

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL' AUTOMAZIONE



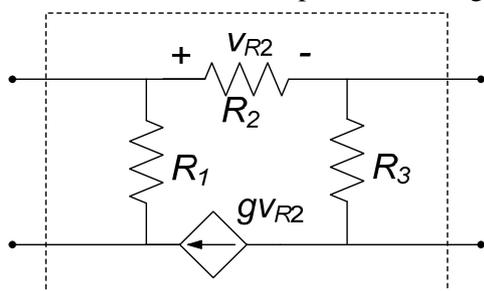
Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti/Elettrotecnica** – 4 maggio 2015

Proff. **Raffaiele Albanese, Massimiliano de Magistris**

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	<u>Compito A</u>

Esercizio 1 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di doppi bipoli lineari



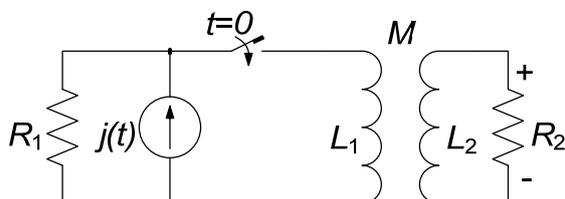
$$R_1 = R_3 = 2 \Omega;$$

$$R_2 = 4 \Omega;$$

$$g = 3 \Omega^{-1}.$$

Determinare la caratterizzazione controllata in tensione del doppio bipolo in figura.

Esercizio 2 – Obiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transistori nei circuiti lineari del primo ordine.



$$j(t) = \cos 100 t$$

$$R_1 = 10 \Omega \quad R_2 = 0.2 \Omega;$$

$$L_1 = 50 \text{ mH}; \quad L_2 = 2 \text{ mH}; \quad M = 10 \text{ mH}.$$

Determinare: a) l'andamento della tensione del resistore R_2 per $t > 0$; b) la potenza media assorbita a regime dal resistore R_1 . Si suggerisce di utilizzare il circuito equivalente del trasformatore ad accoppiamento perfetto.

Tempo per lo svolgimento: 1h 40 min

Al termine della soluzione degli esercizi rispondere per iscritto al quesito teorico che verrà successivamente comunicato (tempo per lo svolgimento: 20 min)

“Enunciare e dimostrare la proprietà di reciprocità nelle rappresentazioni dei doppi bipoli di resistori lineari”

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

	A B
	C D
	Insuff.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL' AUTOMAZIONE



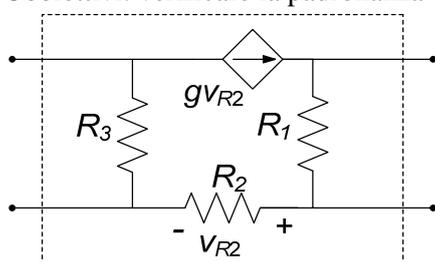
Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti/Elettrotecnica** – 4 maggio 2015

Proff. **Raffaele Albanese, Massimiliano de Magistris**

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	<u>Compito B</u>

Esercizio 1 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di doppi bipoli lineari



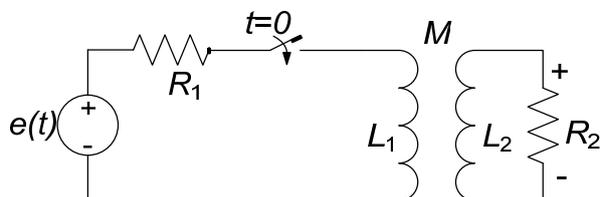
$$R_1 = R_3 = 2 \Omega;$$

$$R_2 = 4 \Omega;$$

$$g = 3 \Omega^{-1}.$$

Determinare la caratterizzazione controllata in tensione del doppio bipolo in figura.

Esercizio 2 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transistori nei circuiti lineari del primo ordine.



$$e(t) = 10 \cos 100 t$$

$$R_1 = 10 \Omega \quad R_2 = 0.2 \Omega ;$$

$$L_1 = 50 \text{ mH}; \quad L_2 = 2 \text{ mH}; \quad M = 10 \text{ mH}.$$

Determinare: a) l'andamento della tensione del resistore R_2 per $t > 0$; b) la potenza media assorbita a regime dal resistore R_1 . Si suggerisce di utilizzare il circuito equivalente del trasformatore ad accoppiamento perfetto.

Tempo per lo svolgimento: 1h 40 min

Al termine della soluzione degli esercizi rispondere per iscritto al quesito teorico che verrà successivamente comunicato (tempo per lo svolgimento: 20 min))

“Enunciare e dimostrare la proprietà di reciprocità nelle rappresentazioni dei doppi bipoli di resistori lineari”

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

	A B
	C D
	Insuff.



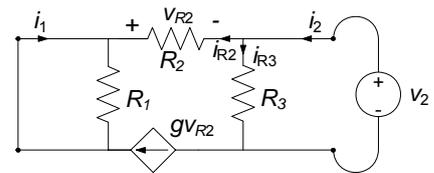
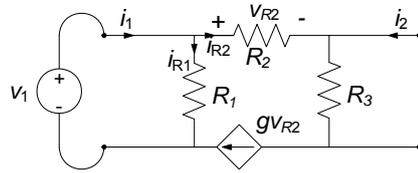
Soluzione (compito A)

1) La caratterizzazione in tensione si ottiene considerando i due circuiti in figura. Si ha $i_{R1} = v_1/R_1$,

$$i_{R2} = g v_{R2} = g R_2 i_{R2} \rightarrow (1 - g R_2) i_{R2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \forall i_{R2} \text{ se } g R_2 = 1 \\ i_{R2} = 0 \text{ se } g R_2 \neq 1 \end{cases}$$

$$\text{dunque } G_{11} = \left. \frac{i_1}{v_1} \right|_{v_2=0} = \frac{i_{R1} + i_{R2}}{v_1} = \frac{1}{R_1} = 0.5 \text{ S}$$

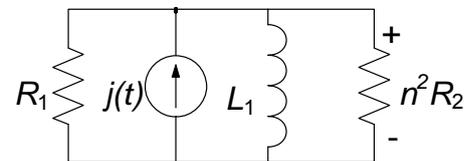
$$G_{12} = \left. \frac{i_1}{v_2} \right|_{v_1=0} = \frac{-i_{R2}}{v_2} = 0 \text{ S}$$



In modo perfettamente analogo si ottiene

$$G_{22} = \left. \frac{i_2}{v_2} \right|_{v_1=0} = \frac{i_{R3} + i_{R2}}{v_2} = \frac{1}{R_3} = 0.25 \text{ S}, \quad G_{21} = \left. \frac{i_2}{v_1} \right|_{v_2=0} = \frac{i_{R2}}{v_1} = 0 \text{ S}$$

2) Risolviamo il circuito per $t \geq 0$ sostituendo al mutuo accoppiamento il suo equivalente, tenuto conto della condizione di accoppiamento perfetto $L_1 L_2 = M^2$. Utilizzando il trasporto al primario per il trasformatore ideale, si ottiene il circuito di figura. Posto $R_{eq} = R_1 \parallel n^2 R_2 = 3.33 \Omega$, per la dinamica della corrente si



ha $i_L(t) = A e^{-\frac{R_{eq}}{L} t} + i_{L\infty}(t)$, con $i_L(0) = 0$. Il termine di regime (sinusoidale) $i_{L\infty}(t)$ potrà essere trovato considerando il circuito di impedenze corrispondente. Posto $\dot{Z}_{eq} = \dot{Z}_L \parallel R_{eq} = 2.31 + 1.54 j$, si ha:

$$\bar{V} = \bar{J} \cdot \dot{Z}_{eq} = 2.31 + 1.54 j, \quad \bar{I}_L = \bar{V} / \dot{Z}_L = 0.31 - 0.46 j,$$

$$i_{L\infty}(t) = |\bar{I}_L| \cos[\omega t + \arg(\bar{I}_L)] = 0.55 \cos(100t - 0.98).$$

Imponendo la condizione iniziale si ha $0 = i_L(0) = A + i_{L\infty}(0) \rightarrow A = -0.31$. La $v_2(t)$ può agevolmente essere calcolata tenuto conto che $v_2(t) = \frac{v(t)}{n}$, con $v(t) = R_{eq} i_{R_{eq}}(t)$ e $i_{R_{eq}} = j(t) - i_L(t)$.

Per quanto riguarda la potenza media assorbita da R_1 a regime, si ha:

$$P_{R1} = \frac{1}{2} \frac{|V|^2}{R_1} = 0.38 \text{ W}$$



Soluzione (compito B)

1) La caratterizzazione in tensione si ottiene considerando i due circuiti in figura. Si ha $i_{R3} = v_1/R_3$,

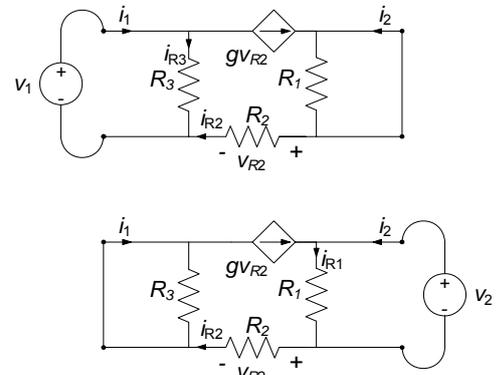
$$i_{R2} = gv_{R2} = gR_2 i_{R2} \rightarrow (1 - gR_2) i_{R2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \forall i_{R2} \text{ se } gR_2 = 1 \\ i_{R2} = 0 \text{ se } gR_2 \neq 1 \end{cases}$$

$$\text{dunque } G_{11} = \left. \frac{i_1}{v_1} \right|_{v_2=0} = \frac{i_{R3} + i_{R2}}{v_1} = \frac{1}{R_3} = 0.25 \text{ S}$$

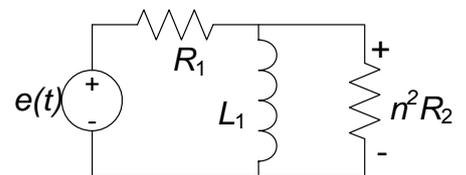
$$G_{12} = \left. \frac{i_1}{v_2} \right|_{v_1=0} = \frac{i_{R2}}{v_2} = 0 \text{ S.}$$

In modo perfettamente analogo si ottiene

$$G_{22} = \left. \frac{i_2}{v_2} \right|_{v_1=0} = \frac{i_{R1} - i_{R2}}{v_2} = \frac{1}{R_1} = 0.5 \text{ S}, \quad G_{21} = \left. \frac{i_2}{v_1} \right|_{v_2=0} = \frac{-i_{R2}}{v_1} = 0 \text{ S.}$$



2) Risolviamo il circuito per $t \geq 0$ sostituendo al mutuo accoppiamento il suo equivalente, tenuto conto della condizione di accoppiamento perfetto $L_1 L_2 = M^2$. Utilizzando il trasporto al primario per il trasformatore ideale, si ottiene il circuito di figura. Posto $R_{eq} = R_1 \parallel n^2 R_2 = 3.33 \Omega$, per la dinamica della



corrente si ha $i_L(t) = Ae^{-\frac{R_{eq}}{L}t} + i_{L\infty}(t)$, con $i_L(0) = 0$. Il termine di regime (sinusoidale) $i_{L\infty}(t)$ potrà essere trovato considerando il circuito di impedenze corrispondente.

Posto $\dot{Z}_{eq} = \dot{Z}_L \parallel n^2 R_2 = 2.5 + 2.5j$, si ha:

$$\bar{V}_L = \bar{E} \cdot \frac{\dot{Z}_{eq}}{R_1 + \dot{Z}_{eq}} = 2.31 + 1.54j, \quad \bar{I}_L = \bar{V}_L / \dot{Z}_L = 0.31 - 0.46j,$$

$$i_{L\infty}(t) = |\bar{I}_L| \cos[\omega t + \arg(\bar{I}_L)] = 0.55 \cos(100t - 0.98).$$

Imponendo la condizione iniziale si ha $0 = i_L(0) = A + i_{L\infty}(0) \rightarrow A = -0.31$. La $v_2(t)$ può agevolmente

$$\text{essere calcolata tenuto conto che } v_2(t) = \frac{v(t)}{n}, \text{ con } v(t) = e(t) \frac{n^2 R_2}{R_1 + n^2 R_2} - i_L(t) \frac{R_1}{R_1 + n^2 R_2}.$$

Per quanto riguarda la potenza media assorbita da R_1 a regime, si ha:

$$P_{R1} = \frac{1}{2} \frac{|\bar{V}_{R1}|^2}{R_1} = \frac{1}{2} \frac{|\bar{E} - \bar{V}_L|^2}{R_1} = 3.08 \text{ W.}$$