

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN TELECOMUNICAZIONI

Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 22 febbraio 2005

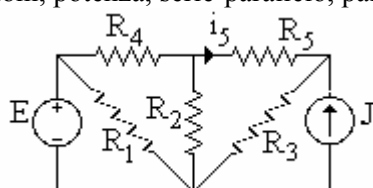
Prof. **Massimiliano de Magistris**



dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	<u>Compito A</u>

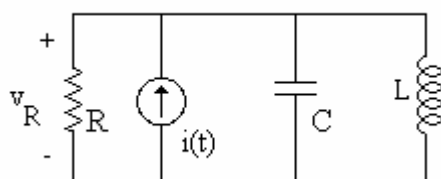
Esercizio 1 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di un circuito resistivo lineare (convenzioni, potenza, serie-parallelo, partitori).



$$\begin{aligned} R_1 &= R_2 = 2 \, \Omega; \\ R_3 &= R_4 = R_5 = 1 \, \Omega; \\ E &= 10 \, \text{V}; \quad J = 1 \, \text{A} \end{aligned}$$

Per la rete in figura calcolare: a) il valore della corrente i_5 ; b) la potenza erogata dai generatori.

Esercizio 2 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transitori nei circuiti lineari

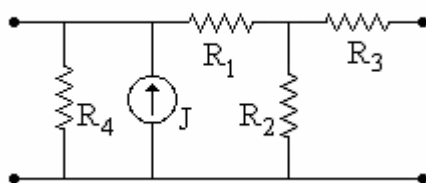


$$i(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 5 \cos(100t) & t \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} R &= 10 \, \Omega; \\ L &= 100 \, \text{mH}; \quad C = 1000 \, \mu\text{F} \end{aligned}$$

Il circuito è a riposo per $t < 0$. Determinare l'andamento della tensione sul resistore R per $t > 0$.

Esercizio 3 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per la caratterizzazione di doppi bipoli lineari.



$$\begin{aligned} R_1 &= R_2 = R_3 = R_4 = 1 \, \Omega; \\ J &= 1 \, \text{A} \end{aligned}$$

Determinare la caratterizzazione controllata in tensione del doppio bipolo in figura.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

		A	B
		C	D
		Insuff.	

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN TELECOMUNICAZIONI

Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 22 febbraio 2005

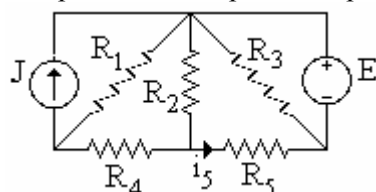
Prof. **Massimiliano de Magistris**



dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	<u>Compito B</u>

Esercizio 1 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di un circuito resistivo lineare (convenzioni, potenza, serie-parallelo, partitori).



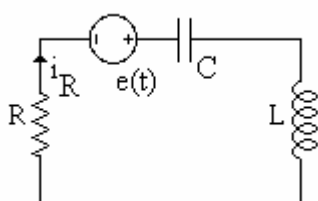
$$R_1 = R_4 = R_5 = 1 \, \Omega;$$

$$R_2 = R_3 = 2 \, \Omega;$$

$$E = 10 \, \text{V}; \quad J = 1 \, \text{A}$$

Per la rete in figura calcolare: a) il valore della corrente i_5 ; b) la potenza erogata dai generatori.

Esercizio 2 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transitori nei circuiti lineari



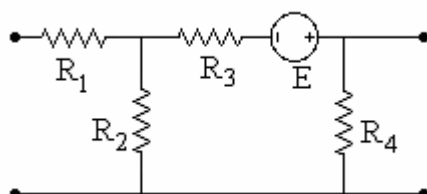
$$e(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 10 \cos(100t) & t \geq 0 \end{cases}$$

$$R = 10 \, \Omega;$$

$$L = 100 \, \text{mH}; \quad C = 1000 \, \mu\text{F}$$

Il circuito è a riposo per $t < 0$. Determinare l'andamento della corrente nel resistore R per $t > 0$.

Esercizio 3 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per la caratterizzazione di doppi bipoli lineari.



$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1 \, \Omega;$$

$$E = 1 \, \text{V}$$

Determinare la caratterizzazione controllata in corrente del doppio bipolo in figura.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

		A	B
		C	D
		Insuff.	



Soluzione (compito A)

1) Per il calcolo della corrente i_5 applichiamo la sovrapposizione degli effetti.

Posto $R_{eq} = R_1 // (R_4 + R_2 // (R_3 + R_5)) = 1 \Omega$, $I = \frac{E}{R_{eq}} = 10 A$ ed $R_{eq1} = [(R_3 + R_5) // R_2] + R_4 = 2 \Omega$, il

contributo di E vale $i_5' = I \frac{R_1}{R_{eq1} + R_1} \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_5} = 2.5 A$

Posto $R_{eq2} = (R_2 // R_4) + R_5 = \frac{5}{3} \Omega$, il contributo di J vale $i_5'' = -J \frac{R_3}{R_{eq2} + R_3} = -\frac{3}{8} A$

Sommando i due contributi si trova $i_5 = i_5' + i_5'' = 2.125 A$.

Per il calcolo della potenza erogata, dette V_J la tensione su J (il cui verso di riferimento è scelto in accordo alla convenzione del generatore) ed I_E la corrente erogata da E , risulta $P_J = V_J \cdot J$ e $P_E = E \cdot I_E$. Si osservi che V_J ed I_E sono le grandezze che si stabiliscono nel circuito per effetto di entrambi i generatori (si possono calcolare, ad esempio, applicando ancora la sovrapposizione); risulta $P_E = 97.5 W$ e $P_J = 3.125 W$.

2) Detta v la tensione sul parallelo, l'equazione da risolvere è $\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{LC} v = \frac{1}{C} \frac{di}{dt}$ con le condizioni iniziali $v(0) = 0$ e $\left. \frac{dv}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C} = 5 \cdot 10^3$. Determiniamo per prima cosa l'integrale generale

$v'(t)$ dell'equazione omogenea associata. Gli autovalori sono $\lambda_{1/2} = \sigma \pm j\omega = -50 \pm 86.6j$; risulta $v'(t) = e^{\sigma t} (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t))$. Successivamente ricaviamo un integrale particolare dell'equazione completa, osservando che per $t \rightarrow \infty$ il circuito è a regime sinusoidale, e che la pulsazione del generatore $i(t)$ coincide con la pulsazione di risonanza del circuito $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 100 \text{ rad/s}$, quindi a regime la

tensione vale $v''(t) = i(t)R = 50 \cos(100t)$. Infine costruiamo l'integrale generale dell'equazione completa $v(t) = v'(t) + v''(t)$ e troviamo le costanti A e B imponendo le condizioni iniziali; risulta

$$\begin{cases} A + 50 = 0 \\ \sigma A - B\omega = 5 \cdot 10^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = -50 \\ B = -28.86 \end{cases}$$

3) La caratterizzazione richiesta sarà nella forma: $\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{12} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_{01} \\ I_{02} \end{pmatrix}$.

Applichiamo la sovrapposizione spegnendo dapprima il generatore interno e caratterizziamo in tensione il doppio bipolo resistivo risultante:

$$G_{11} = G_4 + \frac{G_1(G_2 + G_3)}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{5}{3} \Omega^{-1} \quad G_{22} = \frac{(G_1 + G_2)G_3}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{2}{3} \Omega^{-1} \quad G_{12} = G_{21} = -\frac{(G_1 + G_2)G_3}{G_1 + G_2 + G_3} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = -\frac{1}{3} \Omega^{-1}$$

Poi, con i generatori di caratterizzazione spenti, ricaviamo il contributo del generatore interno:

$$I_{01} = -J = -1 A, \quad I_{02} = 0.$$



Soluzione (compito B)

1) Per il calcolo della corrente i_5 applichiamo la sovrapposizione degli effetti.

Posto $R_{eq1} = [(R_1 + R_4) // R_2] + R_5 = 2\Omega$, il contributo di E vale $i_5' = \frac{R_3}{R_{eq1} + R_3} E = 5 A$.

Posto $R_{eq2} = (R_2 // R_5) + R_4 = \frac{5}{3}\Omega$, il contributo di J vale $i_5'' = -J \frac{R_1}{R_{eq2} + R_1} \frac{R_2}{R_2 + R_5} = -0.25 A$

Sommando i due contributi si trova $i_5 = i_5' + i_5'' = 4.75 A$.

Per il calcolo della potenza erogata, dette V_J la tensione su J (il cui verso di riferimento è scelto in accordo alla convenzione del generatore) ed I_E la corrente erogata da E , risulta $P_J = V_J \cdot J$ e $P_E = E \cdot I_E$. Si osservi che V_J ed I_E sono le grandezze che si stabiliscono nel circuito per effetto di entrambi i generatori (si possono calcolare, ad esempio, applicando ancora la sovrapposizione); risulta $P_E = 97.5 W$ e $P_J = 3.125 W$.

2) Detta i la corrente nella serie, l'equazione da risolvere è $\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = C \frac{de(t)}{dt}$ con le condizioni

iniziali $i(0) = 0$ e $\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \frac{e(0)}{L} = 100$. Determiniamo per prima cosa l'integrale generale $i'(t)$

dell'equazione omogenea associata. Gli autovalori sono $\lambda_{1/2} = \sigma \pm j\omega = -50 \pm 86.6j$; risulta $i'(t) = e^{\sigma t} (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t))$. Successivamente ricaviamo un integrale particolare dell'equazione completa, osservando che per $t \rightarrow \infty$ il circuito è a regime sinusoidale, e che la pulsazione del generatore $e(t)$ coincide con la pulsazione di risonanza del circuito $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 100 \text{ rad/s}$, quindi a regime la

corrente vale $i''(t) = \frac{e(t)}{R} = \cos(100t)$. Infine costruiamo l'integrale generale dell'equazione completa

$i(t) = i'(t) + i''(t)$ e troviamo le costanti A e B imponendo le condizioni iniziali; risulta
$$\begin{cases} A + 1 = 0 \\ \sigma A - B\omega = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = -1 \\ B = -0.58 \end{cases}$$

3) La caratterizzazione richiesta sarà nella forma: $\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{12} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_{01} \\ V_{02} \end{pmatrix}$.

Applichiamo la sovrapposizione spegnendo dapprima il generatore interno e caratterizziamo in corrente il doppio bipolo resistivo risultante:

$$R_{11} = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{5}{3}\Omega \quad R_{22} = \frac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{2}{3}\Omega \quad R_{12} = R_{21} = \frac{R_4}{R_2 + R_3 + R_4} R_2 = \frac{1}{3}\Omega$$

Poi, con i generatori di caratterizzazione spenti, ricaviamo il contributo del generatore interno:

$$V_{02} = \frac{R_4}{R_2 + R_3 + R_4} E = \frac{1}{3} V \quad V_{01} = -\frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4} E = -\frac{1}{3} V$$