

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN TELECOMUNICAZIONI



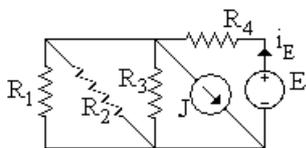
Prova infracorso di **Introduzione ai Circuiti**– 18 novembre 2002

Prof. **Massimiliano de Magistris** – (A-I)

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	<b><u>Compito A</u></b>

**Esercizio 1** – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di un circuito resistivo lineare (convenzioni, potenza, serie-parallelo, partitori, sovrapposizione).



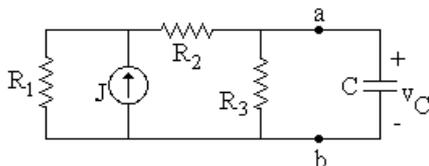
$$R_1 = R_2 = 2 \Omega;$$

$$R_3 = 1 \Omega; R_4 = 4.5 \Omega;$$

$$E = 5 \text{ V}; J = 2 \text{ A}$$

Per la rete in figura calcolare la potenza erogata dal generatore di tensione.

**Esercizio 2** – Obiettivi: verificare la padronanza del metodo di Thevenin-Norton nell'analisi di circuiti lineari.



$$R_1 = R_2 = 2 \Omega;$$

$$R_3 = 1 \Omega; C = 0.1 \text{ F}$$

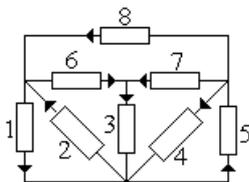
$$J = 2 \text{ A}$$

$$v_C(0) = 0$$

Per la rete in figura determinare:

1. l'equivalente di Thévenin ai terminali a,b;
2. l'andamento della tensione sulla capacità  $v_C(t)$ , ( $t > 0$ ).

**Esercizio 3** – Obiettivi: verificare la conoscenza e padronanza di elementi di teoria dei grafi.



Per la rete in figura:

1. determinare la matrice di incidenza  $A_a$ ;
2. determinare un albero;
3. verificare che le colonne della matrice  $A_a$  corrispondenti ai lati dell'albero sono indipendenti.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

		A	B
		C	D
		Insuff.	



## Soluzione (compito A)

- 1) Per trovare la potenza erogata dal generatore di tensione, scelta la convenzione del generatore su quest'ultimo, si tratta di calcolare la corrente  $i_E$  che lo attraversa. Essa può essere facilmente trovata applicando la sovrapposizione degli effetti alla rete in esame. Consideriamo anzitutto il caso in cui il generatore di corrente sia spento. In tal caso il generatore di tensione “vede” una resistenza equivalente  $R'_{eq}$  data da:

$$R'_{eq} = R_4 + (R_1 // R_2 // R_3) = 5\Omega;$$

Pertanto si ha  $i'_E = E/R'_{eq} = 1A$ .

Quando invece è acceso il solo generatore di corrente, basterà applicare la regola del partitore di corrente tra il resistore  $R_4$  ed il parallelo tra  $R_1, R_2$  ed  $R_3$ :

$$i''_E = J \frac{(R_1 // R_2 // R_3)}{R_4 + (R_1 // R_2 // R_3)} = \frac{1}{5} A$$

Dunque, sovrapponendo le correnti si avrà:  $i_E = i'_E + i''_E = 6/5 A$ .

Infine, per la potenza erogata, con le convenzioni considerate:  $P^{erog} = v_E i_E = 6W$

\*\*\*\*\*

- 2) Dopo aver disconnesso la capacità C, per trovare l'equivalente di Thévenin, calcoliamo anzitutto la resistenza equivalente ai morsetti a b (una volta spenti i generatori):  $R_{eq} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_3 + (R_1 + R_2)} = \frac{4}{5} \Omega$

Per la tensione a vuoto su a b, possiamo applicare il partitore di tensione alla serie  $R_2, R_3$ , dopo aver calcolato la tensione sul generatore J come prodotto della corrente per la resistenza complessiva vista dal generatore:

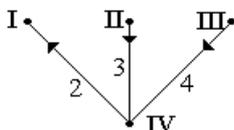
$$E_0 = J \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{4}{5} V$$

Una volta calcolato l'equivalente di Thévenin ai capi a b, è immediato determinare l'integrale generale per l'incognita considerata. Infatti, l'omogenea associata avrà la soluzione  $v_{C0} = Ae^{-\frac{t}{R_{eq}C}}$ ; inoltre è immediato verificare che l'integrale particolare è dato da  $v_{Cp} = E_0 = 12/15$ . Pertanto,

imponendo la condizione iniziale ( $v_C(0) = 0$ ) avremo:  $v_C(t) = -\frac{12}{15} e^{-\frac{t}{0.08}} + \frac{12}{15}$

\*\*\*\*\*

- 3) La matrice di incidenza della rete considerata è quella rappresentata a destra. Se ad esempio si considera l'albero costituito dai lati 2,3,4, si osserva subito che le colonne corrispondenti in  $A_a$  sono indipendenti: difatti, nelle prime tre righe compare in modo esclusivo un elemento diverso da zero.



matrice di incidenza $A_a$								
odi/lati	1	2	3	4	5	6	7	8
I	1	-1	0	0	0	1	0	-1
II	0	0	1	0	0	-1	-1	0
III	0	0	0	1	-1	0	1	1
IV	-1	1	-1	-1	1	0	0	0

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN TELECOMUNICAZIONI



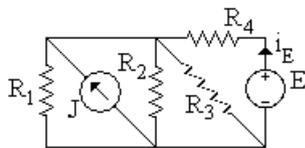
Prova infracorso di **Introduzione ai Circuiti**– 18 novembre 2002

Prof. **Massimiliano de Magistris** – (A-I)

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	<b><u>Compito B</u></b>

**Esercizio 1** – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di un circuito resistivo lineare (convenzioni, potenza, serie-parallelo, partitori, sovrapposizione).



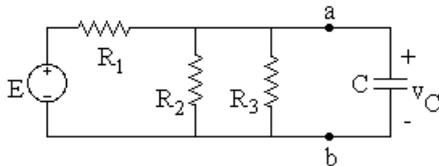
$$R_1 = R_2 = 2 \Omega;$$

$$R_3 = 1 \Omega; R_4 = 4.5 \Omega;$$

$$E = 5 \text{ V}; J = 2 \text{ A}$$

Per la rete in figura calcolare la potenza erogata dal generatore di tensione.

**Esercizio 2** – Obiettivi: verificare la padronanza del metodo di Thevenin-Norton nell'analisi di circuiti lineari.



$$R_1 = R_2 = 2 \Omega;$$

$$R_3 = 1 \Omega; C = 0.1 \text{ F}$$

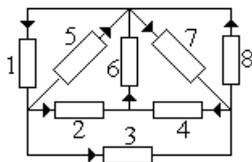
$$E = 5 \text{ V}$$

$$v_C(0) = 0$$

Per la rete in figura determinare:

1. l'equivalente di Thévenin ai terminali a,b;
2. l'andamento della tensione sulla capacità  $v_C(t)$ , ( $t > 0$ ).

**Esercizio 3** – Obiettivi: verificare la conoscenza e padronanza di elementi di teoria dei grafi.



Per la rete in figura:

1. determinare la matrice di incidenza  $A_a$ ;
2. determinare un albero;
3. verificare che le colonne della matrice  $A_a$  corrispondenti ai lati dell'albero sono indipendenti.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

		A	B
		C	D
		Insuff.	



## Soluzione (compito B)

- 1) Per trovare la potenza erogata dal generatore di tensione, scelta la convenzione del generatore su quest'ultimo, si tratta di calcolare la corrente  $i_E$  che lo attraversa. Essa può essere facilmente trovata applicando la sovrapposizione degli effetti alla rete in esame. Consideriamo anzitutto il caso in cui il generatore di corrente sia spento. In tal caso il generatore di tensione “vede” una resistenza equivalente  $R'_{eq}$  data da:

$$R'_{eq} = R_4 + (R_1 // R_2 // R_3) = 5\Omega;$$

Pertanto si ha  $i'_E = E/R'_{eq} = 1A$ .

Quando invece è acceso il solo generatore di corrente, basterà applicare la regola del partitore di corrente tra il resistore  $R_4$  ed il parallelo tra  $R_1, R_2$  ed  $R_3$ ; tenuto conto del verso scelto per  $i_E$  si ha:

$$i''_E = -J \frac{(R_1 // R_2 // R_3)}{R_4 + (R_1 // R_2 // R_3)} = -\frac{1}{5}A$$

Dunque, sovrapponendo le correnti si avrà:  $i_E = i'_E + i''_E = 4/5 A$ .

Infine, per la potenza erogata, con le convenzioni considerate:  $P^{erog} = v_E i_E = 4W$

\*\*\*\*\*

- 2) Dopo aver disconnesso la capacità C, per trovare l'equivalente di Thévenin, calcoliamo anzitutto la resistenza equivalente ai morsetti a b (una volta spenti i generatori):  $R_{eq} = R_1 // R_2 // R_3 = \frac{1}{2} \Omega$

Per la tensione a vuoto su a b, possiamo applicare il partitore di tensione alla serie di  $R_1$  con  $R_2 // R_3$ :

$$E_0 = E \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3} = \frac{5}{4} V$$

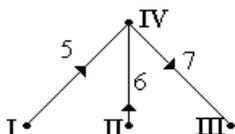
Una volta calcolato l'equivalente di Thévenin ai capi a b, è immediato determinare l'integrale

generale per l'incognita considerata. Infatti, l'omogenea associata avrà la soluzione  $v_{C0} = Ae^{-\frac{t}{R_{eq}C}}$ ; inoltre è immediato verificare che l'integrale particolare è dato da  $v_{Cp} = E_0 = 5/4$ . Pertanto,

imponendo la condizione iniziale ( $v_C(0) = 0$ ) avremo:  $v_C(t) = -\frac{5}{4} e^{-\frac{t}{0.05}} + \frac{5}{4}$

\*\*\*\*\*

- 3) La matrice di incidenza della rete considerata è quella rappresentata a destra. Se ad esempio si considera l'albero costituito dai lati 5,6,7, si osserva subito che le colonne corrispondenti in  $A_a$  sono indipendenti: difatti, nelle prime tre righe compare in modo esclusivo un elemento diverso da zero.



matrice di incidenza $A_a$								
nodi/lati	1	2	3	4	5	6	7	8
I	-1	1	1	0	1	0	0	0
II	0	-1	0	-1	0	1	0	0
III	0	0	-1	1	0	0	-1	1
IV	1	0	0	0	-1	-1	1	-1