UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

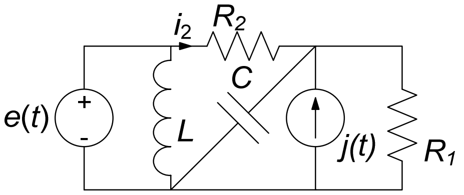
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 7 gennaio 2014
Proff. **Raffaele Albanese, Massimiliano de Magistris**

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	**<u>Compito A</u>**

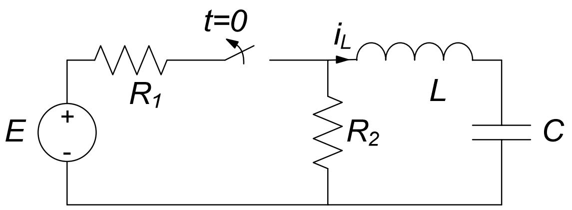
<u>Esercizio 1</u> – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti lineari in regime periodico (metodo dei fasori, soluzione di circuiti d'impedenze).



$j(t) = 2\cos 200t$;
$e(t) = 10\cos(200t - \pi/4)$;
$R_1 = R_2 = 20\ \Omega$;
$L = 10$ mH;
$C = 50\ \mu$F.

Il circuito in figura è in regime sinusoidale; determinare: 1) l'andamento dell'intensità di corrente $i_2(t)$ del resistore R_2; 2) la potenza media P_2 assorbita dal resistore R_2.

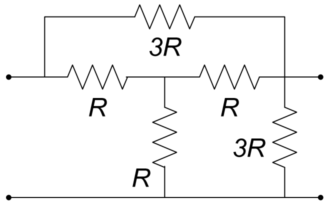
<u>Esercizio 2</u> – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transitori nei circuiti lineari.



$E = 100$ V ;
$R_1 = 50\ \Omega$;
$R_2 = 20\ \Omega$;
$L = 100$ mH;
$C = 20\ \mu$F.

Il circuito è in regime stazionario per t<0, prima dell'apertura dell'interruttore. Determinare: 1) la dinamica della corrente nell'induttore $i_L(t),\ \ t \geq 0$; 2) l'energia dissipata dal resistore R_2 nell'intervallo $(0, \infty)$.

<u>Esercizio 3</u> – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti lineari con doppi bipoli.



$R = 10\ \Omega$

Determinare la rappresentazione G (matrice delle conduttanze) per il doppio bipolo in figura.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

	A B
	C D
	Insuff.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

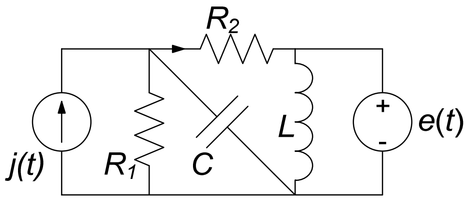
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 7 gennaio 2014
Proff. **Raffaele Albanese, Massimiliano de Magistris**

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	**Compito B**

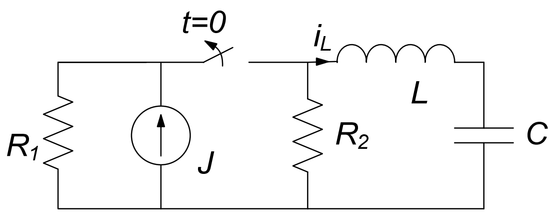
Esercizio 1 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti lineari in regime periodico (metodo dei fasori, soluzione di circuiti d'impedenze).



$j(t) = 2\cos 200t$;
$e(t) = 10\cos(200t - \pi/4)$;
$R_1 = R_2 = 20\ \Omega$;
$L = 10$ mH;
$C = 50\ \mu$F.

Il circuito in figura è in regime sinusoidale; determinare: 1) l'andamento dell'intensità di corrente $i_2(t)$ del resistore R_2; 2) la potenza media P_2 assorbita dal resistore R_2.

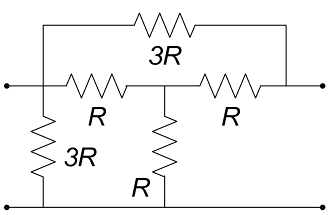
Esercizio 2 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transitori nei circuiti lineari.



$J = 2$ A ;
$R_1 = 50\ \Omega$;
$R_2 = 20\ \Omega$;
$L = 100$ mH;
$C = 20\ \mu$F.

Il circuito è in regime stazionario per t<0, prima dell'apertura dell'interruttore. Determinare: 1) la dinamica della corrente nell'induttore $i_L(t)$, $t \geq 0$; 2) l'energia dissipata dal resistore R_2 nell'intervallo $(0, \infty)$.

Esercizio 3 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti lineari con doppi bipoli.



$R = 10\ \Omega$

Determinare la rappresentazione G (matrice delle conduttanze) per il doppio bipolo in figura.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

	A B
	C D
	Insuff.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA
Prova scritta di **INTRODUZIONE AI CIRCUITI** –7 gennaio 2014
Proff. **R. Albanese – M. de Magistris**

Soluzione (compito A)

1) Applichiamo Thévenin ai terminale del resistore R_2. Si ha immediatamente:

$$\dot{Z}_{Th} = \dot{Z}_C \parallel R_1 = \frac{\dot{Z}_C R_1}{\dot{Z}_C + R_1} = 19.2 - 3.8j; \qquad \overline{E}_0 = \overline{E} - \overline{J} \cdot \dot{Z}_C \parallel R_1 = -31.4 + 0.62j$$

Il calcolo della corrente $i_2(t)$ è altrettanto immediato:

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{E}_0}{\dot{Z}_{Th} + R_2} = -0.79 - 0.06j \rightarrow i_2(t) = 0.80\cos(200t - 3.0) \quad \text{A}$$

Infine, per quanto riguarda la potenza, si ha: $P_2 = \frac{1}{2} R_2 \left|\overline{I}_2\right|^2 = 6.34 \ \text{W}$.

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

2) Il circuito è in regime stazionario per t<0; in particolare, l'induttore risulterà equivalente ad un corto circuito ed il condensatore ad un circuito aperto. Di conseguenza considerato il circuito stazionario equivalente si ha:

$$i_L = 0 \ \text{A}; \quad v_C = E\frac{R_2}{R_1 + R_2} = 28.6 \ \text{V}.$$

All'apertura dell'interruttore il circuito si riduce ad un *RLC* serie in evoluzione libera con le condizioni iniziali determinate per t<0. Si determina l'equazione caratteristica, che ha l'espressione $\lambda^2 + \frac{R_2}{L}\lambda + \frac{1}{LC} = 0$, che risolta fornisce: $\lambda_\pm = \sigma \pm j\omega_d = -100 \pm 700j$.

La soluzione può essere posta nella forma $i_L(t) = e^{\sigma t}\left(A\cos\omega_d t + B\sin\omega_d t\right)$. Imponendo le condizioni iniziali, tenuto conto che $i_L = 0, \quad \left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L} = \frac{-v_C(0)}{L} = 285.7$, si ha:

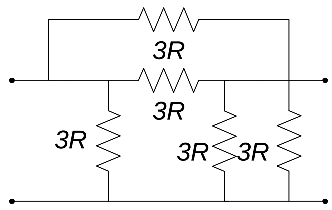
$$A = 0, B = -0.41 \rightarrow i_L(t) = -0.41e^{-100t}\sin 700t$$

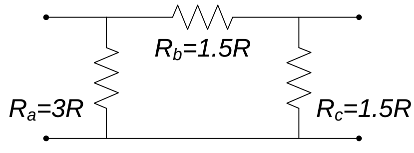
Per quanto riguarda il calcolo dell'energia dissipata dal resistore R_2 nell'intervallo $(0,\infty)$, osserviamo che essendo il circuito in evoluzione libera essa è pari a quella inizialmente immagazzinata negli elementi dinamici, dunque:

$$W_{R2}(0,\infty) = \frac{1}{2}Cv_C^2(0) + \frac{1}{2}Li_L^2(0) = 0.0082 + 0 = 8.2\cdot10^{-3} \quad \text{J}$$

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

3) Per calcolare la matrice delle conduttanze del doppio bipolo in esame osserviamo innanzitutto che è possibile trasformare la stella di resistori di valore R in un triangolo equivalente di resistori di valore $3R$. In tal modo è possibile operare semplificazioni per parallelo al circuito, che si riduce come mostrato in figura. Considerata a questo punto la configurazione a Π ottenuta, e ricordando le relazioni di sintesi, si ha immediatamente:





$$G_{11} = G_a + G_b$$
$$G_{22} = G_c + G_b \qquad G = \begin{pmatrix} 0.1 & -0.067 \\ -0.067 & 0.13 \end{pmatrix}$$
$$G_{12} = G_{21} = -G_b$$

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

Prova scritta di **INTRODUZIONE AI CIRCUITI** –7 gennaio 2014

Proff. **R. Albanese – M. de Magistris**

Soluzione (compito B)

1) Applichiamo Thévenin ai terminale del resistore R_2. Si ha immediatamente:

$$\dot{Z}_{Th} = \dot{Z}_C \parallel R_1 = \frac{\dot{Z}_C R_1}{\dot{Z}_C + R_1} = 19.2 - 3.8j; \qquad \bar{E}_0 = \bar{E} - \bar{J} \cdot \dot{Z}_C \parallel R_1 = -31.4 + 0.62j$$

Il calcolo della corrente $i_2(t)$ è altrettanto immediato:

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_0}{\dot{Z}_{Th} + R_2} = -0.79 - 0.06j \rightarrow i_2(t) = 0.80\cos(200t - 3.0) \quad \text{A}$$

Infine, per quanto riguarda la potenza, si ha: $P_2 = \frac{1}{2} R_2 \left|\bar{I}_2\right|^2 = 6.34 \text{ W}$.

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

2) Il circuito è in regime stazionario per t<0; in particolare, l'induttore risulterà equivalente ad un corto circuito ed il condensatore ad un circuito aperto. Di conseguenza considerato il circuito stazionario equivalente si ha:

$$i_L = 0 \text{ A}; \quad v_C = J\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 28.6 \text{ V}.$$

All'apertura dell'interruttore il circuito si riduce ad un *RLC* serie in evoluzione libera con le condizioni iniziali determinate per t<0. Si determina l'equazione caratteristica, che ha l'espressione $\lambda^2 + \frac{R_2}{L}\lambda + \frac{1}{LC} = 0$, che risolta fornisce: $\lambda_{\pm} = \sigma \pm j\omega_d = -100 \pm 700j$.

La soluzione può essere posta nella forma $i_L(t) = e^{\sigma t}\left(A\cos\omega_d t + B\sin\omega_d t\right)$. Imponendo le condizioni iniziali, tenuto conto che $i_L = 0,\ \left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L} = \frac{-v_C(0)}{L} = 285.7$, si ha:

$$A = 0, B = -0.41 \rightarrow i_L(t) = -0.41e^{-100t}\sin 700t$$

Per quanto riguarda il calcolo dell'energia dissipata dal resistore R_2 nell'intervallo $\left(0,\infty\right)$, osserviamo che essendo il circuito in evoluzione libera essa è pari a quella inizialmente immagazzinata negli elementi dinamici, dunque:

$$W_{R2}\left(0,\infty\right) = \frac{1}{2}Cv_C^2(0) + \frac{1}{2}Li_L^2(0) = 0.0082 + 0 = 8.2 \cdot 10^{-3} \quad \text{J}$$

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

3) Per calcolare la matrice delle conduttanze del doppio bipolo in esame osserviamo innanzitutto che è possibile trasformare la stella di resistori di valore R in un triangolo equivalente di resistori di valore $3R$. In tal modo è possibile operare semplificazioni per parallelo al circuito, che si riduce come mostrato in figura. Considerata a questo punto la configurazione a Π ottenuta, e ricordando le relazioni di sintesi, si ha immediatamente:

$$G_{11} = G_a + G_b \qquad G = \begin{pmatrix} 0.13 & -0.067 \\ -0.067 & 0.1 \end{pmatrix}$$
$$G_{22} = G_c + G_b$$
$$G_{12} = G_{21} = -G_b$$