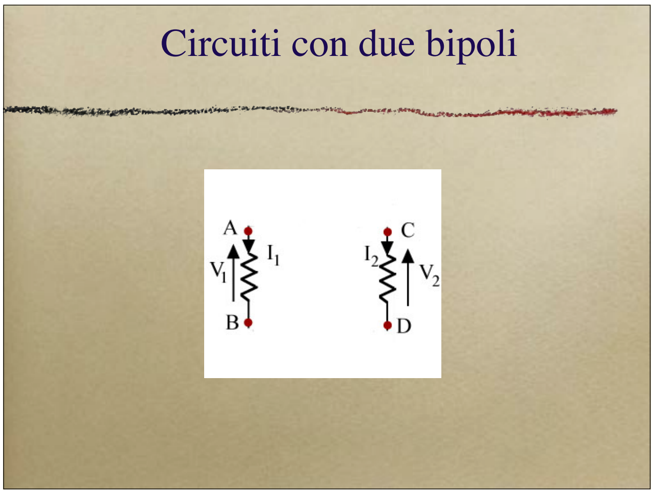
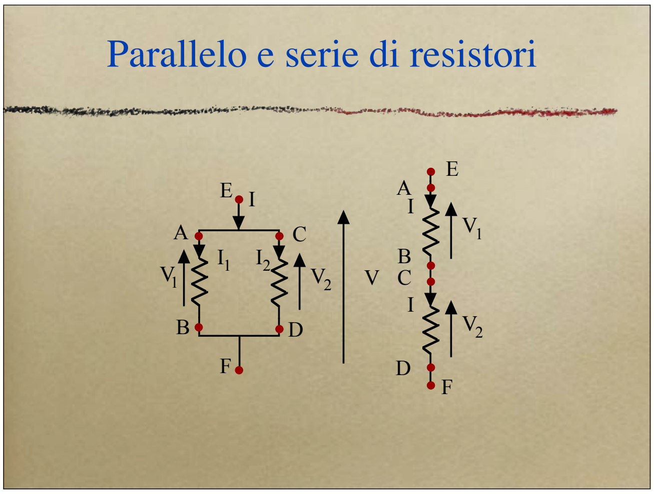
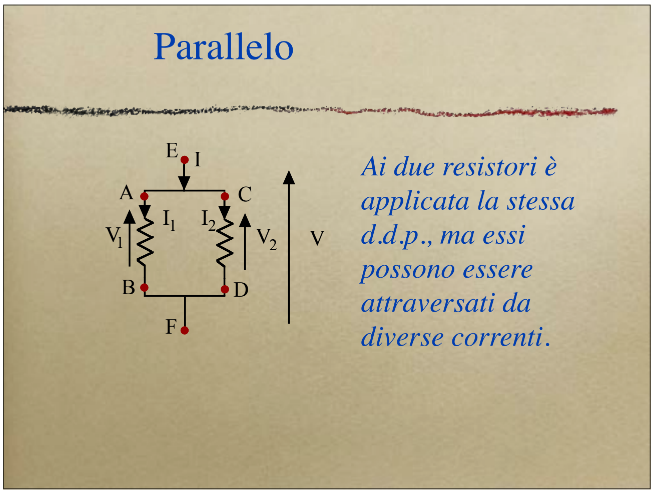




Ma cominciamo dalle cose semplici e vediamo cosa ci consentono di dire le nozioni che abbiamo dato sui più elementari circuiti possibili: quelli con due soli bipoli.

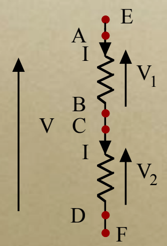



Dati due soli bipoli, sono possibili soltanto due tipi di collegamento e sono mostrati nell'immagine. Il primo collegamento prende il nome di collegamento in parallelo ed il secondo di collegamento in serie. Se nel primo caso consideriamo un nuovo bipolo i cui morsetti siano non quelli A, B del primo bipolo, né quelli C, D del secondo, bensì quelli indicati con E ed F, possiamo domandarci quale sarà la caratteristica di questo nuovo bipolo; o, con linguaggio specifico, quale è la caratteristica del bipolo equivalente che si ottiene collegando due bipoli in parallelo.




Evidentemente l'elemento caratterizzante un collegamento in parallelo di due resistori, sta nel fatto che i due bipoli sono, per costruzione, soggetti alla stessa tensione V.

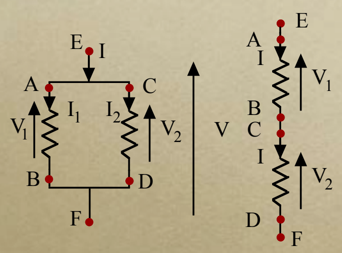
## Serie




*I due resistori sono attraversati dalla stessa corrente, ma ai loro morsetti può essere applicata una diversa d.d.p..*

Mentre invece per il collegamento in serie i due bipoli sono attraversati dalla stessa corrente.

## Parallelo e serie di resistori




Se, per esempio, ora consideriamo un nuovo bipolo i cui morsetti siano non quelli A, B del primo bipolo, né quelli C, D del secondo, bensì quelli indicati con E ed F, possiamo domandarci quale sarà la caratteristica di questo nuovo bipolo; o, con linguaggio specifico, quale è la caratteristica del bipolo equivalente che si ottiene collegando due bipoli in parallelo. Prima di dedurre con semplici considerazioni la risposta alla nostra domanda, proviamo a trovare il risultato sperimentalmente nel nostro Laboratorio Virtuale

## Strumenti di misura

| | |
|---|---|
| *Tensione o d.d.p.* | *Voltmetro;* |
| *Corrente* | *Amperometro;* |
| *Resistenza* | *Ohmmetro;* |
| *Tutte* | *Multimetro.* |

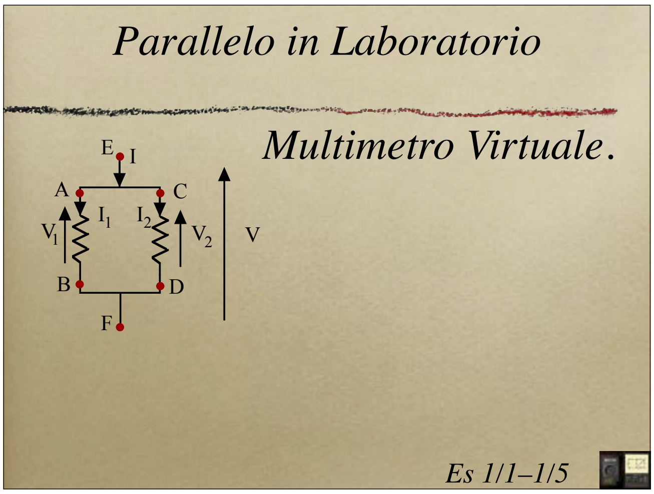
Come si è già detto, ogni qual volta noi introduciamo una nuova grandezza diamo per implicito che sia possibile costruire uno strumento che sia in grado di misurala. In particolare per la misura delle d.d.p. avremo il Voltmetro, per l’intensità della corrente, avremo gli Amperometri e per la resistenza gli Ohmmetri. Esiste poi uno strumento che è in grado di misurare tutte queste grandezze, ed altre ancora, che per questo motivo chiameremo Multimetro.

## Multipli e sottomultipli

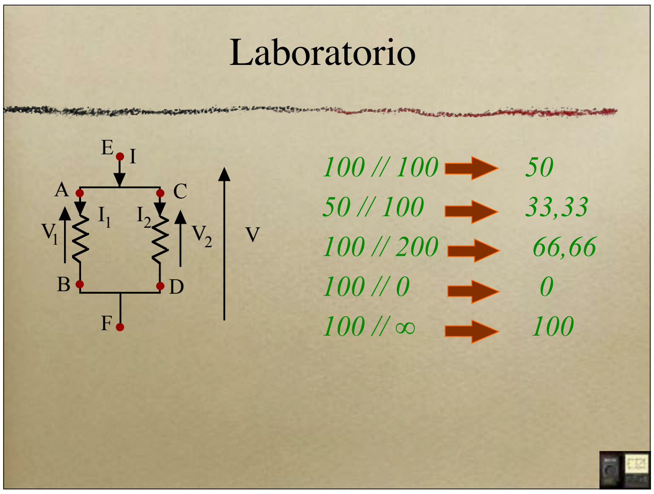
- *pico (p)* $10^{-12}$;
- *nano (n)* $10^{-9}$;
- *micro (μ)* $10^{-6}$;
- *milli (m)* $10^{-3}$;

- *kilo (k)* $10^{+3}$;
- *Mega (M)* $10^{+6}$;
- *Giga (G)* $10^{+9}$;
- *Tera (T)* $10^{+12}$.

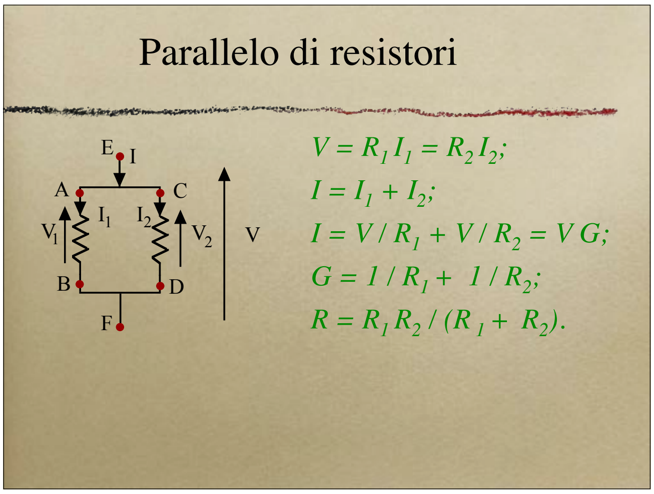
Va ricordato anche che per ogni unità di misura fondamentale spesso definiamo delle unità sottomultiple o multiple, con le denominazioni ed il simbolismo indicato.



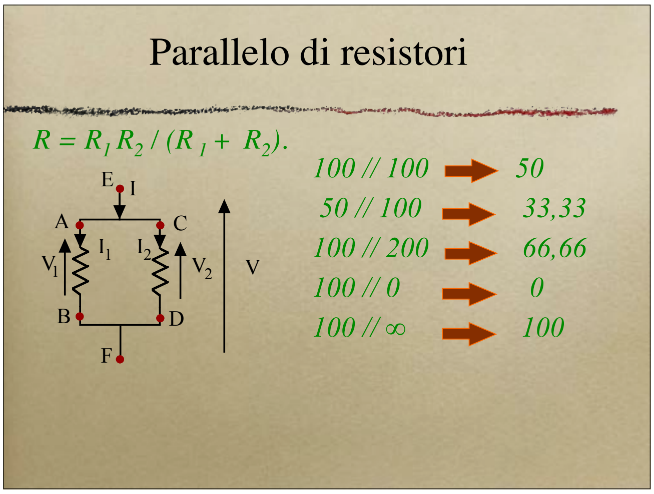

Cominciamo dal parallelo.




In questa slide sono riportati i valori sperimentali ottenuti in laboratorio

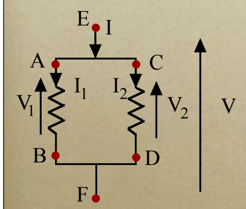



Il risultato di laboratorio si giustifica facilmente ragionando alla maniera seguente: essendo i due bipoli, per costruzione, soggetti alla stessa tensione V, si potrà scrivere, (avendo fatto la convenzione dell'utilizzatore): $V = R_1 I_1 = R_2 I_2$. D'altra parte la corrente I deve essere la somma delle correnti $I_1$ ed $I_2$, per cui si ha, con facili passaggi, che Il bipolo equivalente deve avere una caratteristica individuata dal parametro R indicato.




È facile verificare che questa formula giustifica tutti i risultati ottenuti in Lab.

## Formula del partitore di corrente




$V = R_1 I_1 = R_2 I_2;$

$I = I_1 + I_2;$

$I = V / R_1 + V / R_2 = V G;$

$G = 1 / R_1 + 1 / R_2;$

$I_1 = I - I_2 = I - V / R_2;$

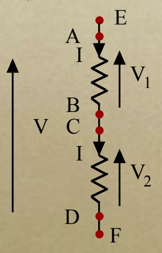
$I_1 = I - I / G R_2;$

$I_1 = I [1 - 1 / G R_2];$

$I_1 = I [R_2/(R_1 + R_2)].$

È interessante notare che la corrente in uno dei rami del partitore di corrente – è questo il nome che viene dato spesso alla disposizione in parallelo di due bipoli – si ottiene facilmente, quando sia nota la corrente totale entrante nel parallelo, con la formula: $I_1 = I [R_2/(R_1 + R_2)]$.

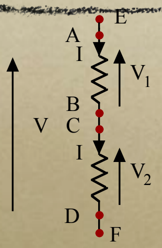
## Serie in Laboratorio




*Multimetro Virtuale.*

Ora il caso della serie di due resistori. Prima in laboratorio.

## Serie di resistori




$I = V_1/R_1 = V_2/R_2;$

$V = V_1 + V_2;$

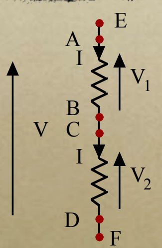
$V = R_1 I + R_2 I = RI;$

$R = R_1 + R_2;$

$G = G_1 G_2 / (G_1 + G_2).$

Ragioniamo teoricamente: questa volta l'elemento caratterizzante il collegamento è dato dal fatto che i due resistori sono attraversati dalla stessa corrente. Si avrà dunque: $I = I_1 = I_2$. D'altra parte, per definizione, si ha che $V=V_1+V_2$ e quindi ne segue che il bipolo equivalente è ancora un resistore con resistenza pari ad $R = R_1 + R_2$.
È facile verificare che tale formula rende conto dei risultati ottenuti in Lab.

## Formula del partitore di tensione




$\mathbf{I = V_1/R_1 = V_2/R_2;}$

$\mathbf{V = V_1 + V_2;}$

$\mathbf{V = R_1 I + R_2 I = RI;}$

$\mathbf{R = R_1 + R_2;}$

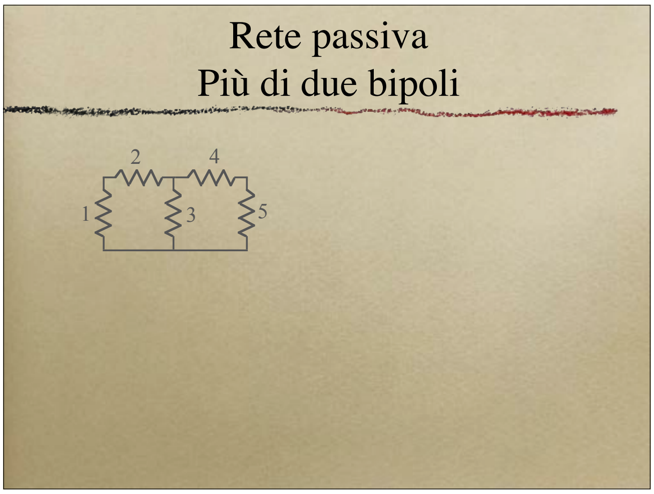
$\mathbf{V_1 = V - V_2;}$

$\mathbf{V_1 = V - R_2 I = V - R_2 V/R ;}$

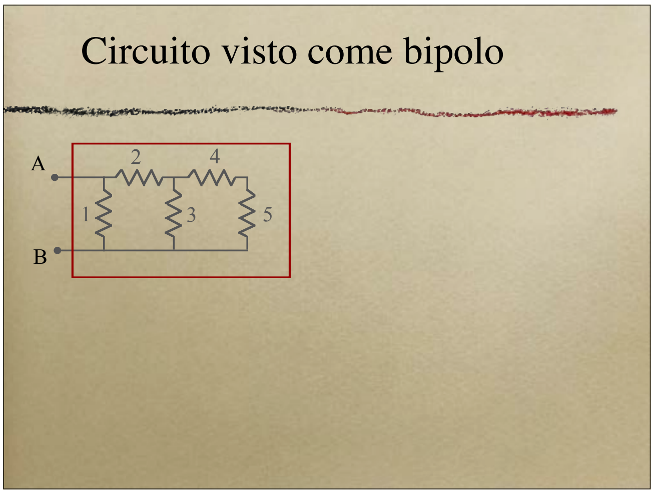
$\mathbf{V_1 = V[1 - R_2/(R_1 + R_2 )];}$

$\mathbf{V_1 = V[R_1/(R_1 + R_2 )].}$

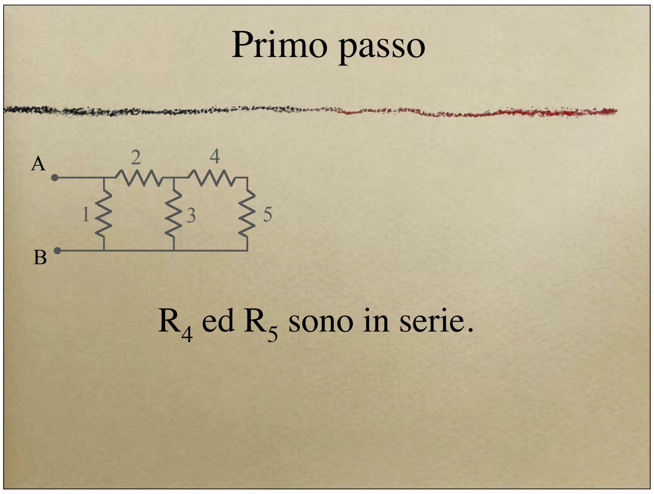
Analogamente avremo una formula del partitore di tensione che ci fornisce la tensione su di uno dei due bipoli in serie in funzione della tensione sul complesso dei due, e del valore delle rispettive residenze.



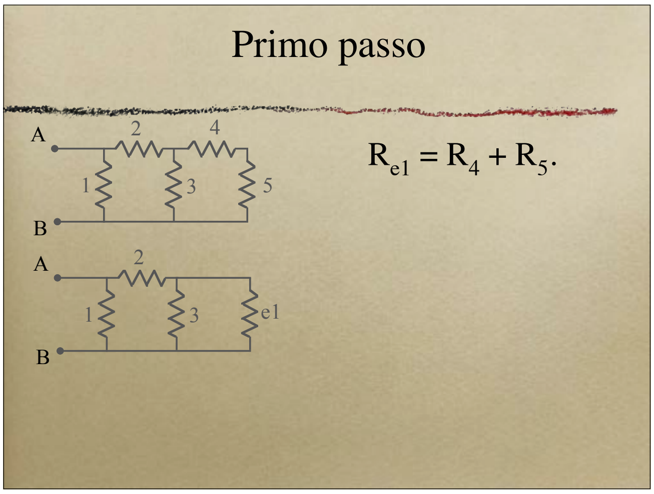

Come già notato, i collegamenti serie e parallelo sono gli unici possibili quando si dispone di due soli bipoli. Immaginiamo ora di poter disporre di più bipoli resistori e di collegarli fra di loro in una maniera qualsiasi attraverso i loro morsetti, come nell'esempio mostrato.



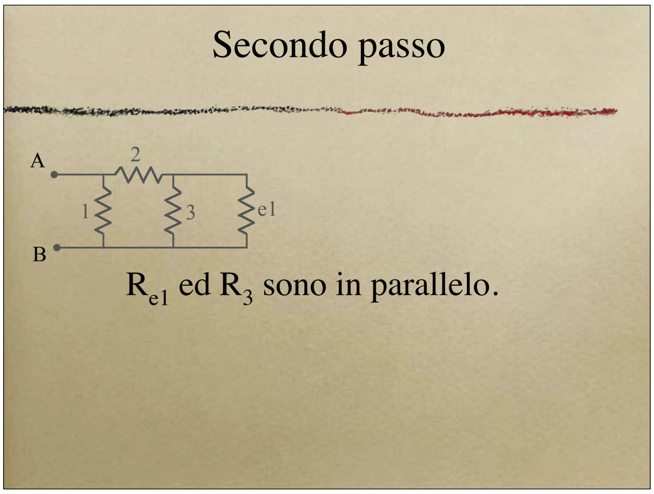

Se immaginiamo di scegliere due morsetti A e B della rete e assumiamo che tali morsetti siano gli unici punti di comunicazione della rete con l'esterno, la rete stessa ci apparirà come un unico bipolo. La caratteristica di un tale bipolo si può generalmente determinare, una volta nota quella dei bipoli componenti, con un procedimento di “riduzione progressiva”.



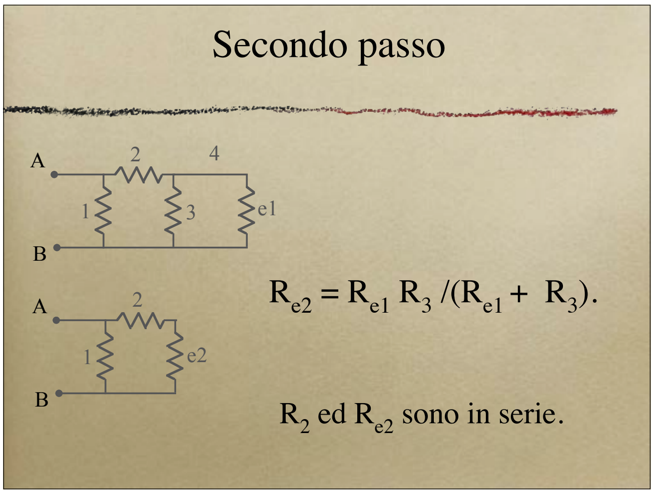

Con riferimento all'esempio mostrato, infatti, è evidente che i resistori $R_4$ ed $R_5$, essendo attraversati dalla stessa corrente, sono tra di loro in serie.



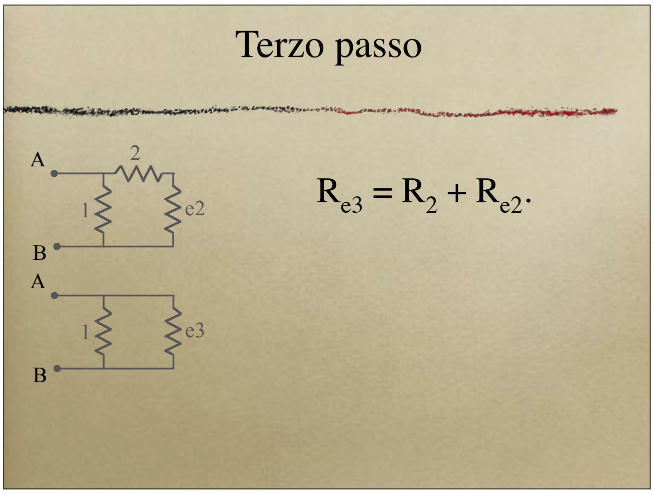

Ad essi potrà quindi essere sostituito un unico bipolo equivalente di valore $R_{e1}$, secondo quanto illustrato in precedenza.



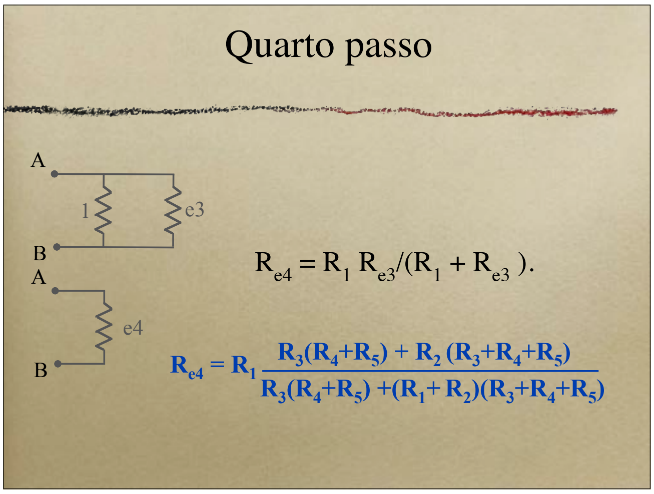

Nella rete così ridotta, i bipoli $R_3$ ed $R_{e1}$ sono ora in parallelo e potranno quindi essere sostituiti da un unico bipolo equivalente $R_{e2}$.



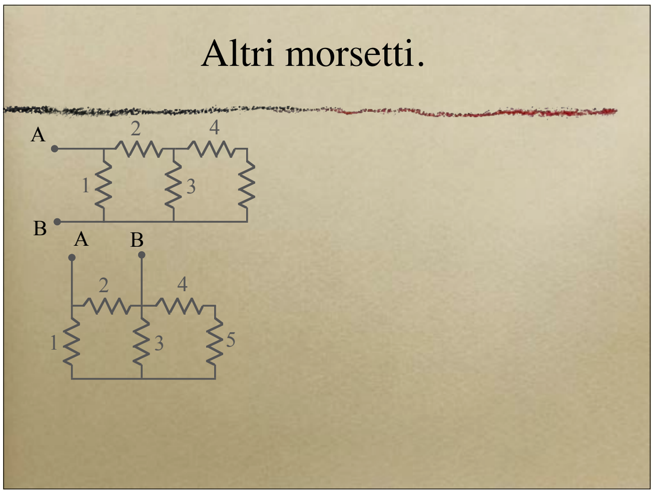

A questo punto $R_2$ ed $R_{e2}$ sono in serie e quindi equivalenti…



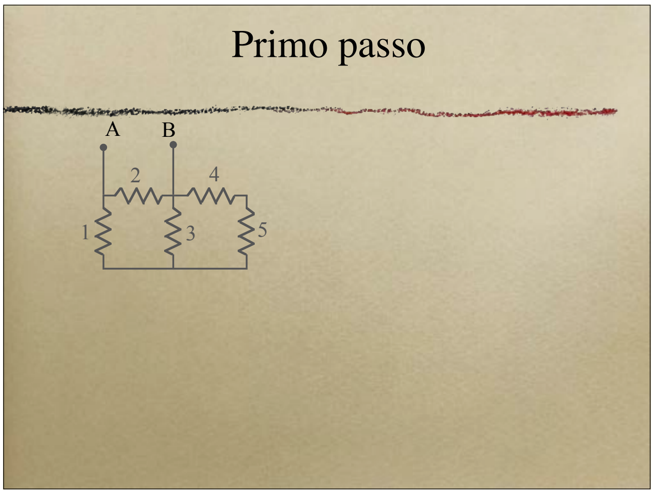

… ad un bipolo di resistenza Re3.



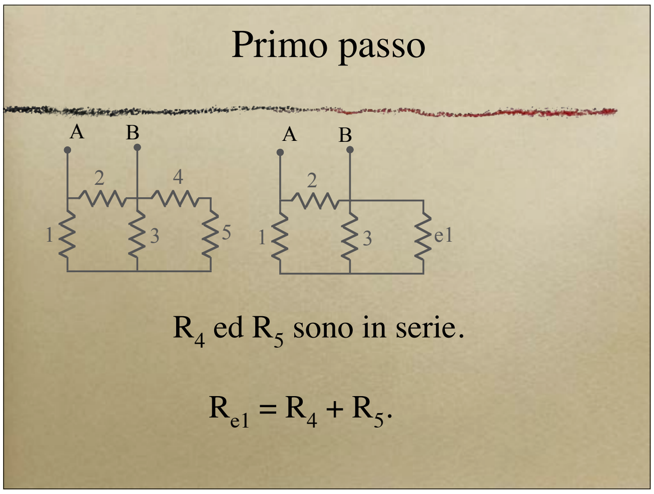

Infine i bipoli $R_1$ ed $R_{e3}$ appaiono ora in parallelo e quindi la resistenza vista dai morsetti A e B è pari a $R_{e4}$ che – riepilogando – può essere scritta come mostrato.
Questo procedimento di riduzione progressiva della rete è generalmente molto semplice e conduce alla immediata determinazione della caratteristica del bipolo equivalente.



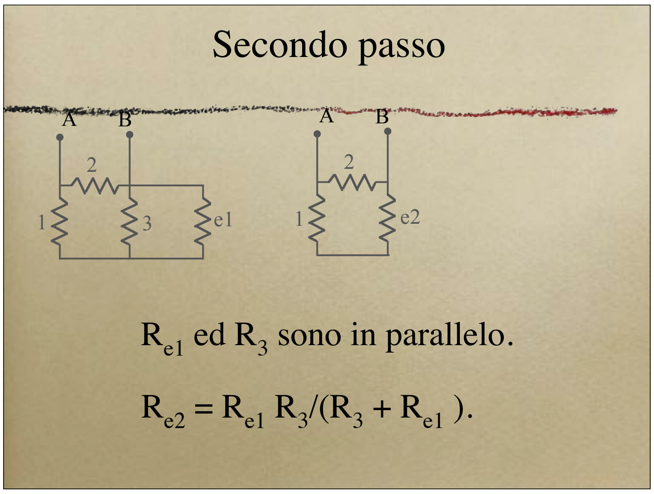

Val la pena però di sottolineare che la resistenza equivalente di una rete di resistori, vista da una coppia di suoi morsetti, dipende dai morsetti prescelti. Nella stessa rete precedente, infatti, scegliendo un'altra coppia di morsetti si ottiene un risultato diverso.



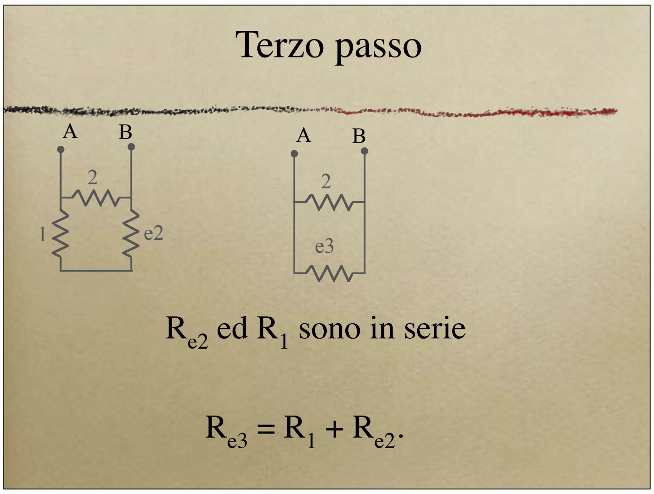

Questa volta $R_4$ ed $R_5$ sono in serie



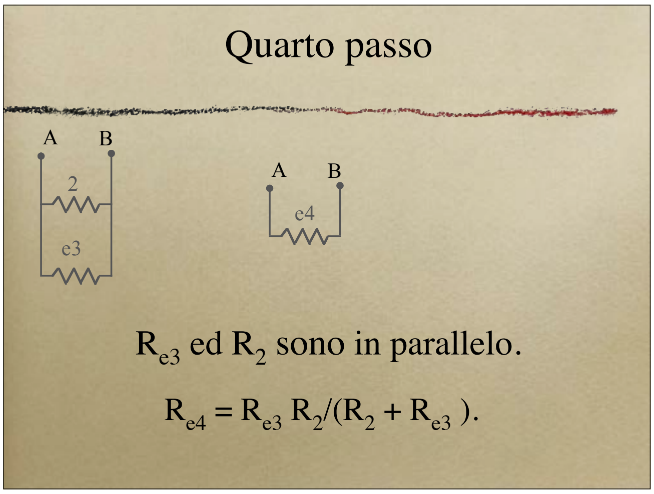

E possono essere sostituite con un resistore $R_{e1}$



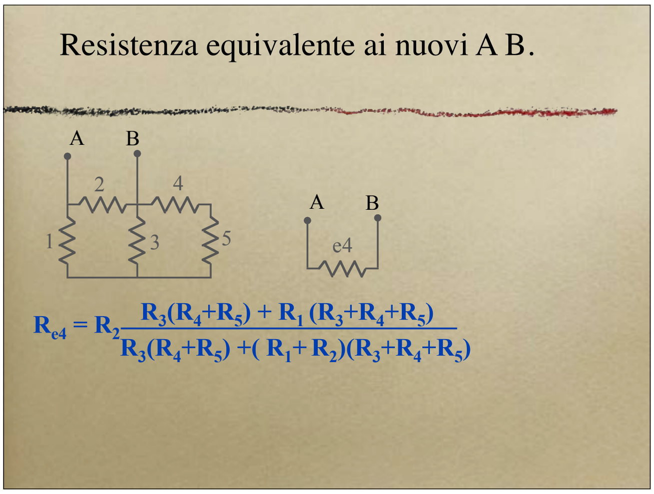

A questo punto $R_{e1}$ ed $R_3$ sono in parallelo e quindi sostituibili con un resistore $R_{e2}$



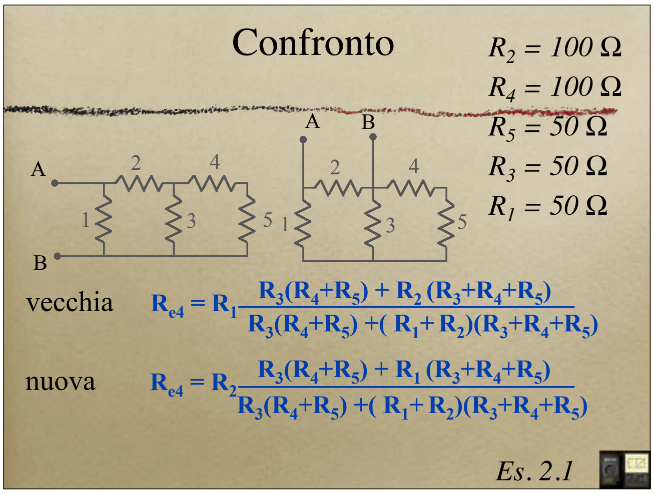

E infine $R_{e2}$ ed $R_1$ sono in serie e al loro posto si può sostituire un resistore $R_{e3}$




Che poi risulta in parallelo con R2, e quindi...

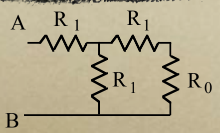



Riepilogando il risultato ottenuto è:



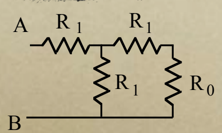

Confrontando i due risultati ottenuti si vede, che in questo caso, la differenza sta nel fatto che $R_1$ ed $R_2$ si scambiano il ruolo nelle due formule. Possiamo verificare in Laboratorio questo risultato. Si osservi che la chiave di tutto questo procedimento è nel fatto che si è potuto nella rete in esame trovare una prima coppia di resistori che si trovavano in serie o in parallelo.

## Alcuni esercizi: Es.1



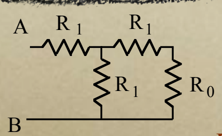

Determinare la resistenza vista dai morsetti A e B

## Soluzioni degli esercizi: Es.1




$$R = R_1 + \frac{(R_1 + R_0)\, R_1}{R_1 + R_0 + R_1}$$

## Soluzioni degli esercizi: Es.1



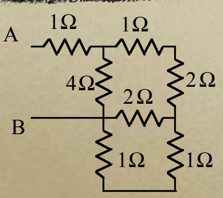

$$R = R_1 + \frac{(R_1 + R_0)\, R_1}{R_1 + R_0 + R_1}$$

*$R_0 = 5\ \Omega$;*
*$R_1 = 3\ \Omega$.*

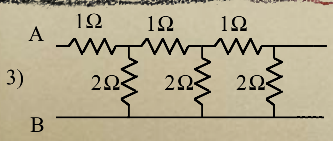
*$R = 5{,}18\ \Omega$.*

*Es. 2.3*

## Alcuni esercizi: Es.2

2)


## Alcuni esercizi: Es.3




---

## Attenzione!

*Non tutti i circuiti, visti da due morsetti, possono essere ricondotti ad un unico bipolo utilizzando soltanto le formule della serie e del parallelo!*

Bisogna osservare, a questo punto, che non per tutti i circuiti questo accade e quindi non tutti i circuiti, visti da due morsetti, possono essere ricondotti ad un unico bipolo utilizzando soltanto le formule della serie e del parallelo! Ci vuole qualcos'altro.

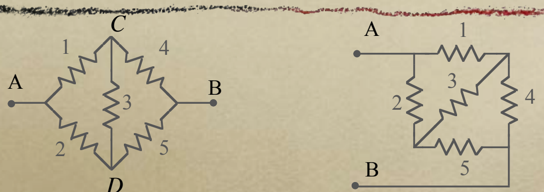
---

## Circuito a ponte

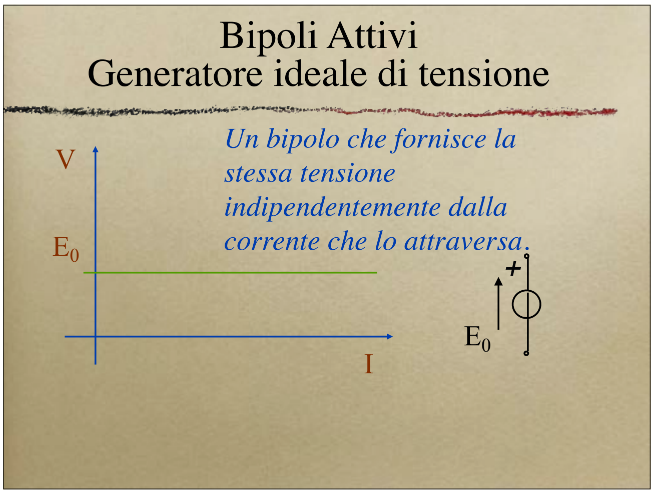

Un esempio è mostrato nella figura; si tratta di una tipica rete "a ponte" spesso utilizzata in dispositivi di misura per le sue specifiche caratteristiche. La riduzione di una tale rete, per la coppia di morsetti indicata, sarà possibile utilizzando una trasformazione particolare che introdurremo in seguito. Infatti nella rete mostrata non esiste alcuna coppia di bipoli in serie o in parallelo da cui incominciare la riduzione.

---

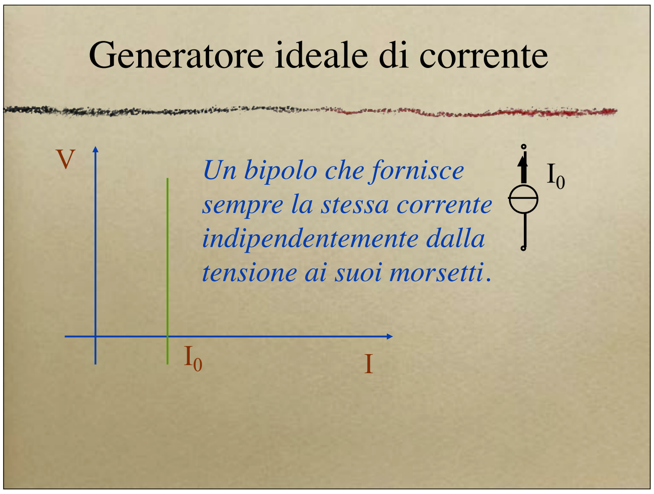
## Circuito a ponte



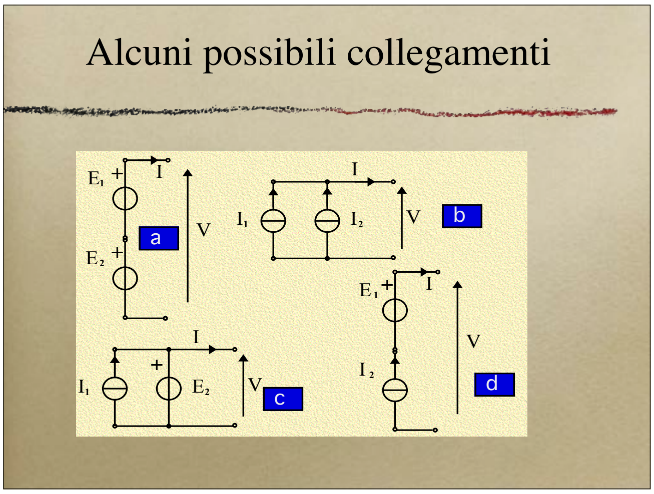

Val la pena di osservare che, nella stessa rete, questo non accade per una differente scelta dei morsetti A e B. Aggiungendo la trasformazione di cui si è fatto cenno, vedremo che sarà sempre possibile ridurre una rete di bipoli passivi vista da una coppia di morsetti ad un unico bipolo passivo equivalente. Verifichiamo quanto detto in Laboratorio.



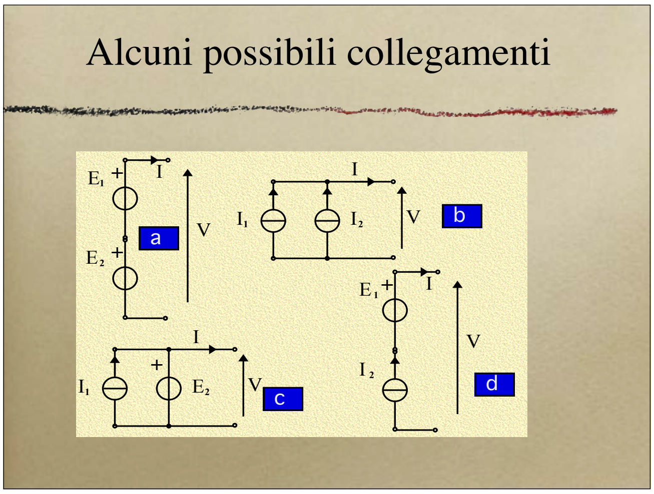

Ritorniamo ora alle reti composte da soli due bipoli e proviamo ad utilizzare anche i bipoli generatori già introdotti in precedenza. Vi ricorderete che abbiamo definito il generatore ideale di tensione, o anche di forza elettromotrice (f.e.m.), come quel bipolo che presenta sempre la stessa d.d.p. ai suoi morsetti, indipendentemente dalla corrente che lo interessa, o che il bipolo eroga. Si noti che il generatore ideale di tensione non è pilotabile in tensione, in quanto non si può fissare ad arbitrio la tensione e la caratteristica V=f(I) non esiste.



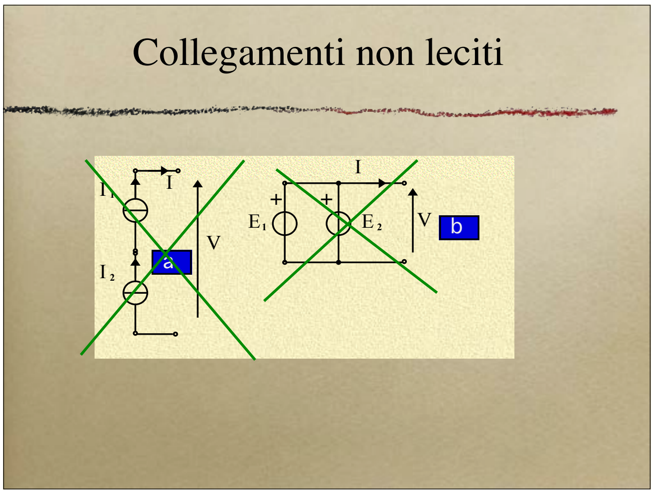

E il bipolo generatore ideale di corrente come quel bipolo che fornisce sempre la stessa corrente indipendentemente dalla tensione ai suoi morsetti. Si noti che il generatore ideale di corrente non è pilotabile in corrente, in quanto non si può fissare ad arbitrio la corrente e la caratteristica I=f(V) non esiste.



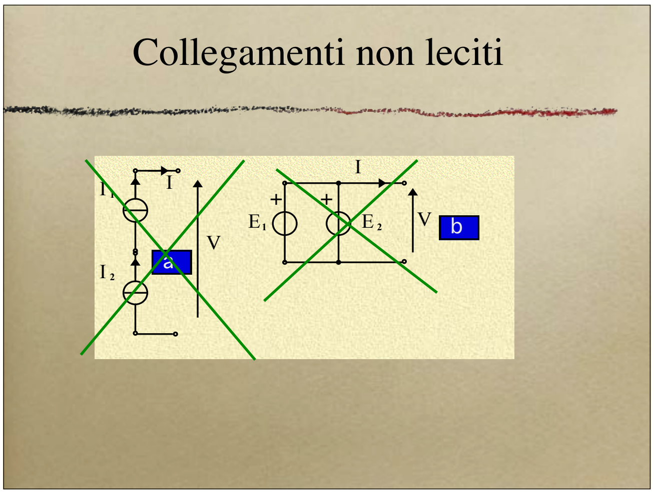

Proviamo ora a disporli in serie ed in parallelo. Per i casi a) e b) rappresentati in figura è facile convincersi che il bipolo equivalente è ancora un generatore ideale, rispettivamente di tensione pari ad $E_1 + E_2$ , e di corrente pari a $I_1 + I_2$. Infatti, nel primo caso, la tensione ai morsetti del bipolo equivalente è sempre la stessa, mentre la corrente può essere qualsiasi.



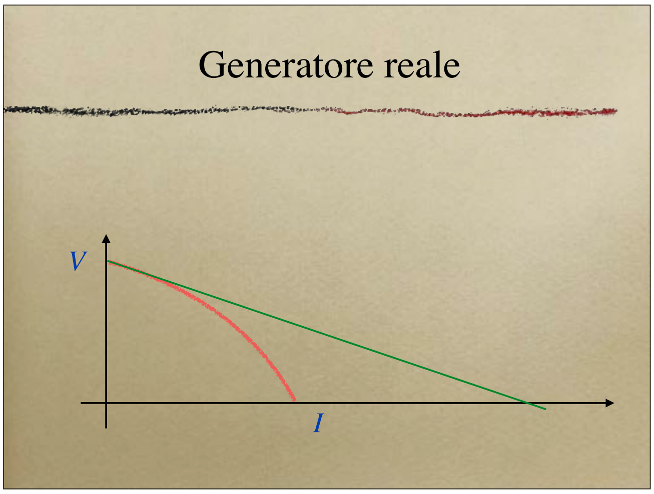

I casi c) e d) sono leggermente meno evidenti: per comprendere la natura del bipolo equivalente rappresentato nel caso c), per esempio, basta considerare che, per il modo in cui il collegamento è realizzato, il generatore di tensione impone la sua tensione ai morsetti del bipolo equivalente; se ne conclude che tale bipolo, che è in grado di erogare qualsiasi corrente mantenendo costante la sua tensione ai morsetti, è ancora un generatore ideale di tensione. Analogamente nel caso d) avremo un generatore equivalente ideale di corrente.



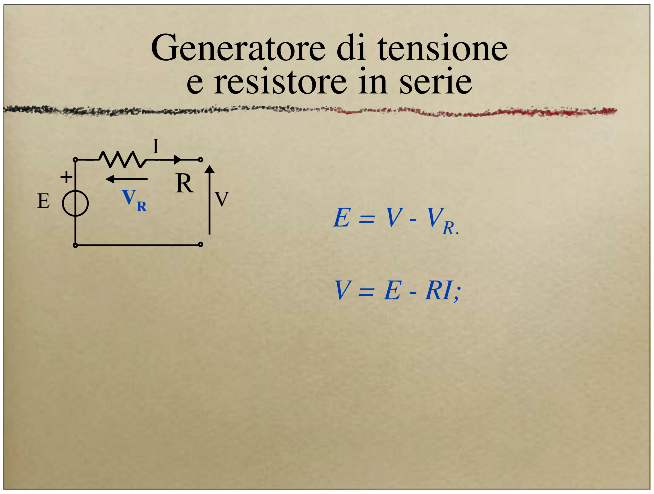

Di proposito abbiamo lasciato da parte i due casi a e b rappresentati figura. Tali collegamenti danno luogo ad una contraddizione non eliminabile. Infatti, consideriamo per esempio il caso b): i due generatori vorrebbero entrambi imporre la loro tensione ai morsetti del generatore equivalente. D'altra parte tale tensione non può che essere unica perché i bipoli sono in parallelo.



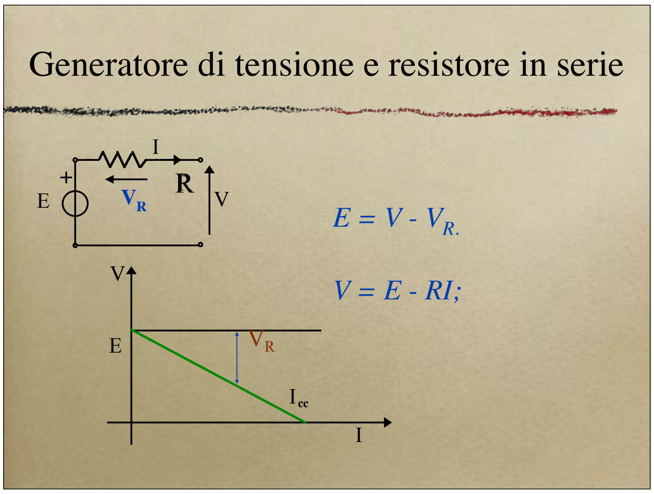

In sintesi si può dire che questo è un caso in cui entrano in contraddizione due "idealità": quella dei generatori – appunto ideali – che presentano, in quanto tali, sempre la stessa tensione ai loro morsetti, e quella dei conduttori di collegamento che, essendo anche essi ideali, non possono produrre una caduta di tensione. È un caso di contrasto non raro quando in un modello vengono introdotti elementi "ideali". Si noti che se $E_1$ ed $E_2$ sono uguali la contraddizione scompare. Il caso a) si analizza in maniera analoga



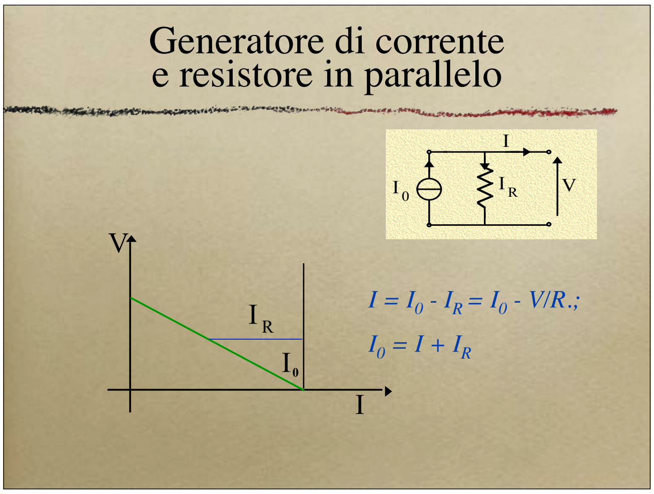

Abbiamo già osservato che "l'idealità" di un generatore ideale di tensione è nel fatto che esso è, per definizione, in grado di fornire ai suoi morsetti una potenza infinita. Nessun generatore "reale" potrà mai comportarsi in tal modo. In un generatore reale all'aumentare della corrente erogata, la tensione ai morsetti non potrà rimanere costante, come, per esempio, nella caratteristica in rosso mostrata in figura. Se prescindiamo dalla sua non linearità, potremmo dire che una tale caratteristica è meglio rappresentata da quella in verde.



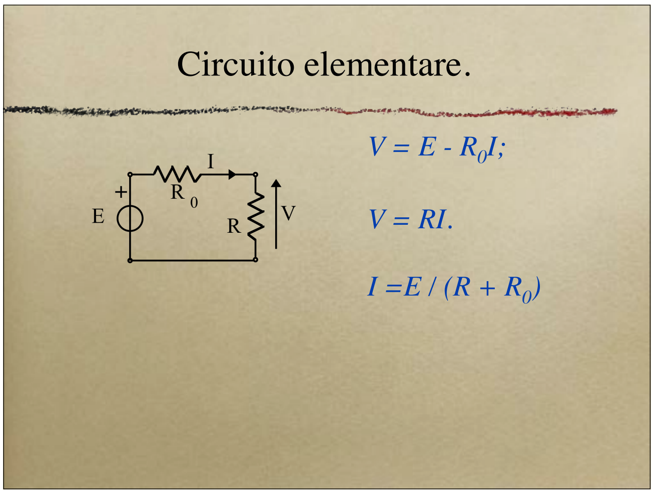

D'altra parte, se prendiamo in considerazione i possibili collegamenti serie-parallelo che si possono realizzare utilizzando un bipolo generatore ideale ed un bipolo resistore, ci rendiamo conto che una tale caratteristica è proprio quella della serie di un generatore di tensione ed un resistore. Infatti, la tensione V ai morsetti del bipolo equivalente sarà pari alla tensione E del generatore diminuita della tensione RI che "cade" sulla resistenza R.



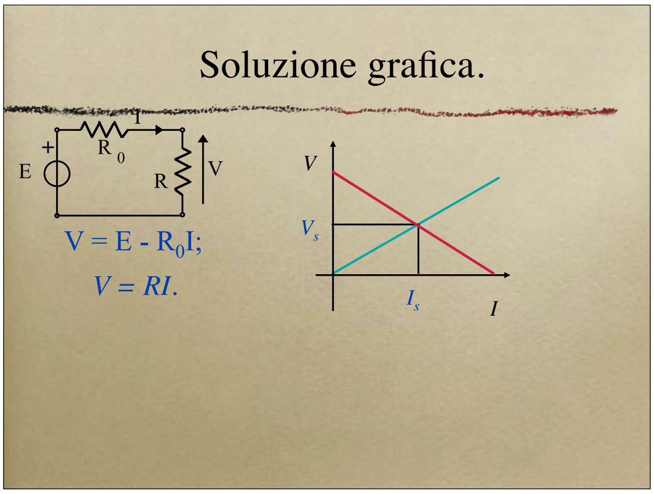

E quindi la caratteristica in figura. Come si vede, dunque, il bipolo equivalente in esame è ancora un bipolo attivo, ma la potenza che esso è in grado di fornire non può più essere illimitata. È ancora dunque un bipolo “ideale” – nessun generatore reale avrà mai una caratteristica rappresentabile rigorosamente con una retta – ma il suo comportamento è indubbiamente più vicino a quello di un generatore reale: potremmo chiamare un tale bipolo generatore reale idealizzato.



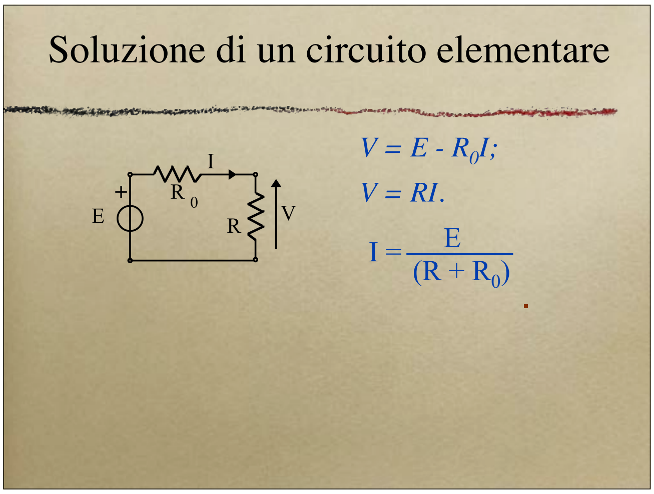

Per il caso del generatore di corrente con un resistore in parallelo si possono fare analoghe considerazioni.
Fin qui abbiamo descritto bipoli la cui caratteristica può essere individuata da una relazione tra V ed I del tipo V=aI+b. Tali bipoli prendono il nome di bipoli “normali”. Se b=0, se cioè il bipolo è anche “inerte”, si parla di “bipolo lineare”.



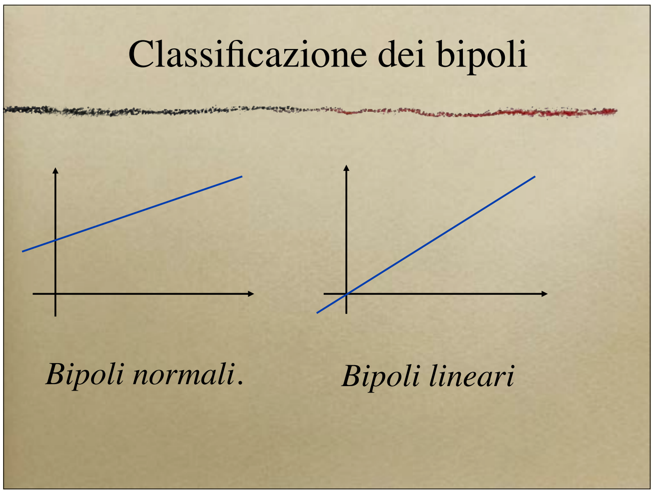

Affrontiamo, infine, il caso della serie di un bipolo generatore reale idealizzato e di un resistore. Se assumiamo le convenzioni indicate in figura, possiamo immaginare di riportare entrambe le caratteristiche dei due bipoli sullo stesso piano (I,V).



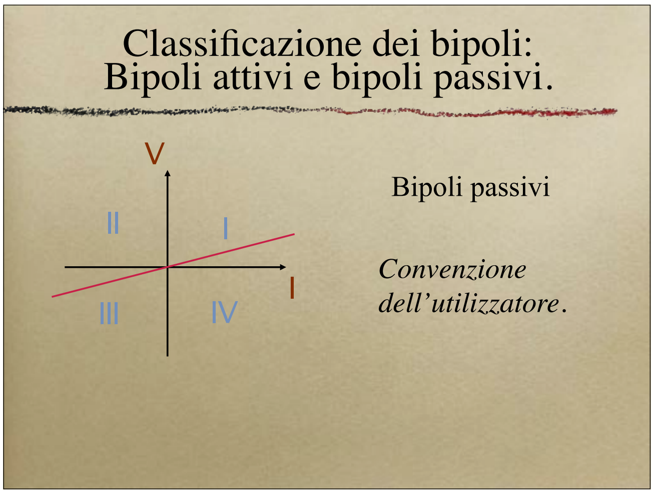

Questa rappresentazione consente una soluzione grafica del problema della determinazione della corrente e della tensione comune ai due bipoli. Infatti, dovendo il punto caratterizzato dalle coordinate $I_s$ e $V_s$ – soluzioni del nostro problema – necessariamente appartenere sia alla caratteristica del generatore che a quella del resistore, esso non potrà che essere il punto di intersezione tra le due caratteristiche. Tale punto prende il nome di punto di lavoro e la caratteristica del bipolo passivo R, è detta retta di carico del il bipolo attivo.



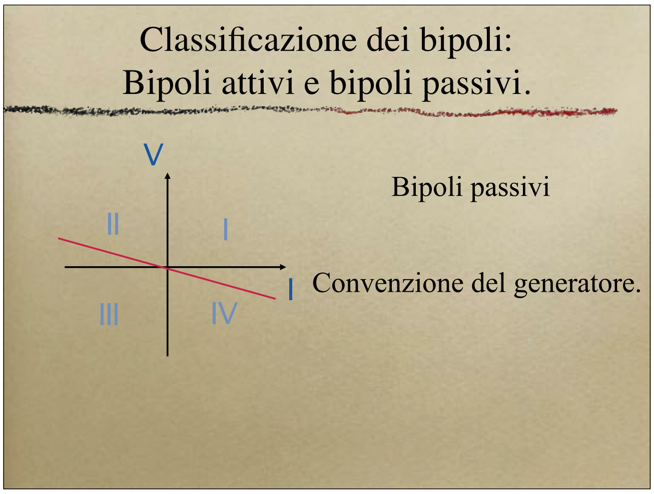

Naturalmente la soluzione è può essere trovata anche analiticamente, ricavando I dalla seconda e sostituendola nella prima.



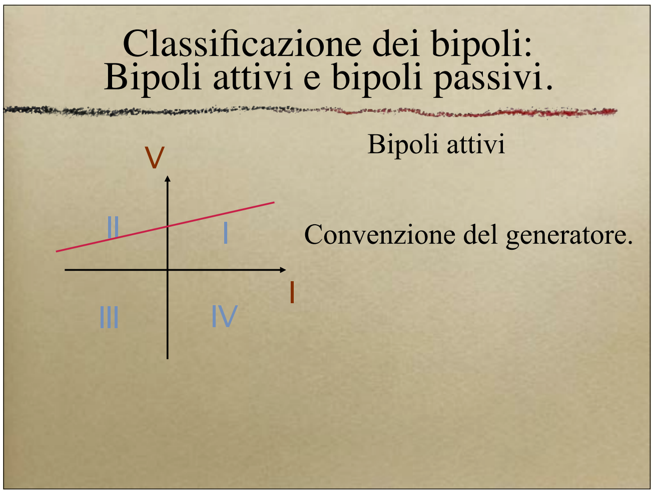

Fin qui abbiamo descritto bipoli la cui caratteristica può essere individuata da una relazione tra V ed I del tipo V=aI+b. Tali bipoli prendono il nome di bipoli normali. Se b=0, se cioè il bipolo è anche inerte, si parla di bipolo lineare



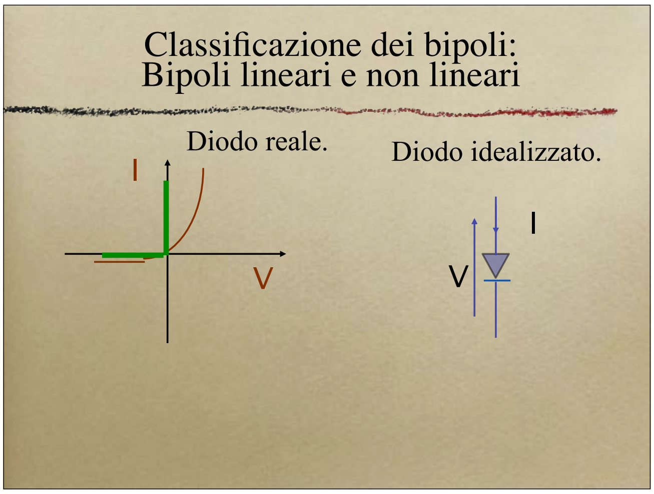

Abbiamo già visto invece che se la caratteristica – avendo fatto la convenzione dell'utilizzatore – giace tutta nel primo e terzo quadrante, si parla di bipoli passivi.



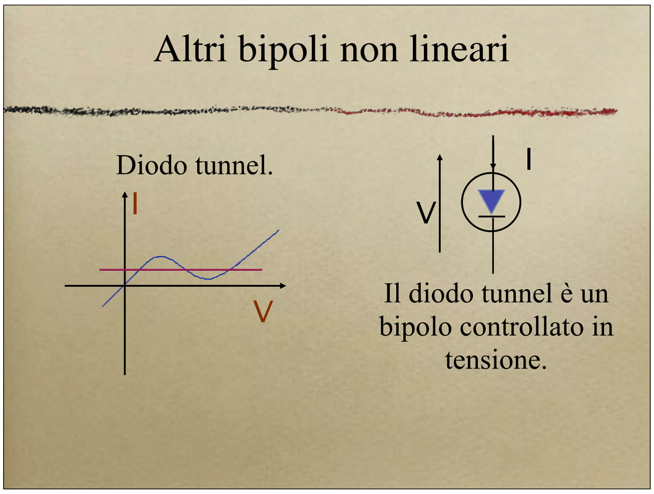

Naturalmente se la convenzione fatta è del generatore, per la passività occorre che la caratteristica sia nel II e IV quadrante



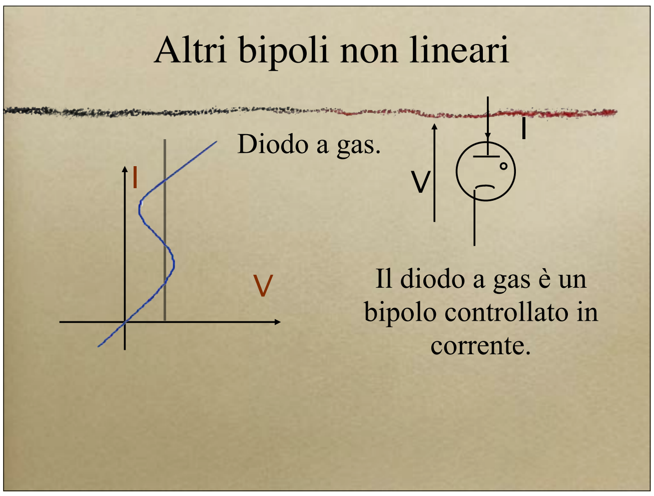

Mentre se la caratteristica ha tratti nei quadranti adiacenti, per esempio primo e secondo, si dice che il bipolo è attivo.
Questa definizione di passività ed attività del bipolo – che è adeguata in regime stazionario, altrimenti detto anche regime di corrente continua (c.c.) – dovrà essere opportunamente modificata quando introdurremo i bipoli in regime dinamico.



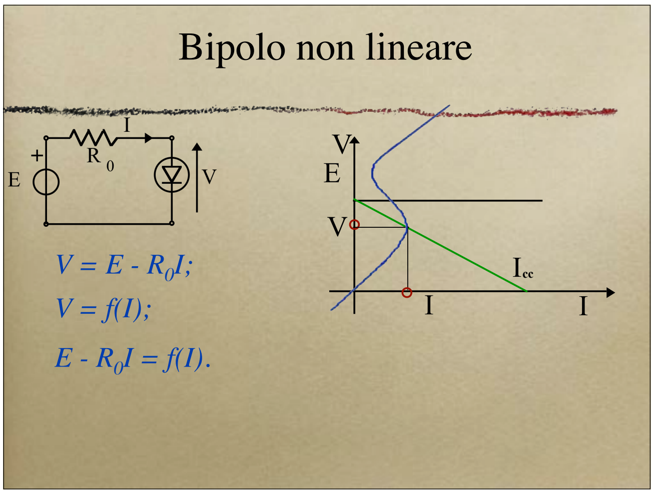

È possibile però concepire anche bipoli la cui caratteristica sia “non normale”, e quindi anche non lineare. Un esempio classico è quello del bipolo diodo nella sua forma reale ed idealizzata mostrate in figura in verde.



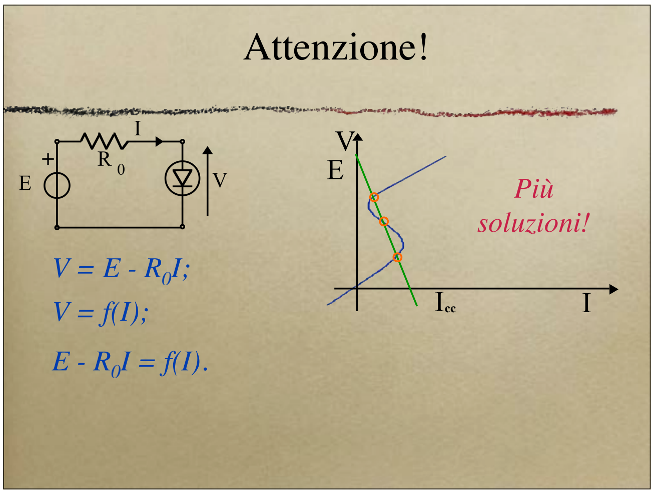

Ma si possono presentare anche altre tipologie di caratteristiche, come quelle del bipolo diodo tunnel, che è ancora un bipolo passivo, nel senso definito precedentemente. Si osservi che per il diodo tunnel la caratteristica I=I(V) è una funzione ad un sol valore, quella V=V(I) è, in alcuni tratti, a più valori. Per questa proprietà si dice che il diodo tunnel è controllato in tensione.




Oppure del diodo a gas, mostrata anche essa, qualitativamente, in figura. Anche il diodo a gas è un bipolo passivo, ma in questo caso la caratteristica V=V(I) è una funzione ad un sol valore, mentre quella I=I(V) è, in alcuni tratti, a più valori. Per questa proprietà si dice che il diodo a gas è controllato in corrente.




Come è noto i bipoli non lineari sono di estrema importanza nelle pratiche applicazioni. Naturalmente la loro non linearità introduce notevoli difficoltà nella soluzione di problemi in cui essi sono coinvolti. Si noti che la soluzione grafica di cui si è parlato in precedenza è applicabile anche quando uno dei bipoli non è lineare, o anche quando entrambi non sono lineari, a condizione però che il punto di intersezione tra le due caratteristiche sia unico, come nel caso in figura.




In presenza di intersezioni multiple occorrerà avere un criterio, che esula dall'attuale modello, per determinare quale dei diversi punti possibili sia quello di lavoro effettivo.