i=0, i \neq s}$$

Matrice delle G per il doppio bipolo a Π



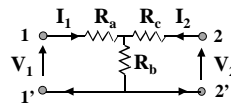
$$G'_{11} = \frac{R'_a + R'_b}{R'_a R'_b}$$

$$G'_{22} = \frac{R'_c + R'_b}{R'_c R'_b}$$

$$G'_m = - \frac{1}{R'_b}$$

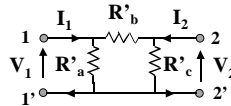
$$G_{rs} = \frac{I_r}{V_s} \Big|_{V_i=0, i \neq s}$$

Il segno delle mutue!



$$R_m = R_b$$

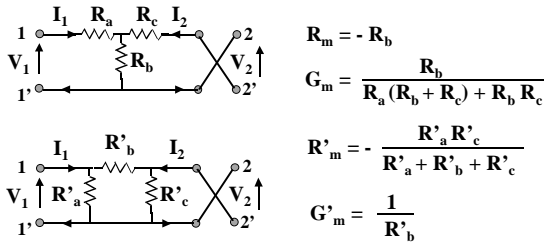
$$G_m = - \frac{R_b}{R_a(R_b + R_c) + R_b R_c}$$



$$R'_m = \frac{R'_a R'_c}{R'_a + R'_b + R'_c}$$

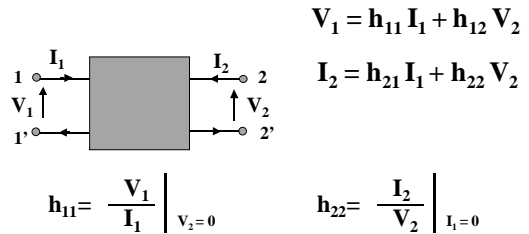
$$G'_m = - \frac{1}{R'_b}$$

Inversione dei morsetti



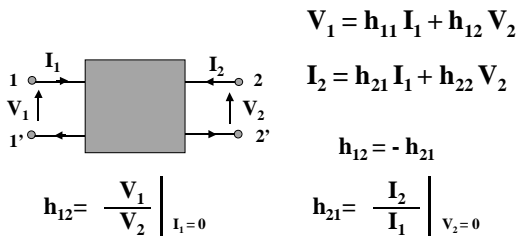
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 43

I parametri ibridi h.



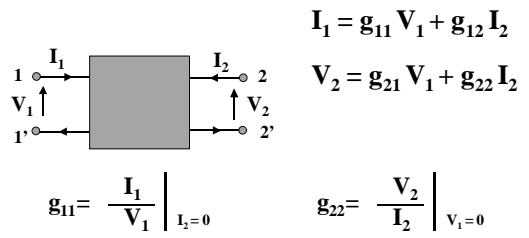
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 44

I parametri ibridi h.



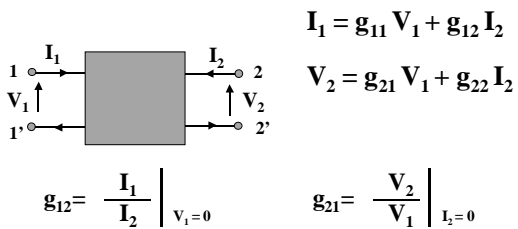
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 45

I parametri ibridi g.



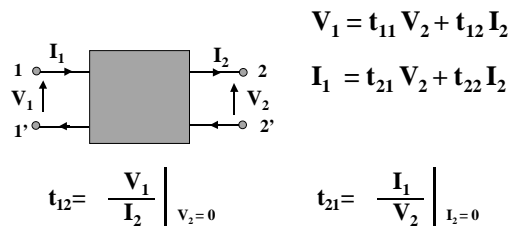
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 46

I parametri ibridi g.



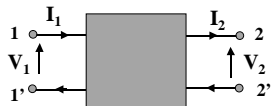
Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 47

La matrice di trasmissione.



Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 48

La matrice di trasmissione.



$$U' = T U$$

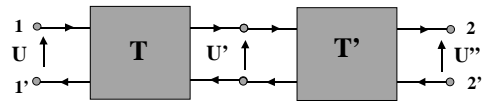
$$V_1 = t_{11} V_2 + t_{12} I_2$$

$$I_1 = t_{21} V_2 + t_{22} I_2$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 49

La matrice di trasmissione.



$$\begin{cases} U = T U' \\ U' = T' U'' \end{cases} \Rightarrow U = T T' U''$$

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 50

Riepilogo della Lezione 23

- Doppi bipoli a T o a Π : formule ;
- Altre rappresentazioni dei doppi bipoli;
- Rappresentazioni ibride;
- Matrice di trasmissione;
- Ponte in equilibrio.

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 51

Fine della Lezione 23

Introduzione ai circuiti aa 2003/2004 slide n. 52