UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

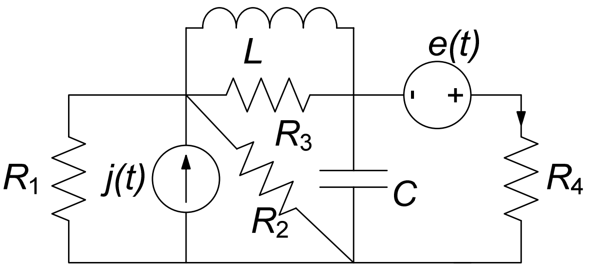
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 27 dicembre 2012
Proff. **Raffaele Albanese, Vincenzo Coccorese, Massimiliano de Magistris**

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	**Compito A**

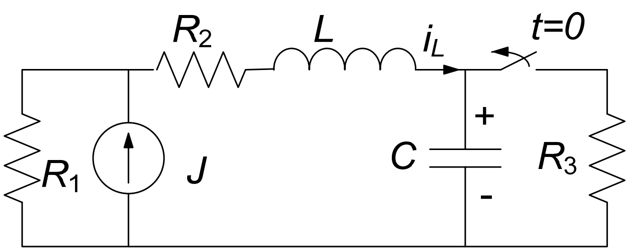
Esercizio 1 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di un circuito lineare in regime sinusoidale, fasori, potenza complessa.



$e(t)$= 200 cos 200t
$j(t)$= 5 cos (200t+π/4)
$R_1 = R_2$ =20 Ω;
R_3 = 10 Ω;
R_4 = 20 Ω;
C =1000 μF;
L =50 mH;

Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Calcolare: 1) l'andamento della corrente $i_4(t)$ del resistore R_4; 2) la potenza reattiva assorbita dall'induttore L; 3) la potenza complessa erogata dal generatore di corrente $j(t)$.

Esercizio 2 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dinamica nei circuiti lineari.



R_1 = 30 Ω;
$R_2 = R_3$ = 15 Ω;
L = 100 mH
C = 100 μF;
J = 2 A.

Il circuito è a regime stazionario per $t < 0$, prima dell'apertura dell'interruttore. Determinare la dinamica della corrente i_L per $t \geq 0$.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

		A B
		C D
		Insuff.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

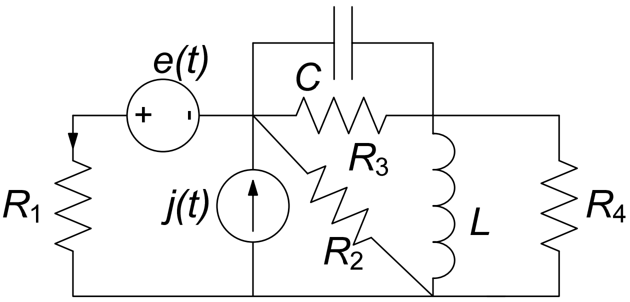
Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 27 dicembre 2012

Proff. **Raffaele Albanese, Vincenzo Coccorese, Massimiliano de Magistris**

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	**<u>Compito B</u>**

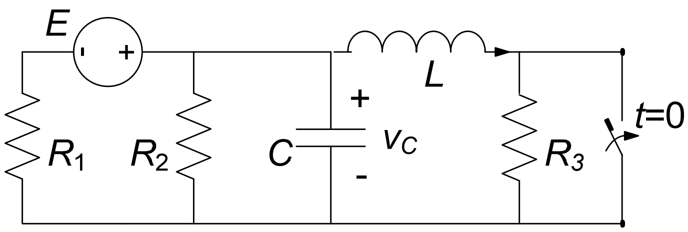
<u>Esercizio 1</u> – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di un circuito lineare in regime sinusoidale, fasori, potenza complessa.



$e(t)$= 200 cos 200t
$j(t)$= 5 cos (200t+π/4)
$R_1 = R_2$ =20 Ω;
R_3 = 10 Ω;
R_4 = 20 Ω;
C =1000 μF;
L =50 mH;

Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Calcolare: 1) l'andamento della corrente $i_1(t)$ del resistore R_1; 2) la potenza reattiva assorbita dal condensatore C; 3) la potenza complessa erogata dal generatore di corrente $j(t)$.

<u>Esercizio 2</u> – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dinamica nei circuiti lineari.



R_1 = 25 Ω;
$R_2 = R_3$ = 50 Ω;
L = 100 mH
C = 100 μF;
E= 10 V.

Il circuito è a regime stazionario per $t < 0$, <u>prima della chiusura dell'interruttore</u>. Determinare la dinamica della tensione v_C per $t \geq 0$.

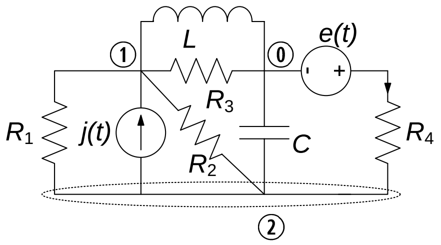
Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

		A B
		C D
		Insuff.

Soluzione (compito A)

1) Applichiamo il metodo dei potenziali di nodo (modificato). Con la numerazione dei nodi scelta in figura, fissato a zero il potenziale del nodo ⓪ e scrivendo le leggi di Kirchhoff per le correnti agli altri due nodi essenziali avremo:

$$\begin{cases} \dfrac{\bar{U}_1-\bar{U}_2}{R_1}+\dfrac{\bar{U}_1-\bar{U}_2}{R_2}+\dfrac{\bar{U}_1}{\dot{Z}_L}+\dfrac{\bar{U}_1}{R_3}=\bar{J} \\ \dfrac{\bar{U}_2-\bar{U}_1}{R_1}+\dfrac{\bar{U}_2-\bar{U}_1}{R_2}+\dfrac{\bar{U}_2}{\dot{Z}_C}+\dfrac{\bar{U}_2-\bar{E}}{R_4}=-\bar{J} \end{cases}$$



che risolte danno $\bar{U}_1=18.375+10.613j,\ \bar{U}_2=12.007-32.504j$. Nel nostro caso è $\bar{I}_4=\left(\bar{E}-\bar{U}_2\right)/R_4=9.40+1.63j$, dunque $i_4(t)=9.54\cos(200t+0.17)$.

$\bar{V}_L=\bar{U}_1$, dunque $Q_L=\dfrac{1}{2}\dfrac{\left|\bar{V}_L\right|^2}{X_L}=22.513\ \text{VAr}$

$\bar{V}_J=\bar{U}_1-\bar{U}_2$, dunque $\hat{P}_J=\dfrac{1}{2}\bar{V}_J\bar{J}^*=87.478+64.965j$.

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

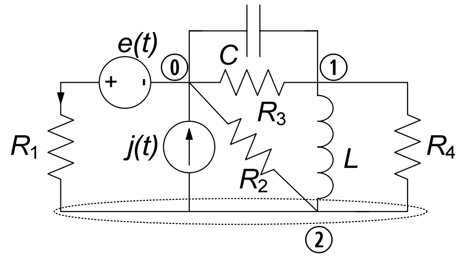
2) Per t<0 il circuito è in regime stazionario. In tal caso, considerando il condensatore un aperto e l'induttore un corto è facile determinare, fissati i riferimenti come in figura, $i_L=1\ \text{A}$, $v_C=15\ \text{V}$. Essi sono anche i valori iniziali a t=0 per le grandezze di stato.
Per analizzare la dinamica per $t\geq 0$ osserviamo anzitutto che il circuito, una volta aperto l'interruttore e spento il generatore, è equivalente ad un *RLC* serie con $R_{eq}=R_1+R_2$. L'equazione caratteristica è dunque $\lambda^2+\dfrac{R_{eq}}{L}\lambda+\dfrac{1}{LC}=0$, che risolta fornisce $\lambda_{1,2}=\sigma\pm j\omega=-225\pm 222.2j$.
A regime per $t\to\infty$, con l'usuale tecnica per il regime stazionario, è immediato determinare $i_{L\infty}=0\ \text{A};\ \ v_{C\infty}=30\ \text{V}$. Pertanto la soluzione in termini della variabile richiesta avrà l'espressione: $i_L(t)=e^{\sigma t}\left(A\cos\omega t+B\sin\omega t\right)$. Le costanti di integrazione si ricavano imponendo:
$i_L(0)=A;\ \ \left.\dfrac{di_L}{dt}\right|_{t=0}=\dfrac{v_L(0)}{L}=\sigma A+\omega B$, una volta ricavato il valore di $v_L(0)$ valutando l'opportuna LKT all'istante iniziale t=0: $v_L=v_{R1}-v_{R2}-v_C=-\dfrac{J}{2}R_1-i_L(0)R_2-v_C(0)$. La soluzione ha dunque l'espressione: $i_L(t)=e^{-225t}\left(\cos 222.2t+1.013\sin 222.2t\right)$.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA
Prova scritta di **INTRODUZIONE AI CIRCUITI** – 27 dicembre 2012
Proff. **R. Albanese – V. Coccorese – M. de Magistris**

Soluzione (compito B)

2) Applichiamo il metodo dei potenziali di nodo (modificato). Con la numerazione dei nodi scelta in figura, fissato a zero il potenziale del nodo ⓪ e scrivendo le leggi di Kirchhoff per le correnti agli altri due nodi essenziali avremo:

$$\begin{cases} \dfrac{\bar{U}_1}{\dot{Z}_C} + \dfrac{\bar{U}_1}{R_3} + \dfrac{\bar{U}_1 - \bar{U}_2}{\dot{Z}_L} + \dfrac{\bar{U}_1 - \bar{U}_2}{R_4} = 0 \\ \dfrac{\bar{U}_2 - \bar{E}}{R_1} + \dfrac{\bar{U}_2}{R_2} + \dfrac{\bar{U}_2 - \bar{U}_1}{\dot{Z}_L} + \dfrac{\bar{U}_2 - \bar{U}_1}{R_4} = -\bar{J} \end{cases}$$



che risolte danno $\bar{U}_1 = -5.556 - 19.192j$, $\bar{U}_2 = 31.818 - 5.052j$. Nel nostro caso è $\bar{I}_1 = \left(\bar{E} - \bar{U}_2\right)/R_1 = 8.40 + 0.25j$, dunque $i_1(t) = 8.41\cos(200t + 0.03)$.

$\bar{V}_C = \bar{U}_1$, dunque $Q_C = \dfrac{1}{2}\dfrac{\left|\bar{V}_C\right|^2}{X_C} = -39.919$ VAr

$\bar{V}_J = -\bar{U}_2$, dunque $\hat{P}_J = \dfrac{1}{2}\bar{V}_J \bar{J}^* = -47.316 + 65.176j$.

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

2) Per t<0 il circuito è in regime stazionario. In tal caso, considerando il condensatore un aperto e l'induttore un corto è facile determinare, fissati i riferimenti come in figura, $v_C = 5$ V, $i_L = 0.1$ A. Essi sono anche i valori iniziali a t=0 per le grandezze di stato.
Per analizzare la dinamica per $t \geq 0$ osserviamo anzitutto che il circuito, una volta chiuso l'interruttore e spento il generatore, è equivalente ad un *RLC* parallelo con $R_{eq} = R_1 \parallel R_2$. L'equazione caratteristica è dunque $\lambda^2 + \dfrac{1}{R_{eq}C}\lambda + \dfrac{1}{LC} = 0$, che risolta fornisce $\lambda_{1,2} = \sigma \pm j\omega = -300 \pm 100j$.
A regime per $t \to \infty$, con l'usuale tecnica per il regime stazionario, è immediato determinare $i_{L\infty} = 0.4$ A; $v_{C\infty} = 0$ V. Pertanto la soluzione in termini della variabile richiesta avrà l'espressione: $v_C(t) = e^{\sigma t}\left(A\cos\omega t + B\sin\omega t\right)$. Le costanti di integrazione si ricavano imponendo:
$v_C(0) = A;\ \left.\dfrac{dv_C}{dt}\right|_{t=0} = \dfrac{i_C(0)}{C} = \sigma A + \omega B$, una volta ricavato il valore di $i_C(0)$ valutando l'opportuna LKC all'istante iniziale t=0: $i_C = -i_L - i_{R1} - i_{R2} = -i_L(0) - \dfrac{v_C(0) - E}{R_1} - \dfrac{v_C(0)}{R_2}$. La soluzione ha dunque l'espressione: $v_C(t) = e^{-300t}\left(5\cos 100t + 15\sin 100t\right)$.