

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN TELECOMUNICAZIONI



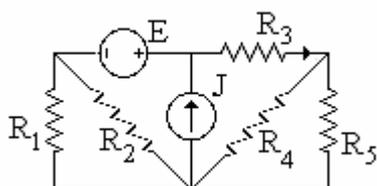
Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 5 febbraio 2004

Prof. **G. Miano** (A-I), **M. de Magistris** (J-Z)

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	<u>Compito A</u>

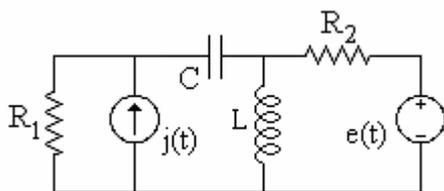
Esercizio 1 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di un circuito resistivo lineare (convenzioni, serie-parallelo, partitori).



$$\begin{aligned}
 R_1 &= R_2 = 4 \Omega; \\
 R_3 &= 1 \Omega; \\
 R_4 &= R_5 = 2 \Omega; \\
 E &= 5 \text{ V}; J = 1 \text{ A}
 \end{aligned}$$

Determinare la corrente nel resistore R_3 .

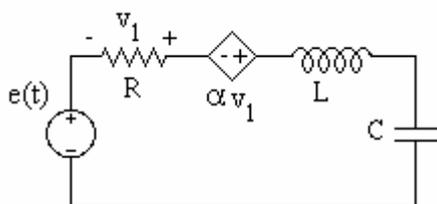
Esercizio 2 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti lineari in regime periodico (metodo dei fasori, soluzione di circuiti d'impedenze, potenza in regime sinusoidale).



$$\begin{aligned}
 j(t) &= 5 \cos(100t) \\
 e(t) &= 10 \\
 R_1 &= 10 \Omega; R_2 = 5 \Omega; \\
 C &= 1000 \mu\text{F}; \\
 L &= 200 \text{ mH};
 \end{aligned}$$

La rete in figura è a regime. Determinare la potenza media assorbita dal resistore R_2 .

Esercizio 3– Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transistori nei circuiti lineari.



$$e(t) = \begin{cases} 10 & t < 0 \\ 0 & t \geq 0 \end{cases};$$

$$\begin{aligned}
 R &= 10 \Omega; \alpha = 2; \\
 L &= 0.1 \text{ H}; \\
 C &= 0.01 \text{ F};
 \end{aligned}$$

Il circuito di figura è in regime stazionario per $t < 0$, ed in evoluzione libera per $t > 0$. Determinare la tensione sul condensatore.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

		A	B
		C	D
		Insuff.	

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN TELECOMUNICAZIONI



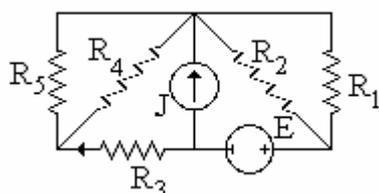
Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 5 febbraio 2004

Prof. **G. Miano** (A-I), **M. de Magistris** (J-Z)

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	<u>Compito B</u>

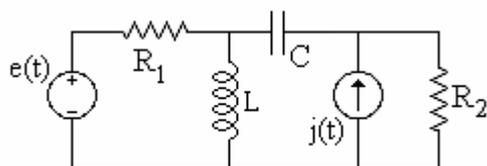
Esercizio 1 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di un circuito resistivo lineare (convenzioni, serie-parallelo, partitori).



$$\begin{aligned}
 R_1 &= R_2 = 4 \Omega; \\
 R_3 &= 1 \Omega; \\
 R_4 &= R_5 = 2 \Omega; \\
 E &= 5 \text{ V}; J = 1 \text{ A}
 \end{aligned}$$

Determinare la corrente nel resistore R_3 .

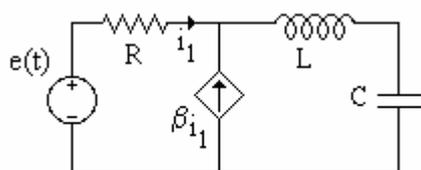
Esercizio 2 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti lineari in regime periodico (metodo dei fasori, soluzione di circuiti d'impedenze, potenza in regime sinusoidale).



$$\begin{aligned}
 j(t) &= 5 \cos(100t) \\
 e(t) &= 10 \\
 R_1 &= 10 \Omega; R_2 = 5 \Omega; \\
 C &= 1000 \mu\text{F}; \\
 L &= 200 \text{ mH};
 \end{aligned}$$

La rete in figura è a regime. Determinare la potenza media assorbita dal resistore R_2 .

Esercizio 3 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transistori nei circuiti lineari.



$$e(t) = \begin{cases} 10 & t < 0 \\ 0 & t \geq 0 \end{cases};$$

$$\begin{aligned}
 R &= 10 \Omega; \beta = 2; \\
 L &= 0.1 \text{ H}; \\
 C &= 0.01 \text{ F};
 \end{aligned}$$

Il circuito di figura è in regime stazionario per $t < 0$, ed in evoluzione libera per $t > 0$. Determinare la tensione sul condensatore.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

		A	B
		C	D
		Insuff.	



Soluzione (compito A)

- 1) Per trovare corrente richiesta, applichiamo la sovrapposizione considerando dapprima agente il solo generatore di tensione E . In tal caso la resistenza equivalente complessiva vista dal generatore sarà:

$$R'_{eq} = R_3 + (R_4 // R_5) + (R_1 // R_2) = 4\Omega;$$

conseguentemente $i'_3 = \frac{E}{R'_{eq}} = \frac{5}{4} \text{ A}$.

Quando agisce il solo generatore di corrente J abbiamo in parallelo due coppie di resistori equivalenti: $R_1 // R_2 = 2\Omega$; $R_3 + R_4 // R_5 = 2\Omega$. In tal caso è immediato verificare applicando il partitore che la corrente $i''_3 = \frac{J}{2} = \frac{1}{2} \text{ A}$.

Con la convenzione considerata, dunque, la corrente cercata vale: $i_3 = i'_3 + i''_3 = \frac{5}{4} + \frac{1}{2} = \frac{7}{4} \text{ A}$.

- 2) Abbiamo in questo caso la sovrapposizione di un regime sinusoidale e di uno stazionario; possiamo in questo caso specifico calcolare separatamente le potenze medie e sommarle. Considerando agente il solo generatore stazionario $e(t)$, è immediato calcolare la potenza istantanea assorbita da R_2 come

$$p'_2 = \frac{E^2}{R_2} = 20 \text{ W}; \text{ essa coincide con la potenza media, essendo stazionaria.}$$

Quando agisce invece il solo generatore sinusoidale $j(t)$, invece, dovremo considerare la rete d'impedenze corrispondente al circuito nel dominio fasoriale. Il fasore \bar{I}_2 potrà essere calcolato

$$\text{applicando due volte il partitore di corrente, ottenendo: } \bar{I}_2 = \bar{J} \frac{R_1}{R_1 + \dot{Z}_C + (\dot{Z}_L // R_2)} \frac{\dot{Z}_L}{\dot{Z}_L + R_2} = 2 + 2j.$$

In tal caso la potenza media potremo calcolarla come $\langle p''_2 \rangle = \frac{1}{2} R_2 |\bar{I}_2|^2 = 20 \text{ W}$.

Infine, sommando i due risultati otteniamo: $\langle p_2 \rangle = \langle p'_2 \rangle + \langle p''_2 \rangle = 40 \text{ W}$

- 3) La rete è in regime stazionario per $t < 0$; è immediato in tal caso verificare che $i_L = 0 \text{ A}$, $v_C = 10 \text{ V}$. Per $t > 0$ abbiamo un'evoluzione libera, andandosi a spegnere il generatore $e(t)$. Il calcolo di quest'ultima è alquanto agevole se caratterizziamo il bipolo costituito dalla serie del resistore R e del generatore pilotato in termini della sua resistenza equivalente. La resistenza equivalente in questione risulta $R_{eq} = R(1 + \alpha)$, come si può ricavare immaginando di caratterizzare in corrente il bipolo in questione.

A questo punto si tratta di studiare l'evoluzione libera di un circuito $R_{eq}LC$ serie, che come sappiamo

ha come equazione caratteristica: $\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{R_{eq}}{L} \frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{LC} v_C = 0$, e conseguentemente come frequenze naturali $\lambda_1 = -3.37$, $\lambda_2 = -296.62$.

L'espressione della soluzione sarà del tipo $v_C(t) = k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t}$. Le costanti d'integrazione si ricavano

$$\text{facilmente imponendo le condizioni } v_C(0) = 10 = k_1 + k_2 \text{ e } C \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{t=0} = i_L(0) = 0 = \lambda_1 k_1 + \lambda_2 k_2.$$

La soluzione per $t > 0$ è in definitiva data da: $v_C(t) = 10.1 e^{-3.37t} - 0.1 e^{-296.6t}$



Soluzione (compito B)

- 1) Per trovare corrente richiesta, applichiamo la sovrapposizione considerando dapprima agente il solo generatore di tensione E . In tal caso la resistenza equivalente complessiva vista dal generatore sarà:

$$R'_{eq} = R_3 + (R_4 // R_5) + (R_1 // R_2) = 4\Omega;$$

conseguentemente $i'_3 = -\frac{E}{R'_{eq}} = -\frac{5}{4} \text{ A}$.

Quando agisce il solo generatore di corrente J abbiamo in parallelo due coppie di resistori equivalenti: $R_1 // R_2 = 2\Omega$; $R_3 + R_4 // R_5 = 2\Omega$. In tal caso è immediato verificare applicando il partitore che la corrente $i''_3 = -\frac{J}{2} = -\frac{1}{2} \text{ A}$.

Con la convenzione considerata, dunque, la corrente cercata vale: $i_3 = i'_3 + i''_3 = -\frac{5}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{7}{4} \text{ A}$.

- 2) Abbiamo in questo caso la sovrapposizione di un regime sinusoidale e di uno stazionario; possiamo in questo caso specifico calcolare separatamente le potenze medie e sommarle. Considerando agente il solo generatore stazionario $e(t)$, è immediato verificare che il resistore, essendo in serie alla capacità, a regime non è percorso da corrente e dunque la potenza istantanea assorbita è nulla in tali condizioni. Quando agisce invece il solo generatore sinusoidale $j(t)$, invece, dovremo considerare la rete d'impedenze corrispondente al circuito nel dominio fasoriale. Il fasore \bar{I}_2 potrà essere calcolato

applicando il partitore di corrente, ottenendo: $\bar{I}_2 = \bar{J} \frac{\dot{Z}_C + (\dot{Z}_L // R_2)}{R_2 + \dot{Z}_C + (\dot{Z}_L // R_2)} = 3.4 - 0.7j$.

In tal caso la potenza media potremo calcolarla come $\langle p_2 \rangle = \frac{1}{2} R_2 |\bar{I}|^2 = 30.5 \text{ W}$.

Infine, sommando i due risultati otteniamo: $\langle p_2 \rangle = \langle p'_2 \rangle + \langle p''_2 \rangle = 30.5 \text{ W}$

- 3) La rete è in regime stazionario per $t < 0$; è immediato in tal caso verificare che $i_L = 0 \text{ A}$, $v_C = 10 \text{ V}$. Per $t > 0$ abbiamo un'evoluzione libera, andandosi a spegnere il generatore $e(t)$. Il calcolo di quest'ultima è alquanto agevole se caratterizziamo il bipolo costituito dal parallelo del resistore R e del generatore pilotato in termini della sua resistenza equivalente. La resistenza equivalente in questione risulta $R_{eq} = R / (1 + \beta)$, come si può ricavare immaginando di caratterizzare in tensione il bipolo in questione.

A questo punto si tratta di studiare l'evoluzione libera di un circuito $R_{eq}LC$ serie, che come sappiamo ha come equazione caratteristica: $\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{R_{eq}}{L} \frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{LC} v_C = 0$, e conseguentemente come frequenze naturali $\lambda_i = -16.67 \pm 26.87j$.

L'espressione della soluzione sarà del tipo $v_C(t) = e^{\sigma t} [A \cos \omega t + B \sin \omega t]$. Le costanti d'integrazione si ricavano facilmente imponendo le condizioni $v_C(0) = 10 = A$ e $C \frac{dv_C}{dt} \Big|_{t=0} = i_L(0) = 0 = \omega B + \sigma A$.

La soluzione per $t > 0$ è in definitiva data da: $v_C(t) = e^{-16.67t} [10 \cos 26.87t + 6.2 \sin 26.87t]$.