

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 17 febbraio 2014

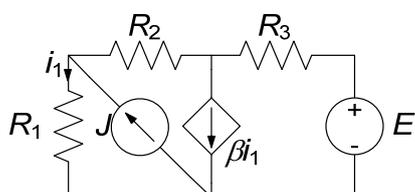
Proff. **Raffaele Albanese, Massimiliano de Magistris**



dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	<u>Compito A</u>

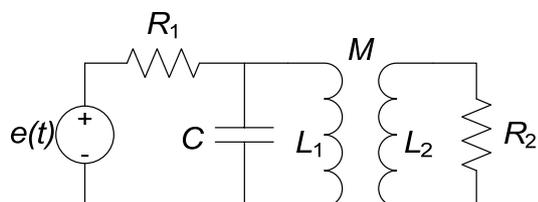
Esercizio 1 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di un circuito a-dinamico lineare.



$$\begin{aligned}
 R_1 &= R_3 = 1 \, \Omega; \\
 R_2 &= 2 \, \Omega; \quad \beta = 2; \\
 E &= 10 \, \text{V}; \quad J = 1 \, \text{A}.
 \end{aligned}$$

Per il circuito in figura calcolare la potenza assorbita dal resistore R_2 .

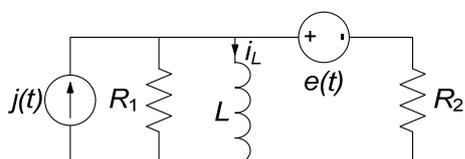
Esercizio 2 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti lineari in regime sinusoidale.



$$\begin{aligned}
 e(t) &= \cos 100 t \\
 R_1 &= 10 \, \Omega; \quad R_2 = 0.2 \, \Omega; \\
 C &= 1000 \, \mu\text{F}; \\
 L_1 &= 50 \, \text{mH}; \quad L_2 = 2 \, \text{mH}; \quad M = 10 \, \text{mH};
 \end{aligned}$$

Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Calcolare a) l'andamento della tensione del condensatore $v_C(t)$; b) la potenza complessa erogata dal generatore.

Esercizio 3 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transistori nei circuiti lineari.



$$\begin{aligned}
 e(t) &= \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 10 & t \geq 0 \end{cases} \\
 j(t) &= 5 \, \text{A} \\
 R_1 &= R_2 = 40 \, \Omega; \\
 L &= 500 \, \text{mH};
 \end{aligned}$$

Il circuito dinamico in figura è a regime per $t < 0$. Successivamente il generatore di tensione $e(t)$ si accende. Determinare l'andamento dell'intensità di corrente dell'induttore $i_L(t)$, $-\infty < t < \infty$.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

	A B
	C D
	Insuff.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 17 febbraio 2014

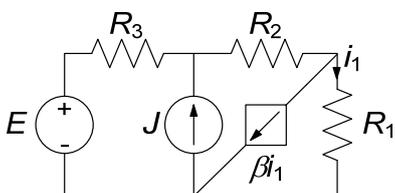
Prof. **Raffaele Albanese, Massimiliano de Magistris**



dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	Compito B

Esercizio 1 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di un circuito a-dinamico lineare.



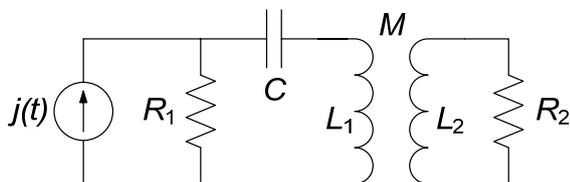
$$R_1 = R_3 = 1 \Omega;$$

$$R_2 = 2 \Omega; \beta = 2;$$

$$E = 10 \text{ V}; J = 1 \text{ A}$$

Per il circuito in figura calcolare la potenza assorbita dal resistore R_2 .

Esercizio 2 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti lineari in regime sinusoidale.



$$j(t) = \cos 100 t$$

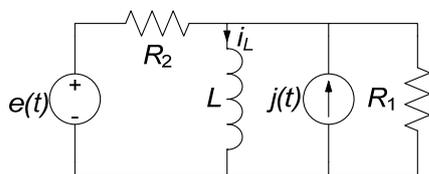
$$R_1 = 10 \Omega; R_2 = 0.2 \Omega;$$

$$C = 1000 \mu\text{F};$$

$$L_1 = 50 \text{ mH}; L_2 = 2 \text{ mH}; M = 10 \text{ mH};$$

Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Calcolare: a) l'andamento della tensione del condensatore $v_C(t)$; b) la potenza complessa erogata dal generatore.

Esercizio 3 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transistori nei circuiti lineari.



$$e(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 10 & t \geq 0 \end{cases}$$

$$j(t) = 5 \text{ A}$$

$$R_1 = R_2 = 40 \Omega;$$

$$L = 500 \text{ mH};$$

Il circuito dinamico in figura è a regime per $t < 0$. Successivamente il generatore di tensione $e(t)$ si accende. Determinare l'andamento dell'intensità di corrente dell'induttore $i_L(t)$, $-\infty < t < \infty$.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

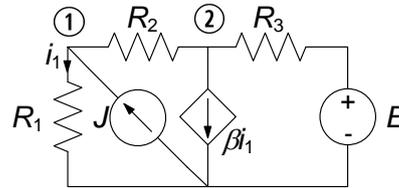
	A B
	C D
	Insuff.



Soluzione (compito A)

- 1) Applichiamo il metodo dei potenziali di nodo. Considerando le leggi di Kirchhoff per le correnti ai due nodi essenziali segnati in figura avremo:

$$\begin{cases} \frac{u_1}{R_1} + \frac{u_1 - u_2}{R_2} = J \\ \frac{u_2 - u_1}{R_2} + \frac{u_2 - E}{R_3} + \beta \frac{u_1}{R_1} = 0 \end{cases}$$

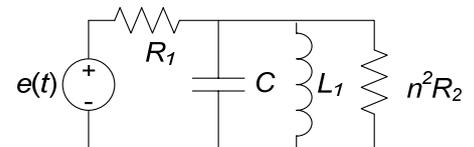


che risolte danno $u_1 = 2.17$, $u_2 = 4.5$. Per la potenza assorbita dal resistore R_2 si ha dunque:

$$P_{R_2} = \frac{v_2^2}{R_2} = \frac{(u_1 - u_2)^2}{R_2} = 2.7 \text{ W}$$

- 2) Il circuito è in regime sinusoidale, ed il mutuo accoppiamento verifica la condizione di accoppiamento perfetto $L_1 L_2 = M^2$.

Facendo uso del circuito equivalente tramite il trasformatore ideale di rapporto $n = L_1/M$ e l'induttanza primaria L_1 in parallelo, il circuito risulta equivalente a quello in figura. Posto:



$$\dot{Z}_{eq} = \left(\frac{1}{\dot{Z}_C} + \frac{1}{\dot{Z}_L} + \frac{1}{n^2 R_2} \right)^{-1} = 4 + 2j, \text{ si ha } \bar{V}_C = \bar{E} \frac{\dot{Z}_{eq}}{R_1 + \dot{Z}_{eq}} = 0.3 + 0.1j.$$

Pertanto si ha: $v_C(t) = 0.32 \cos(100t + 0.32)$. Per quanto riguarda la potenza complessa erogata dal

generatore abbiamo: $\bar{I}_E = \frac{\bar{E}}{R_1 + \dot{Z}_{eq}} = 0.07 - 0.01j$; $\hat{P}_E^{(e)} = \frac{1}{2} \bar{E} \cdot \bar{I}_E^* = 0.035 + 0.005j$

- 3) Applichiamo la sovrapposizione degli effetti. È immediato verificare come in presenza del solo generatore stazionario $j(t) = 5 \text{ A}$, tenuto conto che l'induttore equivale ad un corto circuito, si ha immediatamente $i'_L(t) = 5 \text{ A}$.

In presenza del solo generatore di tensione $e(t)$ il circuito risulta in evoluzione forzata, essendo

$$i''_L(t) = 0 \quad t < 0. \text{ Per } t \geq 0 \text{ si ha: } i''_L(t) = k \cdot e^{-\frac{R_{eq}}{L}t} + i_\infty$$

dove $R_{eq} = R_1 \parallel R_2 = 20 \Omega$, $i_\infty = \frac{e}{R_2} = 0.25 \text{ A}$ e $k + i_\infty = 0 \rightarrow k = -0.25$.

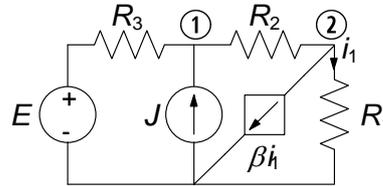
Infine, sovrapponendo si ha $i(t) = i'_L(t) + i''_L(t) = \begin{cases} 5 & t < 0 \\ -0.25 \cdot e^{-40t} + 5.25 & t \geq 0 \end{cases}$



Soluzione (compito B)

- 1) Applichiamo il metodo dei potenziali di nodo. Considerando le leggi di Kirchhoff per le correnti ai due nodi essenziali segnati in figura avremo:

$$\begin{cases} \frac{u_1 - E}{R_3} + \frac{u_1 - u_2}{R_2} = J \\ \frac{u_2 - u_1}{R_2} + \frac{u_2}{R_1} + \beta \frac{u_2}{R_1} = 0 \end{cases}$$

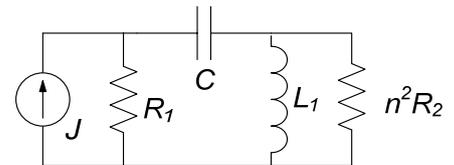


che risolte danno $u_1 = 7.7$, $u_2 = 1.1$. Per la potenza assorbita dal resistore R_2 si ha dunque:

$$P_{R_2} = \frac{v_2^2}{R_2} = \frac{(u_1 - u_2)^2}{R_2} = 21.8 \text{ W}$$

- 2) Il circuito è in regime sinusoidale, ed il mutuo accoppiamento verifica la condizione di accoppiamento perfetto $L_1 L_2 = M^2$.

Facendo uso del circuito equivalente tramite il trasformatore ideale di rapporto $n = L_1/M$ e l'induttanza primaria L_1 in parallelo, il circuito risulta equivalente a quello in figura. Posto:



$$\dot{Z}_{eq} = \dot{Z}_C + \dot{Z}_L \parallel n^2 R_2 = 2.5 - 7.5j, \text{ si ha } \bar{I}_C = \bar{J} \frac{R_1}{R_1 + \dot{Z}_{eq}} = 0.58 + 0.35j.$$

Pertanto si ha: $\bar{V}_C = \bar{I}_C \dot{Z}_C = 3.53 - 5.88j \rightarrow v_C(t) = 6.85 \cos(100t - 1.03)$.

Per quanto riguarda la potenza complessa erogata dal generatore abbiamo:

$$\bar{V}_J = \bar{J} \cdot R_1 \parallel \dot{Z}_{eq} = 4.12 + 3.53j; \quad \hat{P}_J^{(e)} = \frac{1}{2} \bar{V}_J \cdot \bar{J}^* = 2.06 - 1.76j$$

- 3) Applichiamo la sovrapposizione degli effetti. È immediato verificare come in presenza del solo generatore stazionario $j(t) = 5 \text{ A}$, tenuto conto che l'induttore equivale ad un corto circuito, si ha immediatamente $i'_L(t) = 5 \text{ A}$.

In presenza del solo generatore di tensione $e(t)$ il circuito risulta in evoluzione forzata, essendo

$$i''_L(t) = 0 \quad t < 0. \text{ Per } t \geq 0 \text{ si ha: } i''_L(t) = k \cdot e^{-\frac{R_{eq}}{L}t} + i_\infty$$

$$\text{dove } R_{eq} = R_1 \parallel R_2 = 20 \Omega, \quad i_\infty = \frac{e}{R_2} = 0.25 \text{ A} \quad \text{e} \quad k + i_\infty = 0 \rightarrow k = -0.25.$$

$$\text{Infine, sovrapponendo si ha } i(t) = i'_L(t) + i''_L(t) = \begin{cases} 5 & t < 0 \\ -0.25 \cdot e^{-40t} + 5.25 & t \geq 0 \end{cases}$$
