UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

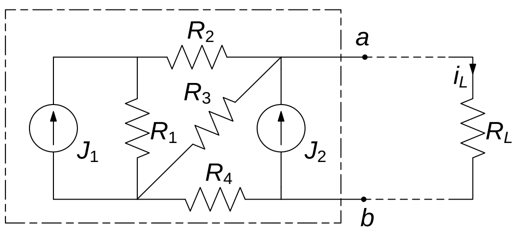
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'AUTOMAZIONE

Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 2 febbraio 2015
Proff. **Raffaele Albanese, Massimiliano de Magistris**

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	**Compito A**

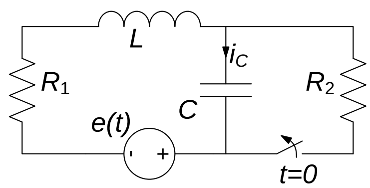
Esercizio 1 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti a-dinamici lineari.



$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 120\ \Omega$;
$J_1 = 4$ A;
$J_2 = 2$ A;
$R_L = 200\ \Omega$.

a) Determinare i parametri dell'equivalente di Norton per il bipolo definito dai terminali *a*-*b*; b) calcolare il valore della corrente i_L quando il bipolo R_L è collegato ai terminali *a*-*b*.

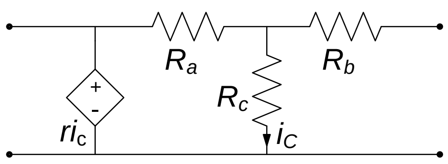
Esercizio 2 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transitori nei circuiti lineari.



$e(t) = E = 10$ V;
$R_1 = R_2 = 10\ \Omega$;
$L = 0.50$ H;
$C = 0.050$F.

Il circuito è in regime stazionario per $t<0$ (prima dell'apertura dell'interruttore). a) determinare la dinamica della corrente del condensatore $i_C(t),\ \ t \geq 0$; b) calcolare l'energia assorbita dal condensatore durante il transitorio (cioè nell'intervallo $(0,\infty)$).

Esercizio 3 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di doppi bipoli lineari.



$R_a = R_c = 12\ \Omega$;
$R_b = r = 6\ \Omega$.

Per il doppio bipolo in figura determinare la rappresentazione in corrente (matrice R).

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

	A B
	C D
	Insuff.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

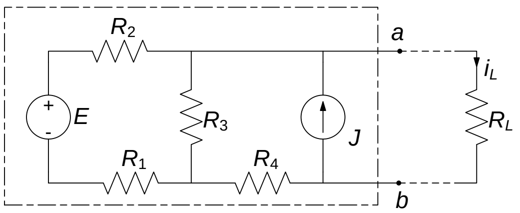
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'AUTOMAZIONE

Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 2 febbraio 2015
Proff. **Raffaele Albanese, Massimiliano de Magistris**

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	**Compito B**

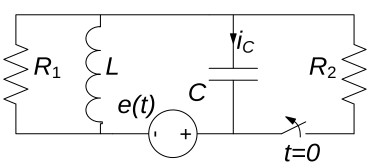
Esercizio 1 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti a-dinamici lineari.



$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 120\ \Omega$;
$E = 480$ V;
$J = 2$ A;
$R_L = 200\ \Omega$.

a) Determinare i parametri dell'equivalente di Thévenin per il bipolo definito dai terminali *a*-*b*; b) calcolare il valore della corrente i_L quando il bipolo R_L è collegato ai terminali *a*-*b*.

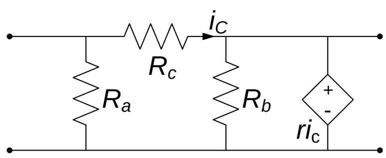
Esercizio 2 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transitori nei circuiti lineari.



$e(t) = E = 10$ V;
$R_1 = R_2 = 10\ \Omega$;
$L = 0.50$ H;
$C = 0.050$F.

Il circuito è in regime stazionario per $t<0$ (prima dell'apertura dell'interruttore). a) determinare la dinamica della corrente del condensatore $i_C(t),\ \ t \geq 0$; b) calcolare l'energia assorbita dal condensatore durante il transitorio (cioè nell'intervallo $(0,\infty)$).

Esercizio 3 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di doppi bipoli lineari.



$R_a = R_c = 12\ \Omega$;
$R_b = r = 6\ \Omega$.

Per il doppio bipolo in figura determinare la rappresentazione in corrente (matrice R).

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

	A B
	C D
	Insuff.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA
Prova scritta di **INTRODUZIONE AI CIRCUITI** –2 febbraio 2015
Proff. **R. Albanese – M. de Magistris**

Soluzione (compito A)

1) Calcoliamo anzitutto la resistenza equivalente di Norton; spenti i generatori indipendenti J_1 ed J_2, applicando un generatore di prova ai morsetti 'a-b', risulta

$$R_{Th} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4 = 200\ \Omega$$

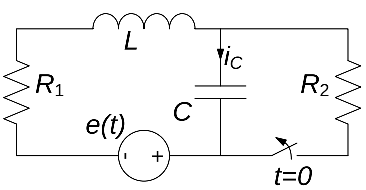
La corrente di corto circuito può essere valutata mediante il principio di sovrapposizione degli effetti:

$$\begin{cases} J_{cc}^{I} = J_1 \dfrac{R_1}{R_1 + R_2 + (R_3 R_4/R_3 + R_4)} \dfrac{R_3}{R_3 + R_4} = 0.8\ A \\ J_{cc}^{II} = J_2 = 2\ A \end{cases} \Rightarrow J_{cc} = J_{cc}^{I} + J_{cc}^{II} = 2.8\ A$$

Pertanto è immediato verificare che la corrente $i_L = J_{cc} R_N/(R_N + R_L) = 1.4\ A$.

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

2) Il circuito è in regime stazionario per $t<0$. In tali condizioni con l'interruttore chiuso, la corrente dell'induttore e la tensione del condensatore risultano rispettivamente: $i_L = E/(R_1 + R_2) = 0.5\ A$ e $v_C = R_2 i_L = 5\ V$.



All'apertura dell'interruttore si disconnette la parte destra del circuito. Applicando, ad esempio, la legge di Kirchhoff per le tensioni all'unica maglia, ed essendo $i_C = -i_L$, perveniamo all'equazione differenziale che regola la corrente nell'induttore.

La dinamica del circuito del secondo ordine sarà del tipo $i_L(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} + i_{L\infty}$, con $\lambda_1 = -17.746$, $\lambda_2 = -2.254$, $i_{L\infty} = 0$ ed inoltre tornerà utile determinare $v_{C\infty} = E = 10\ V$.

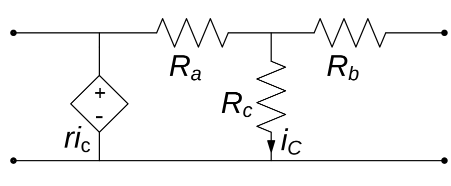
Imponendo le condizioni iniziali si ha: $i_L(0) = A + B$ e $\frac{di_L}{dt}(0^+) = A\lambda_1 + B\lambda_2 = \frac{E - R_1 i_L(0) - v_C(0)}{L}$ da cui $A = -0.073$ e $B = 0.573$. Essendo $i_c(t) = -i_L(t)$, risulterà: $i_c(t) = 0.073e^{-17.746t} - 0.573e^{-2.254t}$.

Ricordando che il condensatore è un bipolo conservativo, l'energia assorbita nell'intervallo è immediatamente data dall'espressione: $W_C^{(a)}(0,\infty) = \frac{1}{2}Cv_{C\infty}^2 - \frac{1}{2}Cv_{C0}^2 = 1.875\ J$.

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

3) Volendo caratterizzare in corrente il doppio bipolo, scrivendo opportune leggi di Kirchhoff, avremo che gli elementi della matrice delle resistenze saranno:

$$\begin{cases} R_{11} = \left.\dfrac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = 0 \\ R_{12} = \left.\dfrac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = \dfrac{r(R_{22} - R_b)}{R_c} \\ R_{21} = \left.\dfrac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = 0 \\ R_{22} = \left.\dfrac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = R_b - \dfrac{R_a R_c}{r - R_a - R_c} \end{cases}$$



Pertanto la matrice delle resistenze risulterà essere: $R = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 14 \end{bmatrix}$

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA
Prova scritta di **INTRODUZIONE AI CIRCUITI** –2 febbraio 2015
Proff. **R. Albanese – M. de Magistris**

Soluzione (compito B)

1) Calcoliamo anzitutto la resistenza equivalente di Thévenin; spenti i generatori indipendenti J ed E, applicando un generatore di prova ai morsetti ‘a-b’, risulta

$$R_{Th} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4 = 200\ \Omega$$

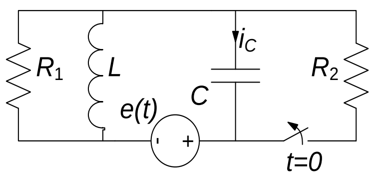
La tensione a vuoto può essere valutata mediante il principio di sovrapposizione degli effetti:

$$\begin{cases} E_0^I = E\dfrac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 160\ V \\ E_0^{II} = J\dfrac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4 = 400\ V \end{cases} \Rightarrow\ E_0 = E_0^I + E_0^{II} = 560\ V$$

Pertanto è immediato verificare che la corrente $i_L = E_0/(R_{Th} + R_L) = 1.4\ A$.

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

2) Il circuito è in regime stazionario per t<0. In tali condizioni con l’interruttore chiuso, la tensione del condensatore e la corrente dell’induttore risultano rispettivamente $v_C = -E = -10\ V$, $i_l = E/R_2 = 1\ A$.
All’apertura dell’interruttore si disconnette la parte destra del circuito. Applicando, ad esempio, la legge di Kirchhoff per le correnti al nodo superiore e quella per le tensioni alla maglia di destra, perveniamo all’equazione differenziale che regola la tensione ai capi del condensatore.

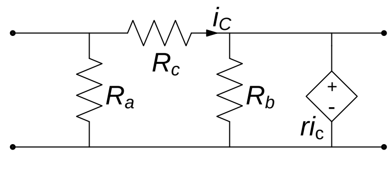


La dinamica del circuito del secondo ordine sarà del tipo $v_c(t) = Ae^{\sigma t}\cos(\omega t) + Be^{\sigma t}\sin(\omega t) + v_{c\infty}$, con $\lambda = \sigma \pm j\omega = -1 \pm 6.245j$ e $v_{C\infty} = -E = -10\ V$.
Imponendo le condizioni iniziali si ha: $v_c(0) = A + v_{c\infty} \to A = 0$ e $\frac{dv_c}{dt}(0^+) = A\sigma + B\omega = \frac{-\frac{E}{R_1} - i_L(0) - v_C(0)}{C} \to B = -3.203$.
Ricordando che il condensatore è un bipolo conservativo, l’energia assorbita nell’intervallo è immediatamente data dall’espressione: $W_C^{(a)}(0,\infty) = \frac{1}{2}Cv_{C\infty}^2 - \frac{1}{2}Cv_{C0}^2 = 0\ J$.

*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o*o

3) Volendo caratterizzare in corrente il doppio bipolo, scrivendo opportune leggi di Kirchhoff, avremo che gli elementi della matrice delle resistenze saranno:

$$\begin{cases} R_{11} = \left.\dfrac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = \dfrac{R_a}{1 + \dfrac{R_a}{R_c + r}} \\ R_{12} = \left.\dfrac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = 0 \\ R_{21} = \left.\dfrac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \dfrac{r}{1 + \dfrac{R_c + r}{R_a}} \\ R_{22} = \left.\dfrac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = 0 \end{cases}$$



Pertanto la matrice delle resistenze risulterà essere: $R = \begin{bmatrix} 7.2 & 0 \\ 2.4 & 0 \end{bmatrix}$