UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN TELECOMUNICAZIONI

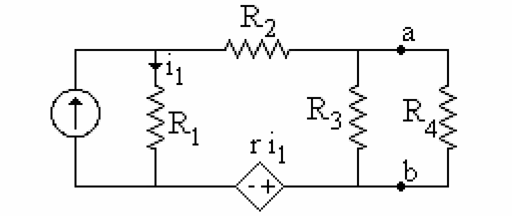
Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 12 luglio 2004

Proff. **G. Miano** (A-I), **M. de Magistris** (J-Z)

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	**Compito A**

Esercizio 1 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di un circuito resistivo lineare (convenzioni, serie-parallelo, partitori, Thevenin-Norton).



$R_1 = R_2 = 2\ \Omega$;

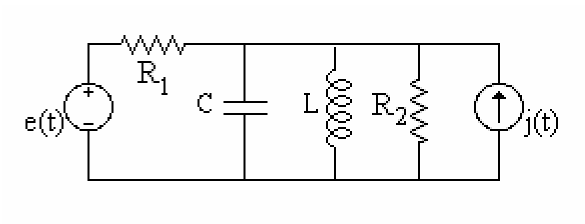
$R_3 = R_4 = 1\ \Omega$;

$r=2\ (\Omega)$;

$J = 1$ A

Applicando il teorema di Thevenin ai morsetti a,b, determinare la corrente nel resistore R_4.

Esercizio 2 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti lineari in regime periodico (metodo dei fasori, soluzione di circuiti d'impedenze, sovrapposizione di regimi diversi).



$j(t) = 5\cos(100t)$

$e(t) = 10$

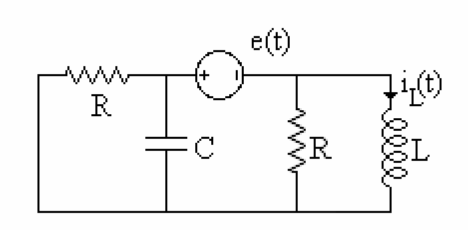
$R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 5\ \Omega$;

$C = 1000\ \mu F$;

$L=100$ mH;

La rete in figura è a regime. Determinare la potenza media assorbita dal resistore R_1.

Esercizio 3– Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transitori nei circuiti lineari.



$$v(t) = \begin{cases} -1 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases};$$

$R = 10\ \Omega$;

$L = 5$ mH;

$C = 100\ \mu F$;

Determinare la tensione sulla capacità $v_C(t)$ per $-\infty < t < \infty$.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

		A B
		C D
		Insuff.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

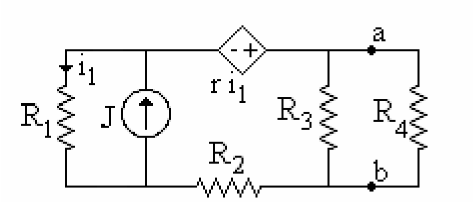
CORSO DI LAUREA IN TELECOMUNICAZIONI

Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 12 luglio 2004
Proff. **G. Miano** (A-I), **M. de Magistris** (J-Z)

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	**Compito B**

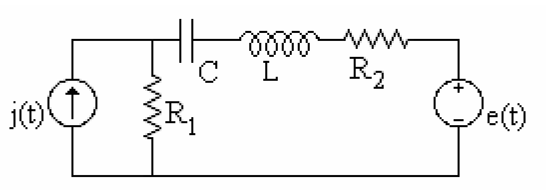
Esercizio 1 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di un circuito resistivo lineare (convenzioni, serie-parallelo, partitori, Thevenin-Norton).



$R_1 = R_2 = 2\ \Omega$;
$R_3 = R_4 = 1\ \Omega$;
$r=2\ (\Omega)$;
$J = 1$ A

Applicando il teorema di Thevenin ai morsetti a,b, determinare la corrente nel resistore R_4.

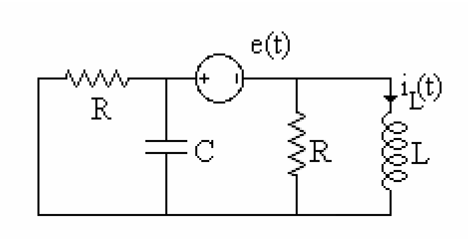
Esercizio 2 – : verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti lineari in regime periodico (metodo dei fasori, soluzione di circuiti d'impedenze, sovrapposizione di regimi diversi).



$e(t) = 5\cos(100t)$
$j(t) = 10$
$R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 5\ \Omega$;
$C = 1000\ \mu$F;
$L=100$ mH;

La rete in figura è a regime. Determinare la potenza media assorbita dal resistore R_2.

Esercizio 3– Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transitori nei circuiti lineari.



$$v(t) = \begin{cases} -1 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases};$$

$R = 10\ \Omega$;
$L = 5$ mH;
$C = 100\ \mu$F;

Determinare la corrente nell'induttore $i_L(t)$ per $-\infty < t < \infty$.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

		A B
		C D
		Insuff.

CORSO DI LAUREA IN TELECOMUNICAZIONI
Prova scritta di **INTRODUZIONE AI CIRCUITI** – 12 luglio 2004
Proff. **G. Miano** (A-I), **M. de Magistris** (J-Z)

Soluzione (compito A)

1) Per trovare corrente richiesta, applichiamo la sovrapposizione considerando dapprima agente il solo generatore di tensione *E*. In tal caso la resistenza equivalente complessiva vista dal generatore sarà:

$$R'_{eq} = R_3 + \left(R_4 // R_5\right) + \left(R_1 // R_2\right) = 4\Omega ;$$

conseguentemente $i'_3 = E/R'_{eq} = 5/4 \,\mathrm{A}$.

Quando agisce il solo generatore di corrente *J* abbiamo in parallelo due coppie di resistori equivalenti: $R_1 // R_2 = 2\Omega$; $R_3 + R_4 // R_5 = 2\Omega$. In tal caso è immediato verificare applicando il partitore che la corrente $i''_3 = J/2 = 1/2 \,\mathrm{A}$.

Con la convenzione considerata, dunque, la corrente cercata vale: $i_3 = i'_3 + i''_3 = 5/4 + 1/2 = 7/4 \,\mathrm{A}$.

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

2) Abbiamo in questo caso la sovrapposizione di un regime sinusoidale e di uno stazionario; possiamo in questo caso specifico calcolare separatamente le potenze medie e sommarle. Considerando agente il solo generatore stazionario *e(t)*, è immediato calcolare la potenza istantanea assorbita da R_2 come $p'_2 = E^2/R_2 = 20\,\mathrm{W}$; essa coincide con la potenza media, essendo stazionaria.

Quando agisce invece il solo generatore sinusoidale *j(t)*, invece, dovremo considerare la rete d'impedenze corrispondente al circuito nel dominio fasoriale. Il fasore $\bar{I}_2$ potrà essere calcolato applicando due volte il partitore di corrente, ottenendo: $\bar{I}_2 = \bar{J}\dfrac{R_1}{R_1 + \dot{Z}_C + \left(\dot{Z}_L // R_2\right)}\dfrac{\dot{Z}_L}{\dot{Z}_L + R_2} = 2 + 2j$.

In tal caso la potenza media potremo calcolarla come $\langle p''_2 \rangle = \dfrac{1}{2} R_2 \left|\bar{I}\right|^2 = 20\,\mathrm{W}$.

Infine, sommando i due risultati otteniamo: $\langle p_2 \rangle = \langle p'_2 \rangle + \langle p''_2 \rangle = 40W$

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

3) La rete è in regime stazionario per $t<0$; è immediato in tal caso verificare che $i_L=0\ A$, $v_C=10\ V$. Per t>0 abbiamo un'evoluzione libera, andandosi a spegnere il generatore *e(t)*. Il calcolo di quest'ultima è alquanto agevole se caratterizziamo il bipolo costituito dalla serie del resistore R e del generatore pilotato in termini della sua resistenza equivalente. La resistenza equivalente in questione risulta $R_{eq} = R(1+\alpha)$, come si può ricavare immaginando di caratterizzare in corrente il bipolo in questione.

A questo punto si tratta di studiare l'evoluzione libera di un circuito $R_{eq}LC$ serie, che come sappiamo ha come equazione caratteristica: $\dfrac{d^2 v_C}{dt^2} + \dfrac{R_{eq}}{L}\dfrac{dv_C}{dt} + \dfrac{1}{LC} v_C = 0$, e conseguentemente come frequenze naturali $\lambda_1 = -3.37, \lambda_2 = -296.62$.

L'espressione della soluzione sarà del tipo $v_C(t) = k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t}$. Le costanti d'integrazione si ricavano facilmente imponendo le condizioni $v_C(0) = 10 = k_1 + k_2$ e $C\left.\dfrac{dv_C}{dt}\right|_{t=0} = i_L(0) = 0 = \lambda_1 k_1 + \lambda_2 k_2$.

La soluzione per t>0 è in definitiva data da: $v_C(t) = 10.1e^{-3.37t} - 0.1e^{-296.6t}$

CORSO DI LAUREA IN TELECOMUNICAZIONI
Prova scritta di **INTRODUZIONE AI CIRCUITI** – 12 luglio 2004
Proff. **G. Miano** (A-I), **M. de Magistris** (J-Z)

Soluzione (compito B)

1) Per trovare corrente richiesta, applichiamo la sovrapposizione considerando dapprima agente il solo generatore di tensione *E*. In tal caso la resistenza equivalente complessiva vista dal generatore sarà:

$$R'_{eq} = R_3 + (R_4 // R_5) + (R_1 // R_2) = 4\Omega\,;$$

conseguentemente $i'_3 = -E/R'_{eq} = -5/4\,\text{A}$.

Quando agisce il solo generatore di corrente *J* abbiamo in parallelo due coppie di resistori equivalenti: $R_1 // R_2 = 2\Omega$; $R_3 + R_4 // R_5 = 2\Omega$. In tal caso è immediato verificare applicando il partitore che la corrente $i''_3 = -J/2 = -1/2\,\text{A}$.

Con la convenzione considerata, dunque, la corrente cercata vale: $i_3 = i'_3 + i''_3 = -5/4 - 1/2 = -7/4\,\text{A}$.

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

2) Abbiamo in questo caso la sovrapposizione di un regime sinusoidale e di uno stazionario; possiamo in questo caso specifico calcolare separatamente le potenze medie e sommarle. Considerando agente il solo generatore stazionario *e(t)*, è immediato verificare che il resistore, essendo in serie alla capacità, a regime non è percorso da corrente e dunque la potenza istantanea assorbita è nulla in tali condizioni. Quando agisce invece il solo generatore sinusoidale *j(t)*, invece, dovremo considerare la rete d'impedenze corrispondente al circuito nel dominio fasoriale. Il fasore $\bar{I}_2$ potrà essere calcolato applicando il partitore di corrente, ottenendo: $\bar{I}_2 = \bar{J}\dfrac{\dot{Z}_C + (\dot{Z}_L // R_2)_1}{R_2 + \dot{Z}_C + (\dot{Z}_L // R_2)} = 3.4 - 0.7j$.

In tal caso la potenza media potremo calcolarla come $\langle p''_2 \rangle = \frac{1}{2} R_2 |\bar{I}|^2 = 30.5\text{W}$.

Infine, sommando i due risultati otteniamo: $\langle p_2 \rangle = \langle p'_2 \rangle + \langle p''_2 \rangle = 30.5W$

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

3) La rete è in regime stazionario per *t<0*; è immediato in tal caso verificare che $i_L = 0\ A$, $v_C = 10\ V$. Per t>0 abbiamo un'evoluzione libera, andandosi a spegnere il generatore *e(t)*. Il calcolo di quest'ultima è alquanto agevole se caratterizziamo il bipolo costituito dal parallelo del resistore R e del generatore pilotato in termini della sua resistenza equivalente. La resistenza equivalente in questione risulta $R_{eq} = R/(1+\beta)$, come si può ricavare immaginando di caratterizzare in tensione il bipolo in questione. A questo punto si tratta di studiare l'evoluzione libera di un circuito $R_{eq}LC$ serie, che come sappiamo ha come equazione caratteristica: $\dfrac{d^2 v_C}{dt^2} + \dfrac{R_{eq}}{L}\dfrac{dv_C}{dt} + \dfrac{1}{LC} v_C = 0$, e conseguentemente come frequenze naturali $\lambda_i = -16.67 \pm 26.87\text{j}$.

L'espressione della soluzione sarà del tipo $v_C(t) = e^{\sigma t}[A\cos\omega t + B\sin\omega t]$. Le costanti d'integrazione si ricavano facilmente imponendo le condizioni $v_C(0) = 10 = A$ e $C\left.\dfrac{dv_C}{dt}\right|_{t=0} = i_L(0) = 0 = \omega B + \sigma A$.

La soluzione per t>0 è in definitiva data da: $v_C(t) = e^{-16.67t}[10\cos 26.87t + 6.2\sin 26.87t]$.