

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL' AUTOMAZIONE



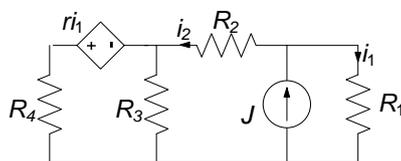
Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti/Elettrotecnica** – 16 febbraio 2015

Proff. **Raffaele Albanese, Massimiliano de Magistris**

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	<u>Compito A</u>

Esercizio 1 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi e dei metodi fondamentali per l'analisi di un circuito a-dinamico lineare.



$$R_1 = R_2 = 10 \Omega;$$

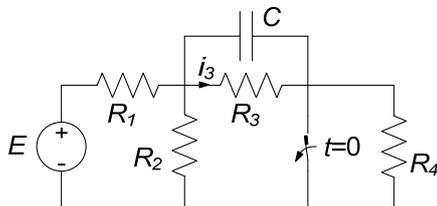
$$R_3 = R_4 = 20 \Omega;$$

$$r = 5 \Omega;$$

$$J = 2 \text{ A.}$$

Determinare 1) l'intensità di corrente i_2 del resistore R_2 ; 2) la potenza erogata dal generatore J .

Esercizio 2 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dinamica nei circuiti lineari del primo ordine.



$$R_1 = R_2 = 10 \Omega;$$

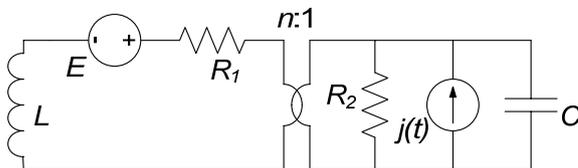
$$R_3 = 5 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$$

$$C = 50 \text{ mF};$$

$$E = 30 \text{ V.}$$

Il circuito è a regime (stazionario) per $t < 0$, prima dell'apertura dell'interruttore. Determinare l'andamento dell'intensità di corrente $i_3(t)$ per $t < 0$ e per $t \geq 0$.

Esercizio 3 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti lineari a regime (metodo dei fasori, soluzione di circuiti d'impedenze, potenze medie).



$$E = 100 \text{ V};$$

$$j(t) = 5 \cos(500t) \text{ A};$$

$$n = 2;$$

$$R_1 = 20 \Omega; R_2 = 5 \Omega;$$

$$C = 20 \mu\text{F}; L = 50 \text{ mH};$$

Il circuito in figura è a regime (si osservi che si tratta della sovrapposizione di regime stazionario e di uno sinusoidale). Determinare la potenza media assorbita dal resistore R_1 .

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

	A B
	C D
	Insuff.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL' AUTOMAZIONE



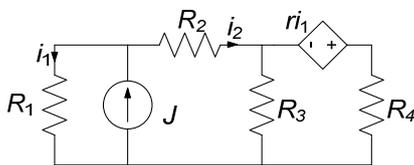
Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti/Elettrotecnica** – 16 febbraio 2015

Proff. **Raffaele Albanese, Massimiliano de Magistris**

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	<u>Compito B</u>

Esercizio 1 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi e dei metodi fondamentali per l'analisi di un circuito a-dinamico lineare.



$$R_1 = R_2 = 10 \Omega;$$

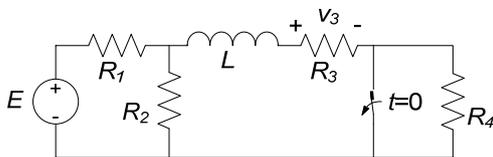
$$R_3 = R_4 = 20 \Omega;$$

$$r = 5 \Omega;$$

$$J = 2 \text{ A.}$$

Determinare 1) l'intensità di corrente i_2 del resistore R_2 ; 2) la potenza erogata dal generatore J .

Esercizio 2 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dinamica nei circuiti lineari del primo ordine.



$$R_1 = R_2 = 10 \Omega;$$

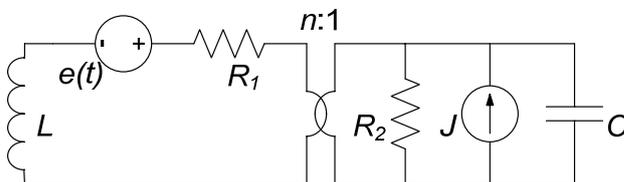
$$R_3 = 5 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$$

$$L = 500 \text{ mH};$$

$$E = 30 \text{ V.}$$

Il circuito è a regime (stazionario) per $t < 0$, prima dell'apertura dell'interruttore. Determinare l'andamento della tensione $v_3(t)$ per $t < 0$ e per $t \geq 0$.

Esercizio 3 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti lineari a regime (metodo dei fasori, soluzione di circuiti d'impedenze, potenze medie).



$$e(t) = 100 \cos(500t);$$

$$J = 5;$$

$$n = 2;$$

$$R_1 = 20 \Omega; R_2 = 5 \Omega;$$

$$C = 20 \mu\text{F}; L = 50 \text{ mH};$$

Il circuito in figura è a regime (si osservi che si tratta della sovrapposizione di regime stazionario e di uno sinusoidale). Determinare la potenza media assorbita dal resistore R_1 .

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

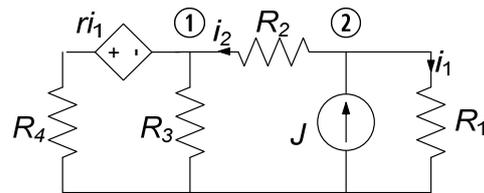
	A B
	C D
	Insuff.



Soluzione (compito A)

- 1) Applichiamo il metodo dei potenziali di nodo. Considerando le leggi di Kirchhoff per le correnti ai due nodi essenziali segnati in figura avremo:

$$\begin{cases} \frac{u_1}{R_3} + \frac{u_1 + r u_2 / R_1}{R_4} + \frac{u_1 - u_2}{R_2} = 0 \\ \frac{u_2}{R_1} + \frac{u_2 - u_1}{R_2} = J \end{cases}$$



che risolte danno $u_1 = 4.62$, $u_2 = 12.31$. Per le grandezze richieste si ha, dunque:

$$i_2 = \frac{u_2 - u_1}{R_2} = 0.77 \text{ A}; \quad P_J = v_J J = u_2 J = 24.6 \text{ W}$$

- 2) Osserviamo anzitutto che è possibile esprimere la variabile richiesta i_3 in modo immediato mediante la variabile di stato del circuito come $i_3 = v_C / R_3$. Il circuito è in regime stazionario sia per $t < 0$, prima dell'apertura dell'interruttore, e sia per $t \rightarrow \infty$ (esaurito il transitorio) dunque:

$$t < 0 \Rightarrow v_{C0} = E \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1 + R_2 \parallel R_3} = 7.5 \text{ V}; \quad t \rightarrow \infty \Rightarrow v_{C\infty} = \frac{E}{R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4)} \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4} R_3 = 3.75 \text{ V}$$

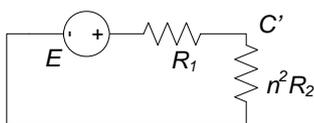
L'espressione generale della soluzione per $t \geq 0$ è data al solito da $v_C(t) = A e^{-\frac{t}{R_{eq}C}} + v_{C\infty}$, dove:

$$R_{eq} = R_3 \parallel [R_4 + (R_1 \parallel R_2)] = 3.75 \Omega.$$

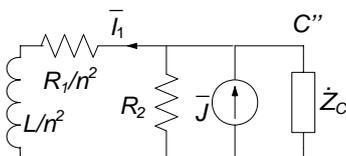
Pertanto, imponendo la condizione iniziale $A = v_{C0} - v_{C\infty} = 3.75$ otteniamo:

$$i_{R3}(t) = \frac{v_C(t)}{R_3} = 0.75 e^{-5.33t} + 0.75, \quad t \geq 0.$$

- 3) Osserviamo anzitutto che, essendo i due generatori non iso-frequenziali è possibile sommare le potenze medie (a regime) ottenute considerando un generatore per volta. Possiamo allora analizzare i due circuiti ausiliari riportati in figura a lato. Per il primo, considerato in regime stazionario ed applicando il trasporto al secondario (ricordando che il trasformatore ideale è trasparente alla



potenza) si ha: $i'_1 = \frac{E}{R_1 + n^2 R_2} = 2.5 \text{ A}$; $P'_1 = R_1 |i'_1|^2 = 125 \text{ W}$. Per il



secondo, in termini di impedenze (si è applicato il trasporto al primario) si

$$\dot{Z}_{eq1} = \frac{R_1}{n^2} + \frac{\dot{Z}_L}{n^2} = 5 + 6.25j; \quad \dot{Z}_{eq2} = \frac{R_2 \dot{Z}_C}{R_2 + \dot{Z}_C} = 4.99 - 0.25j;$$

ha:

$$\bar{I}_1 = J \frac{\dot{Z}_{eq2}}{\dot{Z}_{eq1} + \dot{Z}_{eq2}} = 1.78 - 1.19j; \quad P''_1 = \frac{1}{2} \frac{R_1}{n^2} |\bar{I}_1|^2 = 11.45 \text{ W}.$$

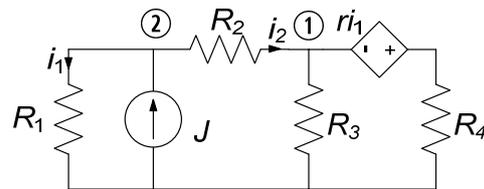
Infine $P_1 = P'_1 + P''_1 = 136.45 \text{ W}$.



Soluzione (compito B)

1) Applichiamo il metodo dei potenziali di nodo. Considerando le leggi di Kirchhoff per le correnti ai due nodi essenziali segnati in figura avremo:

$$\begin{cases} \frac{u_1}{R_3} + \frac{u_1 + r u_2 / R_1}{R_4} + \frac{u_1 - u_2}{R_2} = 0 \\ \frac{u_2}{R_1} + \frac{u_2 - u_1}{R_2} = J \end{cases}$$



che risolte danno $u_1 = 4.62$, $u_2 = 12.31$. Per le grandezze richieste si ha, dunque:

$$i_2 = \frac{u_2 - u_1}{R_2} = 0.77 \text{ A}; P_J = v_J J = u_2 J = 24.6 \text{ W}$$

2) Osserviamo anzitutto che è possibile esprimere la variabile richiesta i_3 in modo immediato mediante la variabile di stato del circuito come $v_3 = R_3 i_L$. Il circuito è in regime stazionario sia per $t < 0$, prima dell'apertura dell'interruttore, e sia per $t \rightarrow \infty$ (esaurito il transitorio) dunque:

$$t < 0 \Rightarrow i_{L0} = \frac{v_3}{R_3} = \frac{1}{R_3} E \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1 + R_2 \parallel R_3} = 1.5 \text{ A}; t \rightarrow \infty \Rightarrow i_{L\infty} = \frac{E}{R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4)} \frac{1}{R_3 + R_4} = 0.5 \text{ A}$$

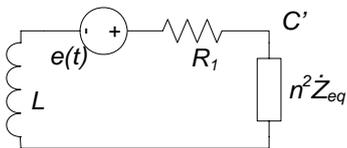
L'espressione generale della soluzione per $t \geq 0$ è data al solito da $i_L(t) = A e^{-\frac{R_{eq}}{L}t} + i_{L\infty}$, dove:

$$R_{eq} = (R_1 \parallel R_2) + R_3 + R_4 = 20 \Omega.$$

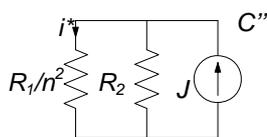
Pertanto, imponendo la condizione iniziale $A = i_{L0} - i_{L\infty} = 1$ otteniamo:

$$v_{R3}(t) = i_L(t) R_3 = 5e^{-40t} + 2.5, \quad t \geq 0.$$

3) Osserviamo anzitutto che, essendo i due generatori non iso-frequenziali è possibile sommare le potenze medie (a regime) ottenute considerando un generatore per volta. Possiamo allora analizzare i due circuiti ausiliari riportati in figura a lato. Per il primo, in termini di impedenze (si è applicato il trasporto al primario) si ha:



$$\dot{Z}_{eq} = \frac{R_2 \dot{Z}_C}{R_2 + \dot{Z}_C}; \quad |\bar{I}_{R1}| = \left| \frac{\bar{E}}{R_1 + \dot{Z}_L + n^2 \dot{Z}_{eq}} \right| = 2.15; \quad P'_{R1} = \frac{1}{2} R_1 |\bar{I}_{R1}|^2 = 46.0 \text{ W}.$$



Per il secondo, considerato in regime stazionario ed applicando il trasporto al secondario (ricordando che il trasformatore ideale è trasparente alla potenza) si ha:

$$i^* = J \frac{R_2}{R_1/n^2 + R_2}; \quad P''_{R1} = \frac{R_1}{n^2} |i^*|^2 = 11.3 \text{ W}.$$

Infine $P_{R1} = P'_{R1} + P''_{R1} = 57.3 \text{ W}$.