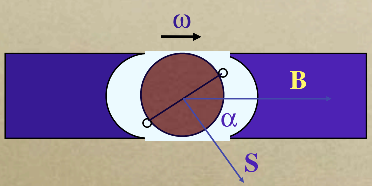
I sistemi trifasi

I generatori

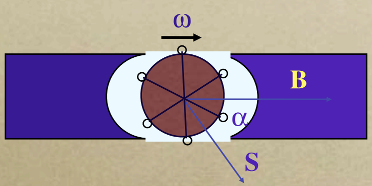


$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \Phi(t) = BS\cos\alpha \qquad \alpha = \omega t$$

$$e(t) = BS\omega sen\omega t = E_M sen\omega t$$

Nell'introdurre il regime sinusoidale abbiamo accennato a come sia, in linea di principio, molto semplice immaginare un generatore di tensione sinusoidale costruito in base ai principi generali della interazione elettromagnetica: una semplice spira rotante in un campo magnetico ne è stata la concreta esemplificazione.

I generatori

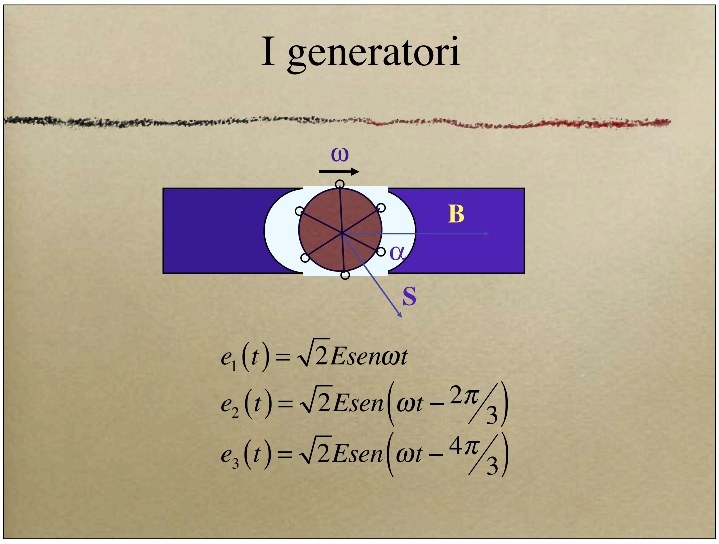


$$e_1(t) = E_{M1} sen\omega t$$

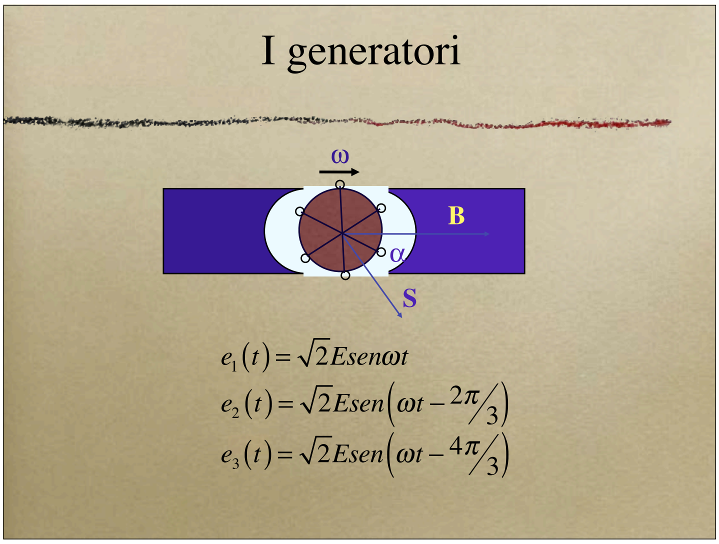
$$e_2(t) = E_3 sen(\omega t - \alpha_2)$$

$$e_3(t) = E_3 sen(\omega t - \alpha_3)$$

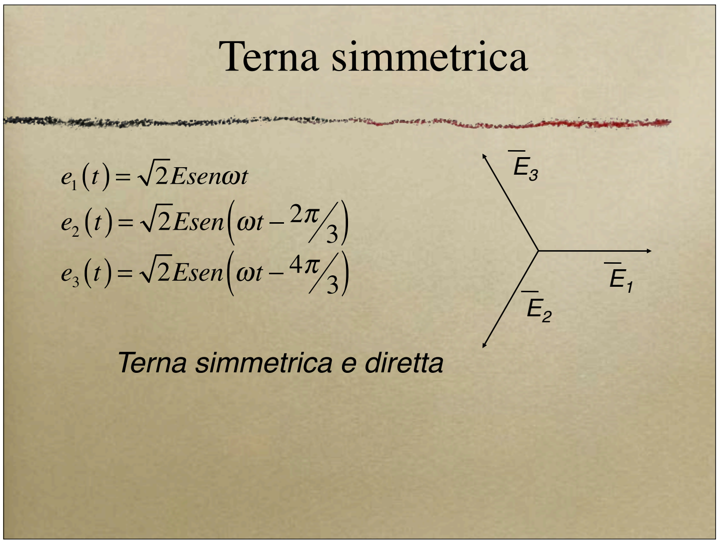
È immediato osservare che, una volta prodotto il campo magnetico, appare logico sfruttarlo in maniera più completa disponendo più spire rotanti nella regione in cui esso agisce. Si osservi che a nulla servirebbe distribuire un unico avvolgimento lungo tutta la periferia del rotore; il motivo apparirà immediatamente chiaro in seguito. Il generatore, che stiamo qui descrivendo solo in linea di principio, produrrà, invece di una sola, più tensioni sinusoidali che risulteranno tra di loro sfasate nel tempo di angoli corrispondenti agli angoli che separano nella disposizione spaziale le singole spire. Infatti, nella sua rotazione, una spira sperimenterà le stesse condizioni di quella che la precede dopo un tempo pari a quello necessario a percorrere l'angolo che le separa. Un sistema di tensioni di tale tipo prende il nome di sistema polifase.



In particolare se le tensioni sono eguali in modulo (o valore efficace) e sfasate tra di loro di uno stesso angolo (il che corrisponde ad una disposizione spaziale delle spire perfettamente simmetrica) il sistema si dirà simmetrico; nel caso contrario esso si dirà dissimmetrico. Ragioni pratiche consigliano in generale di limitarsi al caso di tre sole tensioni; avremo, dunque, sistemi di tensioni trifasi simmetrici o non, a secondo del caso. Se poi, in particolare è $\alpha_2=2\pi/3$ e $\alpha_3=4\pi/3$, allora il sistema si dirà simmetrico diretto.



È naturalmente ancora simmetrico il sistema con $\alpha_2=4\pi/3$ ed $\alpha_3=2\pi/3$. Per distinguerli diremo il primo sistema simmetrico diretto ed il secondo simmetrico inverso.



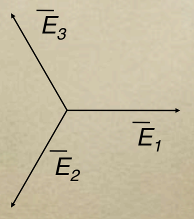
Nella rappresentazione vettoriale la terna simmetrica diretta è descritta dal diagramma mostrato.

Terna simmetrica

$$\overline{E}_1 = Ee^{j\omega t}$$

$$\overline{E}_2 = Ee^{j\left(\omega t - 2\pi/3\right)}$$

$$\overline{E}_3 = Ee^{j\left(\omega t - 4\pi/3\right)}$$



Terna simmetrica e diretta

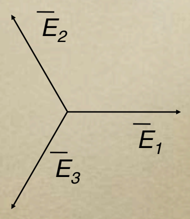
Ed in forma favoriate.

Terna simmetrica inversa

$$\overline{E}_1 = Ee^{j\omega t}$$

$$\overline{E}_2 = Ee^{j\left(\omega t - 4\pi/3\right)} = Ee^{j\left(\omega t + 2\pi/3\right)}$$

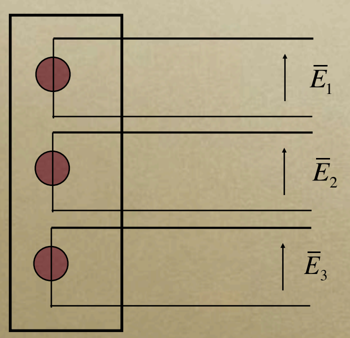
$$\overline{E}_3 = Ee^{j\left(\omega t - 2\pi/3\right)} = Ee^{j\left(\omega t + 4\pi/3\right)}$$



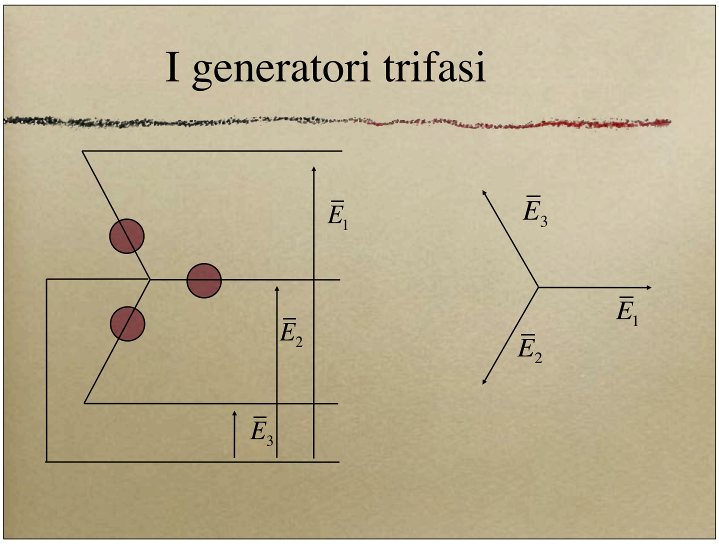
Terna simmetrica e inversa

mentre per la terna simmetrica inversa si avrà...

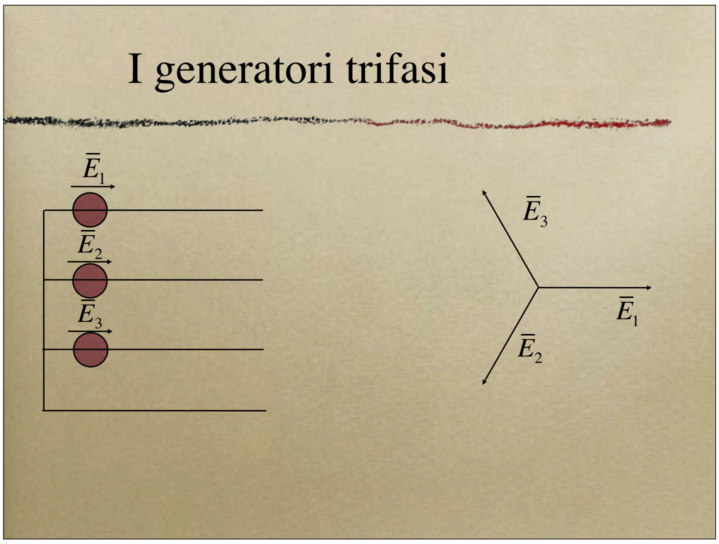
I generatori trifasi



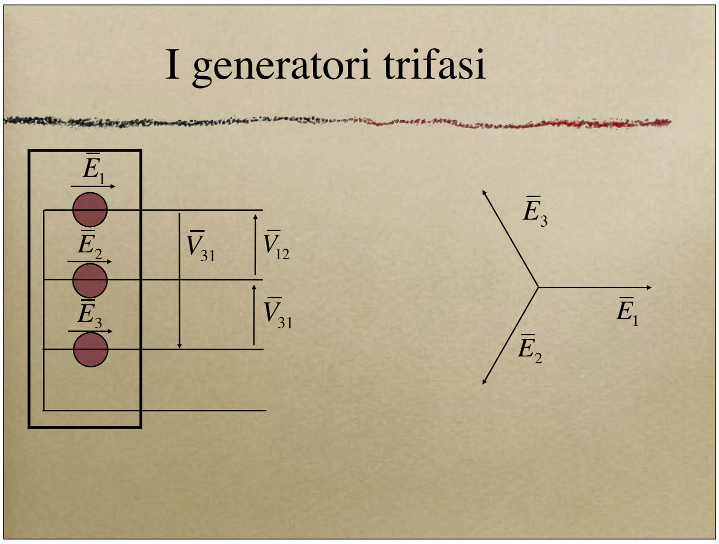
Un generatore trifase si può sempre immaginare realizzato con tre generatori monofase, del tipo già introdotto, e disposti come mostrato; tale disposizione si dice, per ovvie ragioni, a stella.



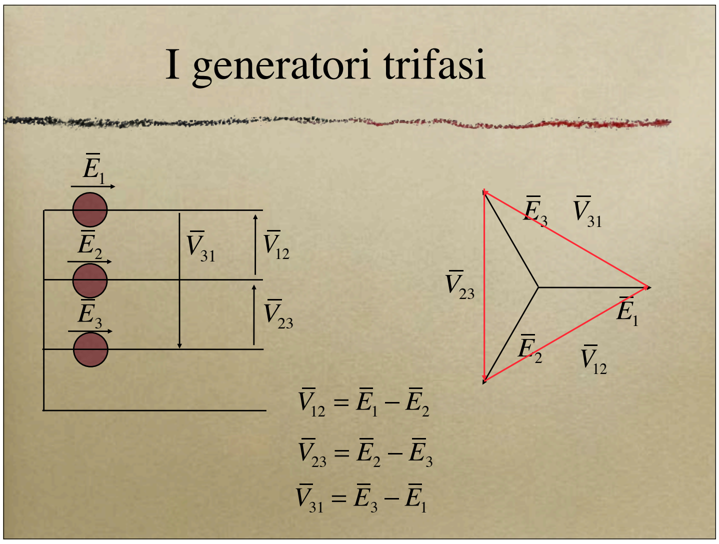
Un generatore trifase si può sempre immaginare realizzato con tre generatori monofase, del tipo già introdotto, e disposti come mostrato; tale disposizione si dice, per ovvie ragioni, a stella.



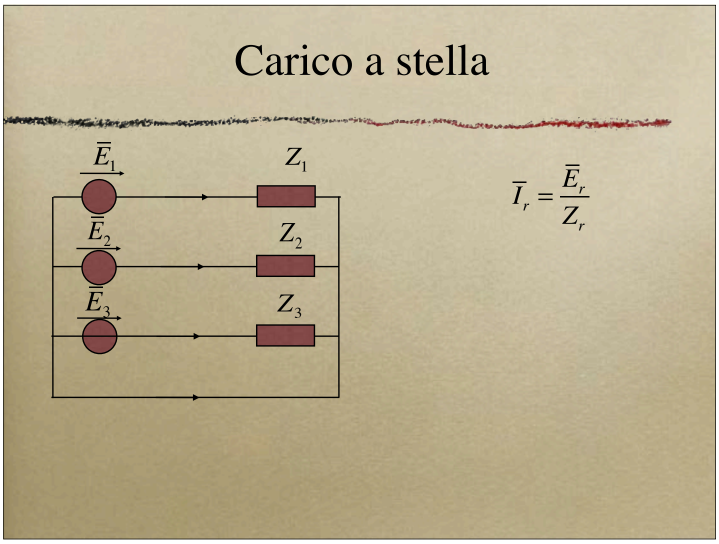
Si noti che dal punto di vista elettrico un tale sistema può anche essere disegnato come mostrato nell'immagine.



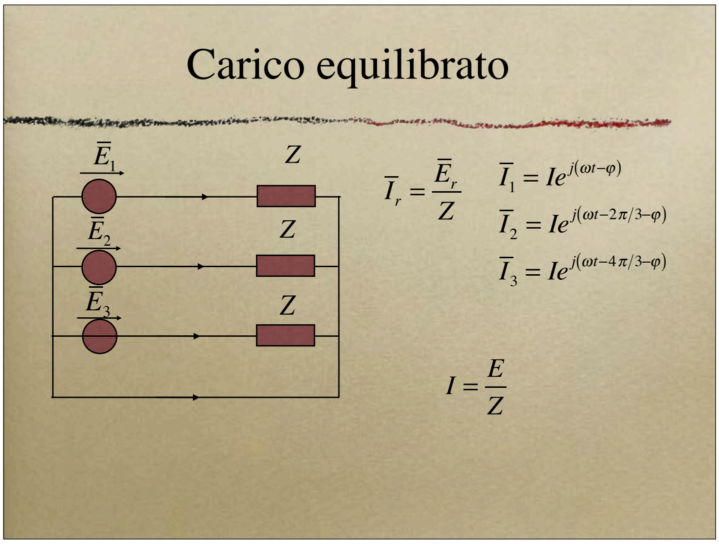
Le tensioni tra i conduttori di linea prendono il nome di tensioni concatenate e vengono di regola indicate utilizzando la lettera V, mentre si riserva la lettera E per le tensioni tra i conduttori ed il punto comune dei tre generatori che prende il nome di centro stella dei generatori. Tali tensioni vengono dette stellate o di fase.



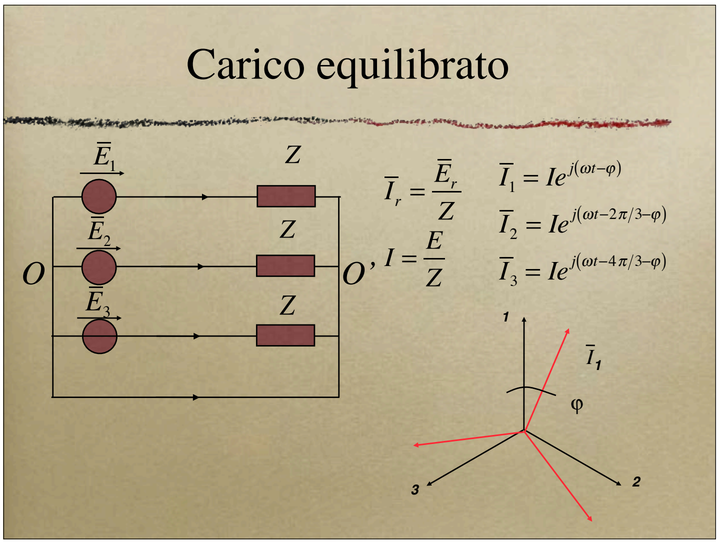
Le relazioni tra tensioni di fase e tensioni concatenate sono quelle mostrate e descritte graficamente nel diagramma vettoriale riportato: il triangolo delle tensioni concatenate ha per vertici i tre punti 1, 2 e 3, estremi dei vettori rappresentativi delle rispettive tensioni di fase.



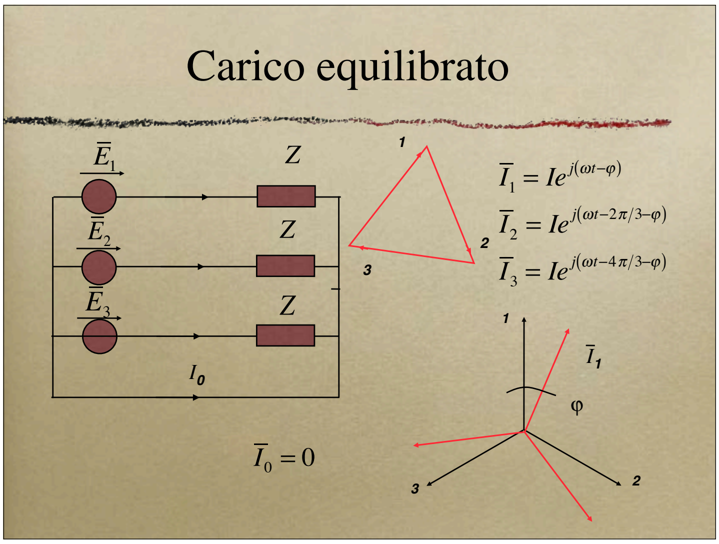
Supponiamo ora di collegare i tre generatori a tre impedenze di carico, come descritto nell'immagine. Il sistema così ottenuto si distingue da quello che si otterrebbe collegando i tre generatori sui rispettivi carichi separatamente, solo per il fatto che il conduttore di ritorno dei tre generatori è in comune.



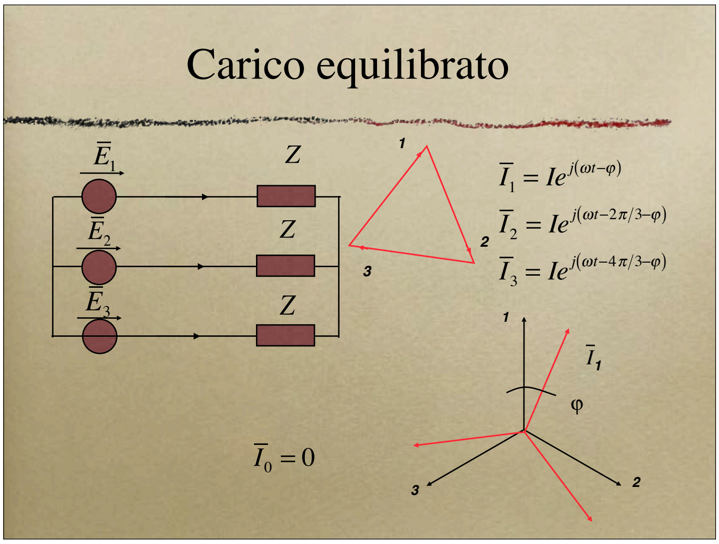
Supponiamo ora, però, che il sistema, oltre ad essere simmetrico diretto (o inverso, non ha importanza) sia anche caratterizzato dall'avere le tre impedenze di carico eguali tra di loro: un tale sistema si dirà equilibrato nelle correnti (o anche nel carico). In queste condizioni le tre correnti i_1, i_2 ed i_3 sono uguali in modulo e sfasate di $2\pi/3$ l'una dall'altra. Per convincersene basta considerare le maglie formate da ogni singola fase ed il conduttore neutro che è un corto circuito.



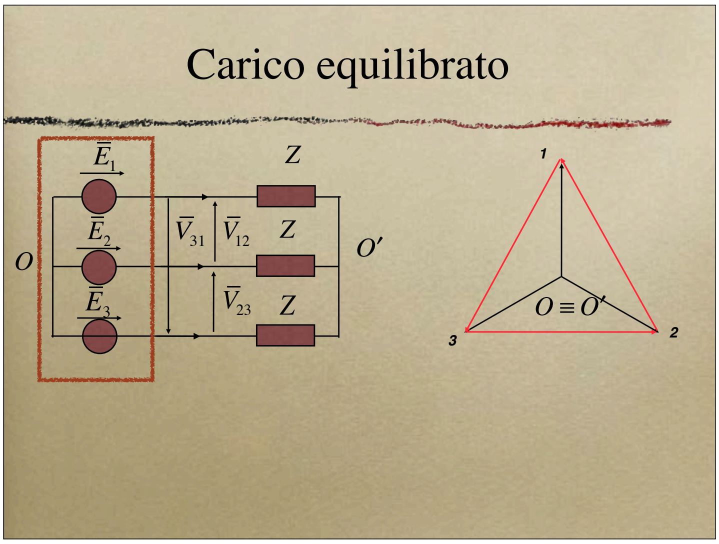
È facile verificare che nel caso descritto la somma dei tre fasori delle correnti si annulla. I tre fasori rappresentativi, infatti, sono eguali in modulo e sfasati di 2π/3 e costituiscono quindi, messi uno dietro l'altro, i lati di un triangolo equilatero: la loro somma è dunque identicamente nulla.



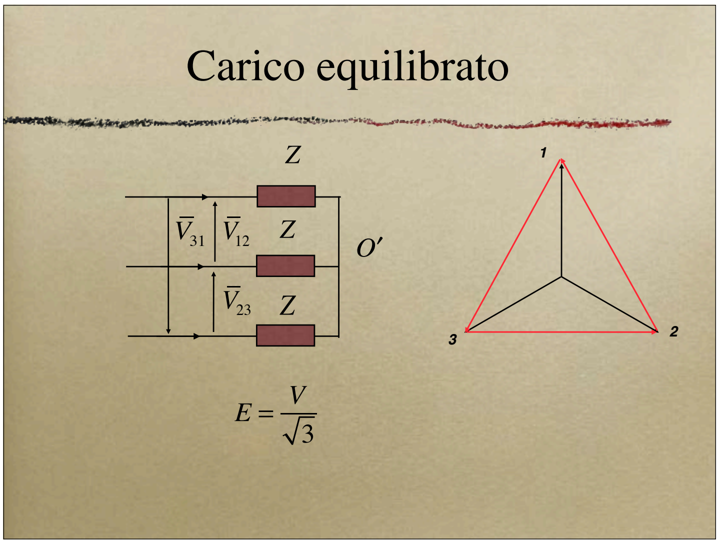
D'altra parte l'applicazione della LKC al nodo comune delle tre impedenze, O', ci dice che la corrente nel conduttore comune di ritorno deve essere nulla. Ne consegue, per una nota proprietà delle reti, che tale conduttore può essere eliminato ed i due punti O ed O' sono allo stesso potenziale anche se non sono collegati da un conduttore!



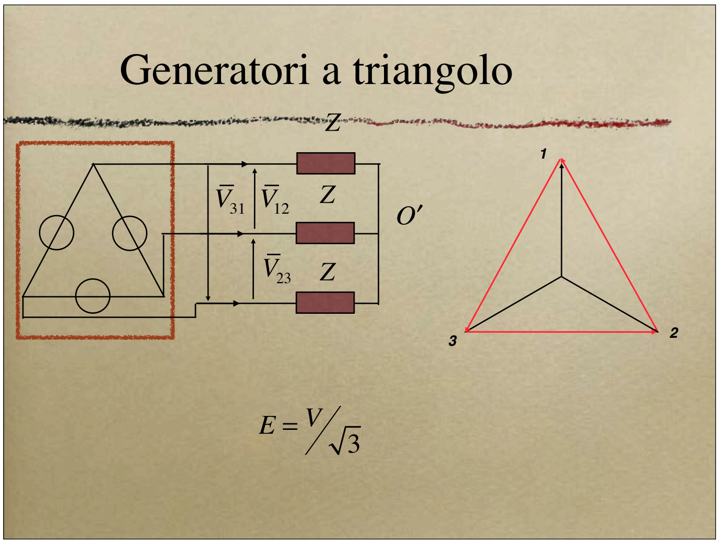
Siamo giunti quindi ad uno schema di collegamento a soli tre conduttori di linea che, se il carico è equilibrato, è del tutto equivalente a quello precedente. Un tale sistema verrà detto sistema trifase senza conduttore neutro (o filo neutro) perché tale è appunto il nome che si riserva al quarto conduttore.



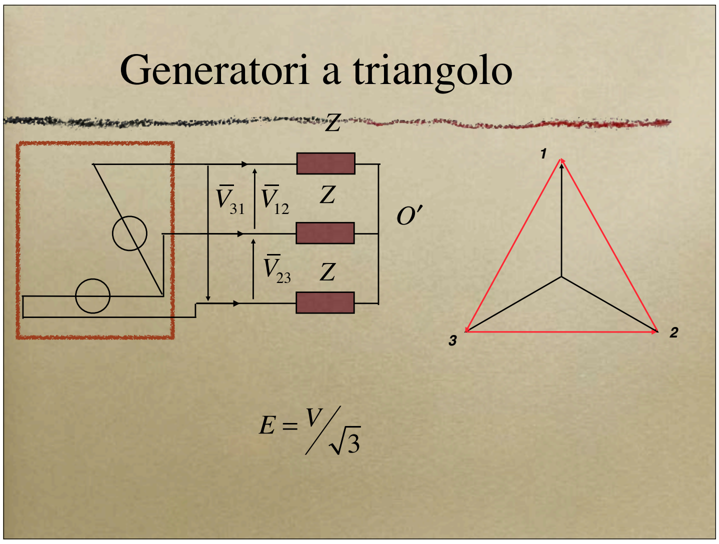
Immaginiamo ora il complesso dei generatori racchiusi in una scatola chiusa; fuoriescono soltanto i tre fili di linea tra i quali sussistono le tensioni concatenate. È la situazione che si può immaginare si verifichi quando l'alimentazione è fornita da un unico generatore trifase.



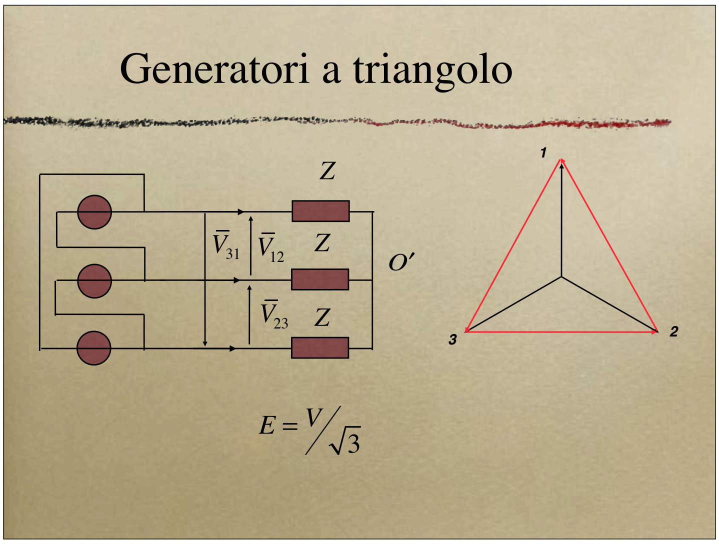
O anche la condizione in cui ci si trova se si guarda la linea trifase ad una certa distanza sia dai generatori che dai carichi. Si vedono solo tre fili le cui tensioni tra di loro sono appunto le tensioni concatenate. Non abbiamo accesso né all’eventuale punto O né a quello O’. Anche perché tali punti potrebbero anche non esistere fisicamente come si evince dalla considerazioni successive.



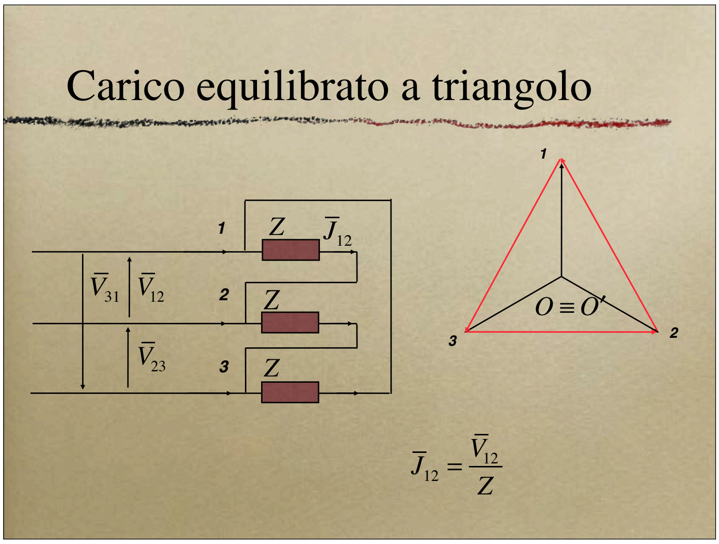
Si osservi, infatti, che lo stesso sistema di alimentazione si può immaginare prodotto da tre generatori, di tensione pari alla tensione concatenata e con gli opportuni sfasamenti, collegati come mostrato; si parlerà in questo caso di sistema di generatori collegati a triangolo perché i generatori stessi possono idealmente immaginarsi disposti lungo i lati di un triangolo. In un collegamento a triangolo non c'è spazio per un eventuale filo neutro in quanto manca il punto O a cui collegarlo.



Inoltre va notato che per imporre le tre tensioni concatenate sui tre fili, bastano solo due generatori. Il terzo valore delle tensioni è univocamente determinato.

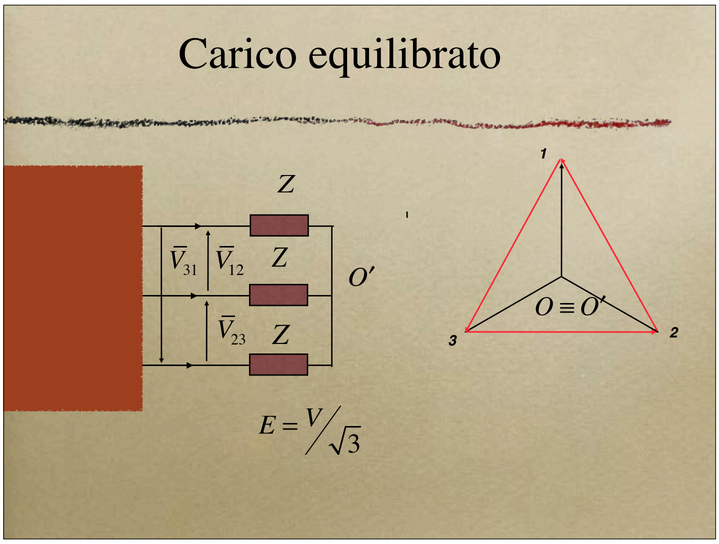


Per generatori o carichi a triangolo si preferisce la notazione grafica mostrata, dove almeno graficamente il triangolo è nascosto.



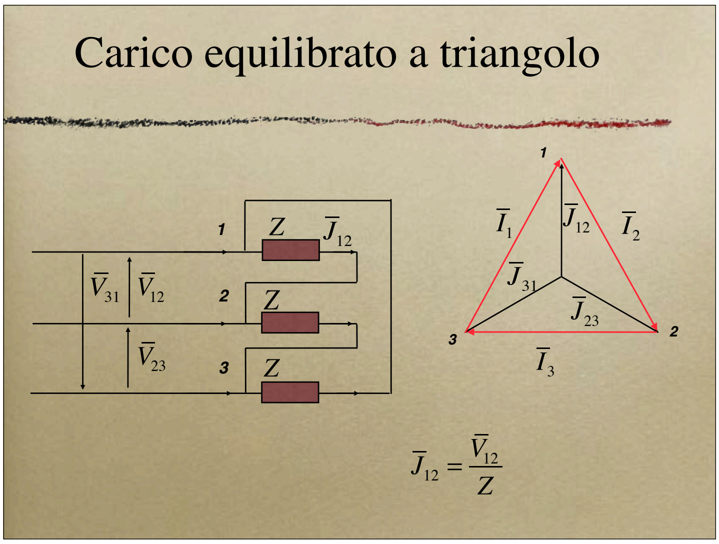
Anche il carico delle tre impedenze può essere collegato a triangolo, come mostrato in figura, e, naturalmente, sono possibili le altre combinazioni: generatori a stella e carico a triangolo o generatori a triangolo e carico a stella.

Nel caso di carico a triangolo le singole impedenze saranno attraversate da correnti diverse da quelle di linea; tali correnti verranno dette correnti di fase. Le relazioni tra correnti di linea e correnti di fase si ricavano facilmente applicando la prima legge di Kirchhoff ai nodi del triangolo delle impedenze e ricalcano quelle tra tensioni concatenate e tensioni stellate.

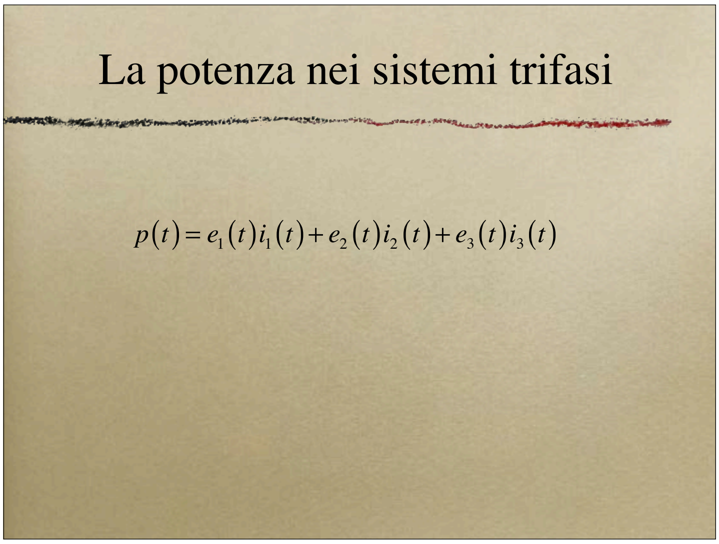


È facile però rendersi conto che, in una situazione in cui non si conosce la effettiva disposizione dei generatori, deve essere in effetti possibile prescindere da tale disposizione e poter comunque determinare le correnti nei conduttori sulla base della conoscenza delle sole tensioni concatenate. In effetti, assegnato un triangolo di tensioni concatenate, possiamo immaginare tali tensioni prodotte da una qualsiasi terna di generatori disposti a stella con tensioni tali che i loro vettori rappresentativi costituiscano una stella con gli estremi coincidenti con i vertici del triangolo delle tensioni.

Naturalmente, se la terna di tensioni concatenate è simmetrica, sarà molto conveniente supporre la terna di tensioni stellate anche essa simmetrica; in tal caso si avrà , E= V/√3, dove si indicato con E e V rispettivamente, il modulo comune delle tensioni stellate e delle tensioni concatenate.



Se il carico equilibrato è a triangolo, le correnti di fase si calcolano agevolmente perché sono note le tensioni sulle singole impedenze. Dalle correnti di fase si calcolano poi quelle di linea.



Come abbiamo visto, nel caso di carico equilibrato a stella e di terna di tensioni simmetrica, anche in assenza di conduttore neutro, il potenziale O' del centro stella del carico coincide con il potenziale del baricentro O del triangolo delle tensioni concatenate. Ciò vuol dire che, se si immagina il sistema di tensioni concatenate prodotto da una terna di generatori a stella che fornisce una terna simmetrica di tensioni stellate, il potenziale di O' coincide con quello del centro stella dei generatori. In tali condizioni le correnti nelle singole impedenze di carico si calcolano agevolmente come rapporto tra le tensioni stellate e le relative impedenze del carico. Calcoliamo, in queste condizioni, la potenza fornita dal sistema dei generatori come somma delle potenze erogate da tre generatori collegati a stella che siano in grado di fornire l'assegnata terna di tensioni concatenate.

La potenza nei sistemi equilibrati

$$p(t) = e_1(t)i_1(t) + e_2(t)i_2(t) + e_3(t)i_3(t)$$

$$p(t) = EI\left[sen(\omega t)sen(\omega t - \varphi) + sen\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)sen\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) + \right.$$

$$\left. + sen\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)sen\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right)\right] = 3EI\cos\varphi +$$

$$+ EI\left[\cos(2\omega t - \varphi) + \cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) + \cos\left(2\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)\right]$$

In particolare, se la terna delle V è simmetrica, scegliendo anche la terna delle E simmetrica, e se il carico è equilibrato si ottiene l'espressione mostrata. In tale espressione si riconosce ancora una termine costante ed un termine fluttuante, come nel caso monofase. Questa volta però il termine fluttuante è identicamente nullo. Se rappresentiamo infatti i tre addendi di cui è composto in un piano dei vettori – che questa volta però ruota con velocità 2ω – vediamo subito che la spezzata che essi formano è chiusa e quindi essi sono a somma nulla.

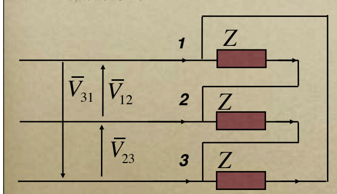
La potenza nei sistemi equilibrati

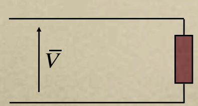
La potenza istantanea è uguale alla potenza media

La potenza media è pari a 3EIcosφ o √3VIcosφ.

Si conclude, dunque, che, nel caso di terna delle tensioni simmetrica e terna delle correnti equilibrata, la sola potenza che si trasferisce al carico è quella media:

Confronto trifase/monofase

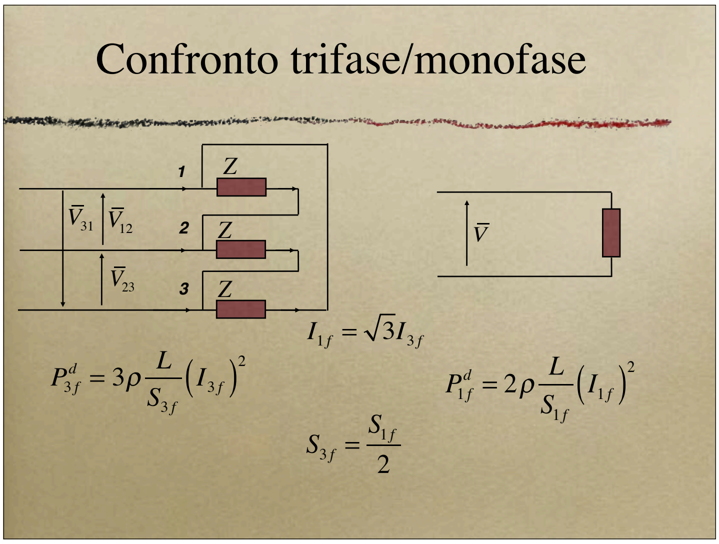




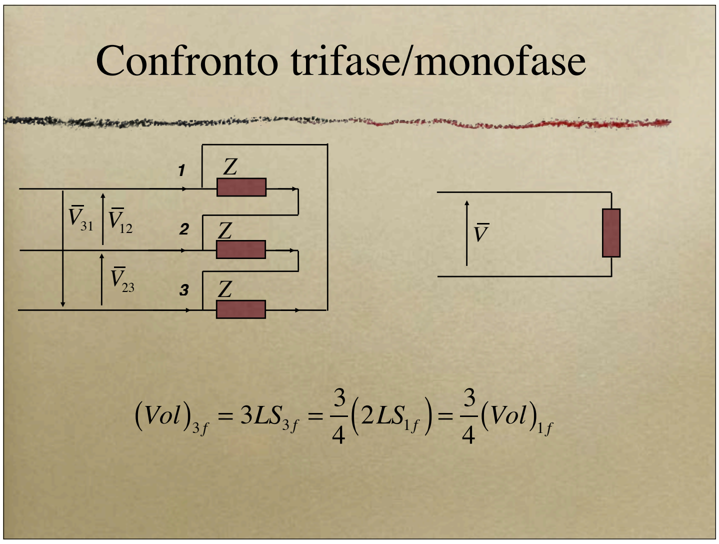
$$P = \sqrt{3}VI_{3f}\cos\varphi \qquad P = VI_{1f}\cos\varphi$$

$$I_{1f} = \sqrt{3}I_{3f}$$

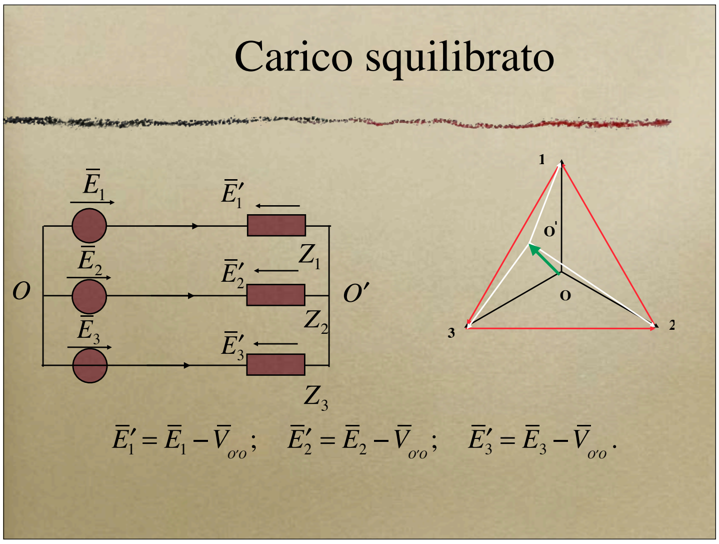
Sulla base delle nozioni introdotte possiamo a questo punto mostrare un altro motivo di convenienza dell'uso di sistemi trifasi. Confrontiamo due sistemi di alimentazione, l'uno monofase e l'altro trifase senza neutro, che siano del tutto equivalenti per quello che concerne l'utilizzatore, cioè il carico. Supponiamo che detto carico, nel caso del sistema trifase, sia disposto a triangolo come mostrato nello schema – ad un risultato identico si giunge se lo si suppone a stella – e che sia inoltre equilibrato. La potenza fornita al carico si calcola agevolmente. Un sistema monofase che sia equivalente a quello trifase deve fornire la stessa potenza sotto la stessa tensione e con lo stesso fattore di potenza; dal confronto tra le due potenze si deduce che la corrente in tale sistema monofase deve essere √3 volte più grande di quella nel singolo conduttore di linea del sistema trifase.



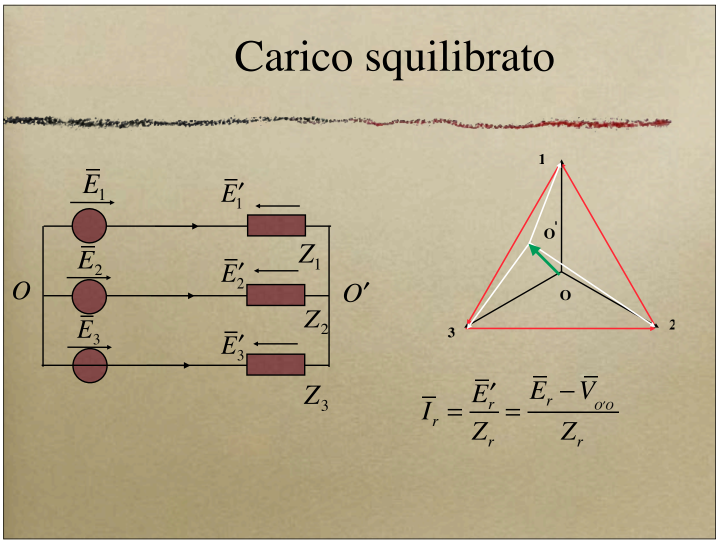
Fino ad ora abbiamo supposto che i conduttori di linea che collegano i generatori al carico siano di resistenza nulla. In effetti, come abbiamo già sottolineato, se pensiamo ad una rete di collegamento di dimensioni ragguardevoli, in cui i generatori siano a chilometri e chilometri di distanza dagli utilizzatori, come in effetti accade in una complessa rete elettrica nazionale od internazionale, si capisce facilmente come anche una piccola resistività dei conduttori di linea può provocare notevoli potenze dissipate lungo la linea stessa. Paragoniamo le potenze dissipate dei due casi precedentemente descritti. Naturalmente ρ è la resistività del materiale dei conduttori di linea, L la distanza del carico dai generatori ed S_{1f} ed S_{3f} le sezioni dei conduttori nei due casi esaminati. Perché le due potenze siano eguali occorre che sia $S_{3f}=S_{1f}/2$.



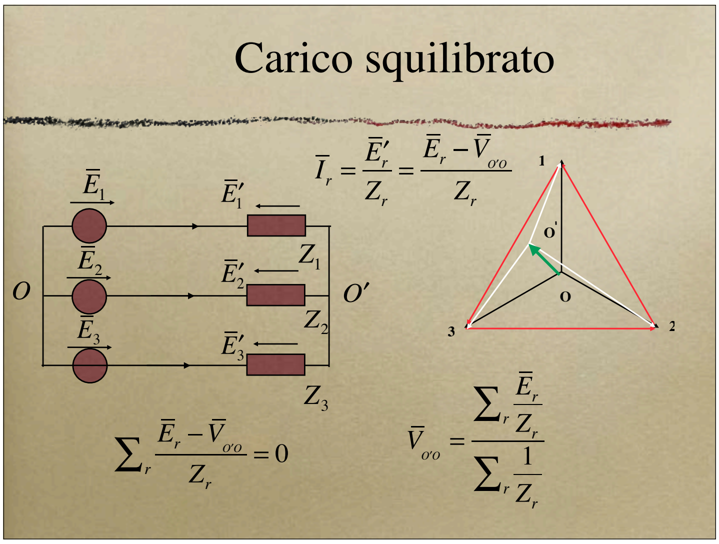
In termini di volume di materiale impiegato, e quindi di costo della linea, a parità di tutti gli altri fattori, ciò significa che il volume di rame nel caso trifase è 3/4 di quello del caso monofase, con un risparmio globale di un quarto di materiale. Questo semplice confronto basterebbe a giustificare la scelta della trasmissione con sistemi trifasi; naturalmente ci sono altri aspetti del problema che non abbiamo esaminato in quanto non congruenti con il livello di approfondimento al quale riteniamo di doverci mantenere.



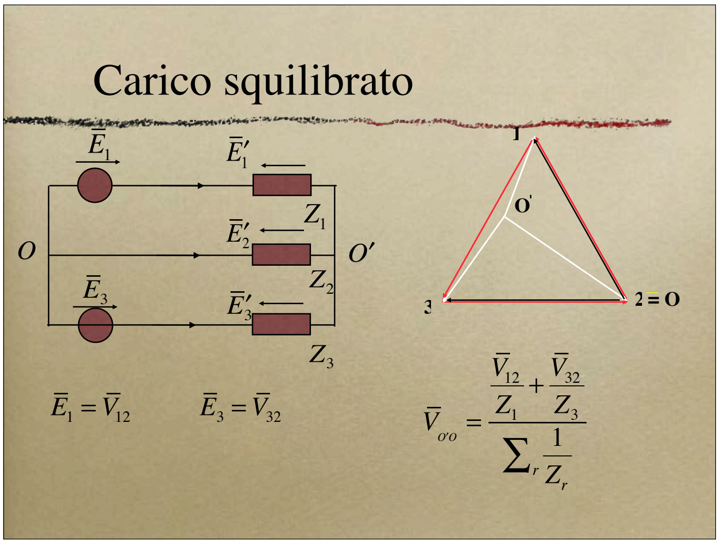
Ritornando al problema del calcolo delle correnti in un sistema trifase, come abbiamo visto, se le tensioni concatenate costituiscono una terna simmetrica (diretta per esempio), le correnti si calcolano agevolmente come se si trattasse di tre circuiti monofasi distinti anziché di un unico sistema trifase. Le cose si complicano leggermente se, pur restando la terna delle tensioni concatenate simmetrica, le tre impedenze di carico non sono più uguali. In tal caso anche supponendo le tre tensioni dei generatori disposti a stella simmetriche, il potenziale del centro stella dei generatori non coincide con quello del centro stella del carico; il punto O nella rappresentazione vettoriale, non coincide con il punto O'. Con O'O indicheremo il vettore rappresentativo della differenza di potenziale tra il centro stella del carico e quello dei generatori; tale vettore individua il cosiddetto spostamento del centro stella.



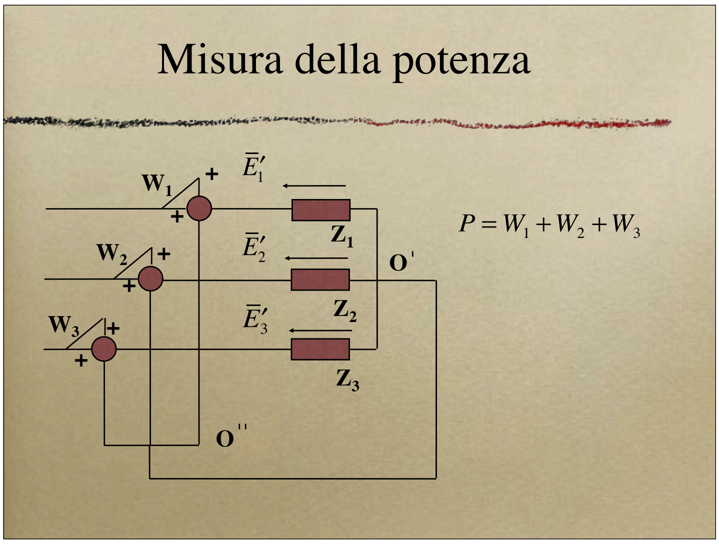
D'altra parte, dal diagramma vettoriale, si ottiene facilmente il valore della generica corrente di linea in funzione della corrispondente tensione stellata e dello spostamento del centro stella. La conoscenza dello spostamento del centro stella consente, quindi, di calcolare le tensioni che insistono sui relativi carichi e, di conseguenza, le correnti.



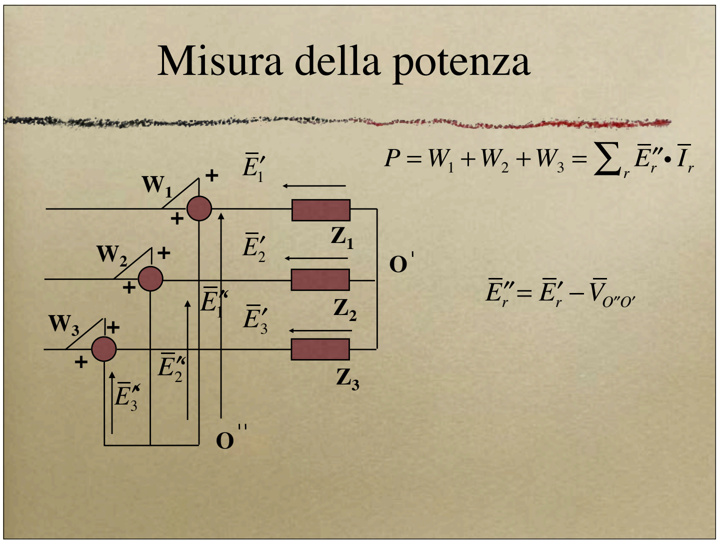
Il calcolo dello spostamento del centro stella, è, d'altra parte, molto agevole; basta applicare il metodo dei potenziali ai nodi, scrivendo l'equazione che esprime la LKC ad uno dei due nodi presenti nella rete. Si ottiene facilmente il valore dello spostamento del centro stella: in pratica stiamo applicando quello che abbiamo chiamato anche teorema di MIllmann.



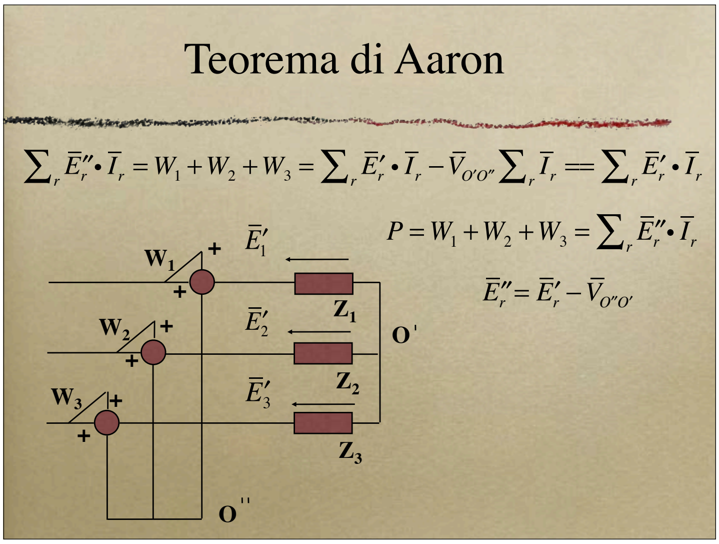
Resta da vedere come si tratta il caso in cui anche le tensioni concatenate non sono più simmetriche. In effetti il procedimento ora esposto non richiede necessariamente che le tensioni concatenate costituiscano una terna simmetrica; esso è applicabile anche nel caso di terna dissimmetrica. In tal caso, naturalmente, il punto O non sarà più il baricentro del triangolo equilatero delle tensioni concatenate, come nel caso precedente, ma un punto qualsiasi del piano rappresentativo. Esso dipende dalla scelta fatta per la terna di tensioni stellate che si suppone producano le assegnate tensioni concatenate. È possibile anche scegliere O coincidente con uno dei vertici del triangolo delle tensioni concatenate (3 per esempio); ciò è equivalente a supporre che la terna di tensioni concatenate sia prodotta da due soli generatori.



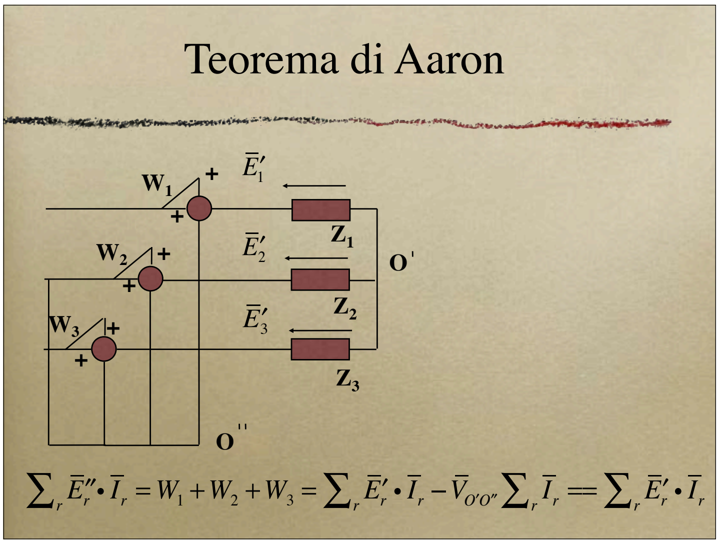
Una qualche particolarità presenta l'inserzione dei wattmetri in un sistema trifase. Supponiamo inizialmente che esso sia a stella con il neutro accessibile come schematicamente mostrato in figura. Nella stessa figura è anche indicata l'inserzione di tre wattmetri: è evidente che la somma delle indicazioni dei tre wattmetri fornisce la potenza attiva assorbita dal carico trifase. Si ha dunque, indicando con W_1 , W_2 e W_3 rispettivamente le tre indicazioni dei wattmetri, l'espressione della potenza assorbita dal carico P.



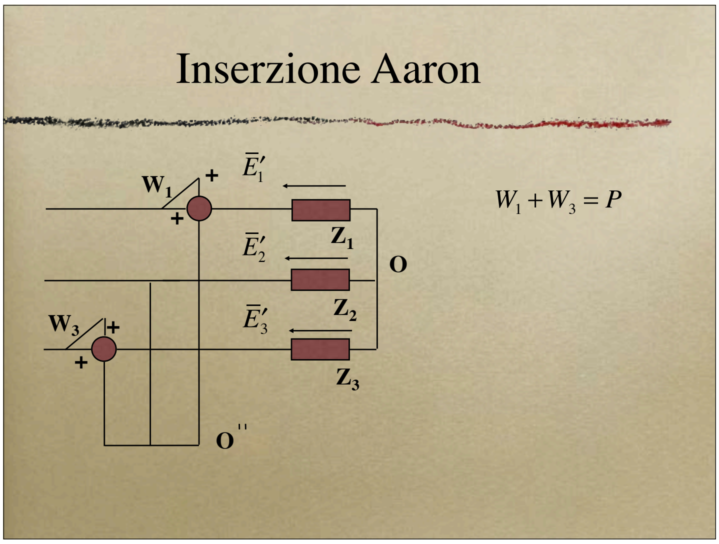
Naturalmente, se il carico è equilibrato e la terna di tensioni simmetrica, si ha P= 3W, ed, in linea di principio, un solo wattmetro sarebbe sufficiente. Supponiamo ora che il centro stella del carico non sia accessibile; sembrerebbe, a prima vista, che questo fatto introduca una difficoltà insormontabile. In effetti ciò non può essere, e non è infatti, come si comprenderà facilmente dalle seguenti considerazioni. Sia O' il centro stella (non accessibile) del carico ed O'' il punto comune delle tre voltmetriche dei wattmetri. Se indichiamo con un solo apice le tensioni stellate sul carico e con due le corrispondenti tensioni alle voltmetriche dei wattmetri, potremo scrivere la relazione indicata.



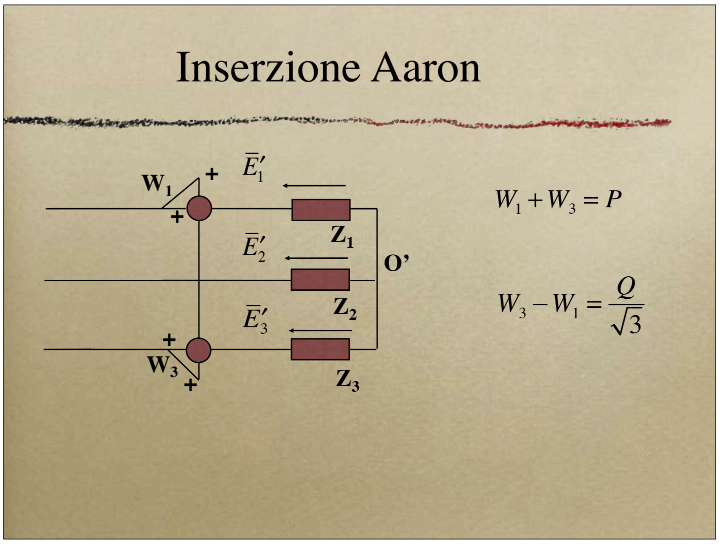
D'altra, usando il simbolismo del prodotto scalare per rappresentare la potenza attiva, è facile scrivere la somma delle tre indicazioni dei wattmetri, nella forma mostrata. Dato che la somma dei fasori rappresentativi delle tre correnti di linea è necessariamente nulla per l'assenza del conduttore neutro, se ne conclude dunque – teorema di Aron – che la somma algebrica delle indicazioni dei tre wattmetri è indipendente dal potenziale del punto rispetto al quale si valutano le tensioni stellate ed è uguale alla potenza attiva assorbita dal carico.



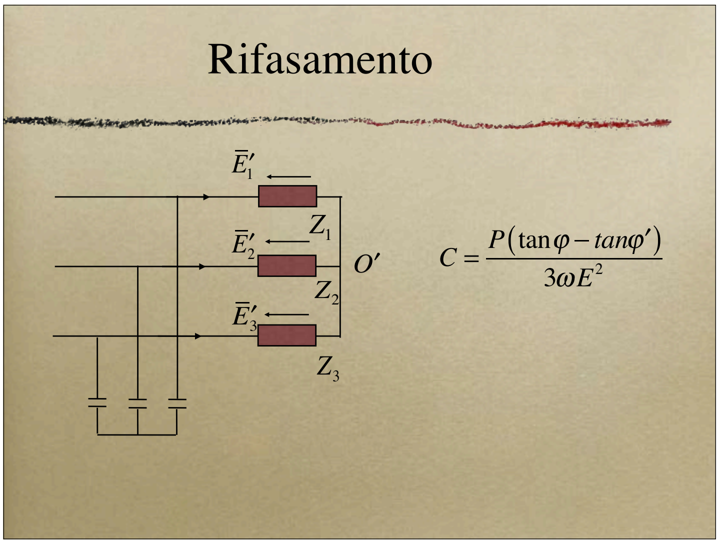
Si noti che non si è dovuto fare alcuna ipotesi sulle tensioni che alimentano il carico – può anche trattarsi, dunque, di un sistema dissimmetrico – né sulla natura del carico stesso – esso può anche essere non equilibrato; il risultato è del tutto generale.



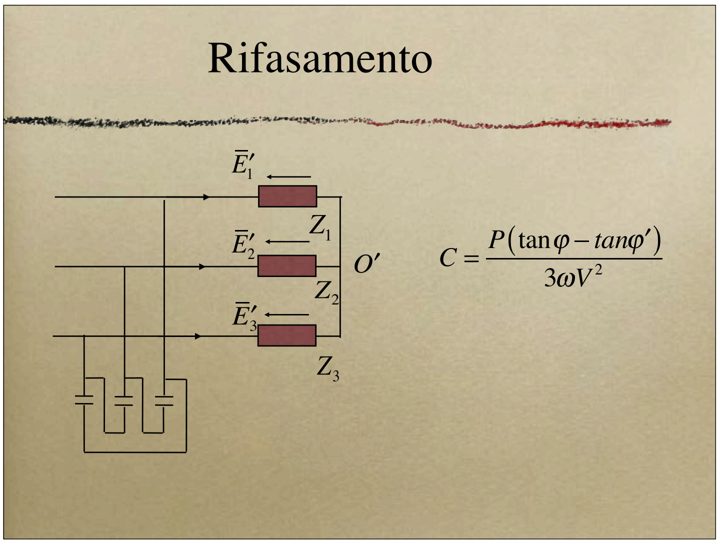
Come applicazione immediata di questo risultato possiamo far vedere come sia possibile utilizzare due soli wattmetri, invece di tre, per la misura della potenza attiva in un sistema trifase senza conduttore neutro. Se infatti poniamo il punto O", per esempio, in collegamento con il secondo conduttore di linea, l'indicazione del secondo wattmetro è identicamente nulla, perché nulla è la tensione ai suoi morsetti voltmetrici; ciò rende inutile la presenza del terzo wattmetro. Si arriva dunque ad una inserzione del tipo descritto in figura, che prende il nome, appunto, di inserzione Aaron. La somma algebrica delle indicazioni – esse, infatti, possono anche essere negative – dei due wattmetri fornisce in ogni caso la potenza attiva assorbita dal carico.



Va notato infine che nel caso in cui il sistema trifase sia simmetrico ed equilibrato, e solo in questo caso, la differenza tra le due misure dei wattmetri nell'inserzione Aron è proporzionale alla potenza reattiva. Provate a dimostrarlo!
Si noti che in virtù del teorema di conservazione delle potenze complesse, anche nel caso di sistemi trifasi, la potenza attiva e reattiva totale assorbita dal parallelo di due carichi è pari alla somma delle rispettive potenze assorbite dai due carichi separatamente.

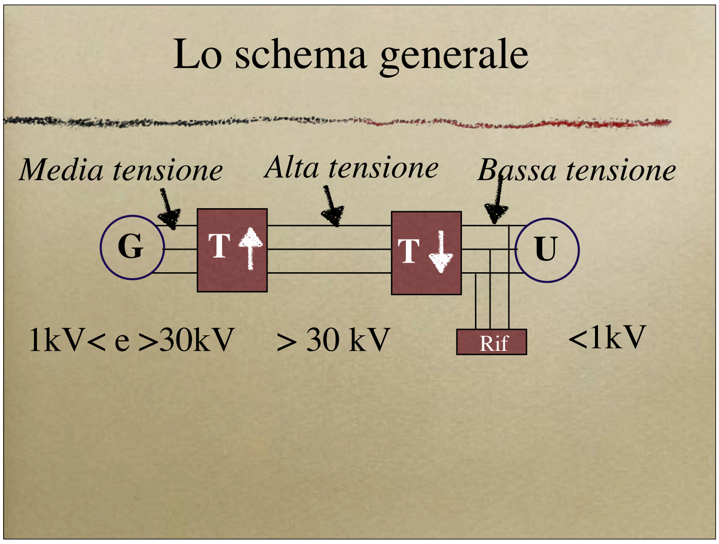


Questa considerazione consente di affrontare il problema del rifasamento di un carico trifase alla stesso modo adottato per i carichi monofasi. Nel caso dei sistemi trifasi è possibile però una duplice scelta: il banco di condensatori di rifasamento può essere collegato a stella o a triangolo. Per la stella si ha la relazione mostrata.



E per il triangolo l'analoga formula. A parità di potenza reattiva, la capacità necessaria in un collegamento a triangolo è minore di quella necessaria per un collegamento a stella. Naturalmente, però, nel secondo caso i condensatori debbono essere progettati per sostenere una tensione minore.

Si noti infine che mentre un carico squilibrato posto in parallelo ad uno equilibrato non modifica il potenziale del centro stella del carico equilibrato, se tra i due centri stella dei carichi si dispone un collegamento, allora anche il carico equilibrato non potrà più essere trattato come tale.



Ciò porta al classico schema mostrato che prevede un trasformatore elevatore di tensione a valle dei generatori ed a monte della linea, ed un trasformatore riduttore a monte del carico. Naturalmente le cose sono in realtà molto più complesse ed articolate di quanto queste semplici considerazioni possano far credere; si pensi, per esempio, al semplice fatto che supporre un trasformatore privo di perdite è chiaramente una idealizzazione, non foss'altro perché gli avvolgimenti di cui esso è costituito presentano necessariamente una certa resistenza e quindi introducono una dissipazione aggiuntiva. Queste ed altre problematiche sono oggetto di studio di altre discipline che si occupano in modo specifico delle macchine elettriche e degli impianti elettrici; a noi basta qui aver evidenziato, in linea di principio, il fondamentale ruolo svolto nella tecnica dal dispositivo "trasformatore".

Riepilogo della Lezione

Sistemi trifasi simmetrici ed equilibrati, con e senza filo neutro;

Perché i sistemi trifasi

I sistemi trifasi squilibrati e lo spostamento del centro stella;

I sistemi trifasi dissimmetrici;