Esercizio n° 1 VITALE FRANCESCO PROVA A2

Scriviamo le equazioni caratteristiche del doppio bipolo:

$$\begin{cases} I_1 = G_{11} V_1 + G_m V_2 \\ I_2 = G_m V_1 + G_{22} V_2 \end{cases}$$

- dalla prima si ottiene che: $G_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2 = 0}$

$$V_1 = R_{EQ} I_1 \Rightarrow R_{EQ} = \left[\frac{(R_1 + R_2)R}{R_1 + 2R} + R_1 + R\right] R_2 \Big/ \frac{(R_1 + R)R}{R_1 + 2R} + R_1 + R + R_2$$

$$R_{EQ} = \frac{\left(\frac{96}{20} + 12\right) 6}{\left(\frac{96}{20} + 18\right)} = \frac{(14)6}{19} = 4.42\ \Omega$$

$$V_1 = 4.42\, I_1 \Rightarrow G_{11} = \frac{I_1}{I_1 4.42} = 0.23\ \Omega^{-1}$$

- dalla seconda si ha: $G_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1 = 0}$

$$V_2 = R'_{EQ} I_2 \Rightarrow R'_{EQ} = \left[\frac{(R_1 + R)R}{R_1 + 2R} + R_1 + R\right] R_2 \Big/ \frac{(R_1 + R)R}{R_1 + 2R} + R_1 + R + R_2$$

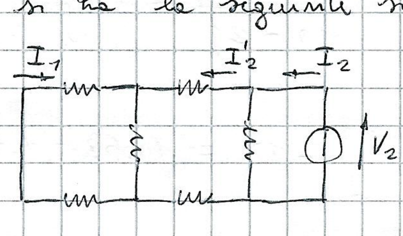
analoga al caso precedente; quindi $R_{EQ} = R'_{EQ} = 4.42\ \Omega$

e di conseguenza $G_{22} = G_{11} = 0.23\ \Omega^{-1}$

- dalla prima (poteva essere fatto anche dalla seconda) si ottiene:

$$G_m = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1 = 0}$$

si ha la seguente situazione



con il partitore di corrente possiamo ricavare il valore di I'_2 e poi I_1:

$$I_2' = I_2 \frac{R_2}{R_2 + \left[\frac{(R_1+R)R}{R_1+2R} + R_1 + R\right]} = I_2 \frac{10}{10 + \left[\frac{(12)8}{20} + 12\right]} =$$

$$= I_2\, 0.26 \,.$$

$$I_1 = -I_2' \frac{R}{R_1+2R} = -0.26\, I_2 \left(\frac{8}{20}\right) = -0.10\, I_2$$

mentre $V_2 = R'_{EQ} I_2 = 4.42\, I_2$

$$G_m = \frac{-0.10\, I_2}{4.42\, I_2} = -\frac{0.10}{4.42} = -0.02$$

Esercizio n° 2

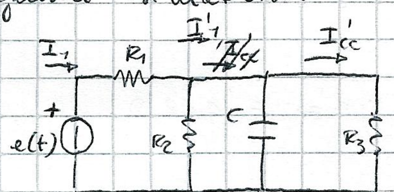
$e(t) = 4\sqrt{2}\,\mathrm{sen}\,\omega t \Rightarrow E = 4$

$i(t) = 2\sqrt{2}\,\mathrm{sen}(\omega t + \pi/3) \Rightarrow I = 2e^{j\frac{\pi}{3}} = 1 + 1.74j$

$jX_L = j\omega L = 4j$

$jX_c = -j/\omega C = -2j$

cortocircuitando il ramo di $i_L(t)$ e aprendo il generatore di corrente si ha la seguente situazione:



$$E = \dot{Z}^*_{EQ} I_1$$

$$\dot{Z}^*_{EQ} = \left\{\left[\frac{R_3(jX_c)}{R_3+jX_c}\right] R_2 \Big/ \frac{R_3(jX_c)}{R_3+jX_c} + R\right\} + R_1 =$$

$$= \left\{\left[\frac{10(-2j)}{10-2j}\right] 10 \Big/ \frac{10(-j2)}{10-2j} + 10\right\} + 10 =$$

$$= \left[\frac{3.84 - 19.23i}{10.38 - 1.92j}\right] + 10 = 10.69 - 1.72j$$

quindi $I_1 = \frac{E}{Z^*_{EQ}} = 0.36 + 0.06j$

$$I'_1 = I_1 \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_3(jX_c)}{R_3 + jX_c}} = (0.36 + 0.06j)\frac{10}{10 + \frac{10(-2j)}{10-2j}} =$$

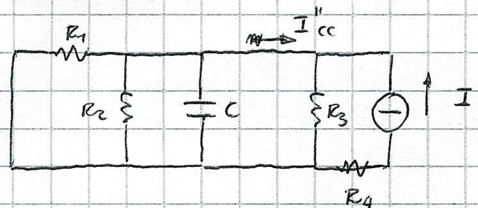
$$= I_1 \frac{10}{10 + (0.38 - 1.92j)} = (0.36 + 0.06j)\frac{10}{10.38 - 1.92j} =$$

$$= 0.32 + 0.12j$$

$$I'_{cc} = I'_1 \frac{jX_c}{jX_c + R_3} = (0.32 + 0.12j)\frac{(-2j)}{10 - 2j} =$$

$$= 0.03 - 0.06j$$

cortocircuitando il generatore di tensione si ha:



$$I''_{cc} = -I \frac{R_3}{R_3 + \left[\left(\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\right) jX_c\right] / \left[\left(\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\right) + jX_c\right]} =$$

$$= -(1 + 1.74j)\frac{10}{10 + \left(\frac{-10j}{5\cancel{4} - 2j}\right)} = -I \frac{10}{10 + (0.69 - 1.72j)} =$$

$$= -I \frac{10}{10.68 - 1.72j} = -0.66 - 1.73j$$

$$I_{cc} = I'_{cc} + I''_{cc} = -0.63 - 1.79j$$

$$\dot{Z}_{EQ} = \frac{5(-2j)}{5 - 2j} + 10 = 10.68 - 1.72j$$

$$I_L = I_{cc} \frac{\dot{Z}_{EQ}}{\dot{Z}_{EQ} + jX_L} = (-0.63 - 1.79j)\frac{(10.68 - 1.72j)}{(10.68 - 1.72j) + 4j} = -1.22 - 1.43j$$

mod I_L = 1.88

arg I_L = -130° = 2.27 rad

$i_L(t) = 2.66 \text{ sen } (1000t - 2.27)$