

# **LEZIONI DI ELETTROTECNICA**

Giovanni Miano

Università di Napoli FEDERICO II

# LEZIONI DI ELETTROTECNICA

Giovanni Miano

Università di Napoli FEDERICO II

Nate dalle dispense del **Corso di Elettrotecnica**, in uso da alcuni anni presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Napoli Federico II, queste *Lezioni* partono dai principi di base dell'*Elettromagnetismo* e portano l'allievo a scoprire prima il modello circuitale e poi le tecniche impiegate nell'analisi e nella progettazione dei circuiti.

La teoria dei circuiti costituisce, oltre che un'occasione per conoscere metodologie e tecniche tipicamente ingegneristiche per lo studio di problemi complessi, anche il momento per l'apprendimento di alcuni strumenti matematici indispensabili per comprendere e progettare, nei vari campi applicativi dell'elettronica e delle telecomunicazioni, dispositivi e circuiti elettronici per la comunicazione e l'elaborazione del segnale, sistemi di controllo e di potenza e circuiti a microonde.

**Giovanni Miano** è professore ordinario di Elettrotecnica presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Napoli Federico II.

Napoli 10 aprile 2001

# Indice

<b>Prefazione</b>	ix
-------------------	----

## CAPITOLO 0: LE LEGGI DELL'ELETTROMAGNETISMO

0.1	Le sorgenti del campo elettromagnetico	1
0.2	Le leggi dell'elettromagnetismo nel vuoto	4
	0.2.1 Le Leggi di Maxwell in forma integrale	5
	0.2.2 Le Leggi di Maxwell in forma locale	6
0.3	Le leggi dell'elettromagnetismo nei mezzi materiali	8
0.4	Equazioni di Maxwell in regime stazionario	13
	0.4.1 Proprietà del modello stazionario	13
	0.4.2 Modello della conduzione stazionaria	15
	0.4.3 Modello dell'elettrostatica	15
	0.4.4 Modello del campo magnetico stazionario	16
	0.4.5 Modello del campo magnetostatico	16
0.5	Approssimazioni quasi-stazionarie delle Equazioni di Maxwell	17
	0.5.1 Modello quasi-stazionario elettrico	19
	0.5.2 Modello quasi-stazionario magnetico	20

## CAPITOLO 1: IL MODELLO CIRCUITALE

1.1	Introduzione	23
1.2	Interazione tra i componenti: un modello di campo approssimato	25
1.3	Corrente elettrica nel terminale e tensione elettrica tra due terminali	29
1.4	Circuiti di bipoli	31
1.5	Le leggi di Kirchhoff	34
1.6	Le relazioni costitutive	38
1.7	Il resistore	39
	1.7.1 Limite stazionario: un problema di campo stazionario di corrente	41
	1.7.2 Cosa accade quando le grandezze variano nel tempo?	46
1.8	Il generatore di tensione costante	49
1.9	Il condensatore	51
	1.9.1 Limite lentamente variabile	52
	1.9.2 Cosa accade quando $f > f_c$ ?	56
1.10	L'induttore	57
	1.10.1 Limite lentamente variabile	59
	1.10.2 Cosa accade quando $f > f_i$ ?	63

1.11	Considerazioni finali	67
------	-----------------------	----

## CAPITOLO 2: BIPOLI ELEMENTARI

2.1	Introduzione	69
2.2	Bipoli statici	71
2.3	Bipoli dinamici	77

## CAPITOLO 3: LE EQUAZIONI CIRCUITALI

3.1	Introduzione	81
3.2	Elementi di teoria dei grafi	83
3.3	Equazioni di Kirchhoff per gli insiemi di taglio	88
3.4	Matrice di incidenza e matrice di maglia	90
3.5	Equazioni di Kirchhoff indipendenti	94
3.6	Equazioni circuitali	97
3.6.1	Esempio: circuito di resistori lineari e generatori indipendenti	98
3.6.2	Esempio: circuito composto da resistori lineari, generatori indipendenti e un resistore non lineare	103
3.6.3	Esempio: circuito composto da resistori lineari, generatori indipendenti e un induttore lineare	107
3.6.4	Esempio: circuito composto da un resistore lineare, un generatore indipendente, un resistore non lineare e un condensatore lineare	110
3.7	Potenziali di nodo	113
3.8	Correnti di maglia	119
3.9	Conservazione delle potenze virtuali (teorema di Tellegen)	124

## CAPITOLO 4: PROPRIETÀ ENERGETICHE DEI BIPOLI

4.1	Potenza elettrica. Conservazione delle potenze elettriche	127
4.2	Significato fisico della potenza elettrica	129
4.2.1	Bipoli statici	131
4.2.2	Bipoli dinamici	132
4.3	Energia elettrica. Bipoli passivi e bipoli attivi.	135
4.4	Proprietà energetiche dei bipoli statici	136
4.5	Proprietà energetiche dei bipoli dinamici lineari tempo-invarianti	139
4.6	Bipoli dinamici non lineari tempo-invarianti	142

## CAPITOLO 5: PROPRIETÀ DEI CIRCUITI DI RESISTORI

5.1	Bipolo equivalente. Connessione in serie e connessione in parallelo	145
5.1.1	Collegamento di due bipoli statici in serie	147
5.1.2	Collegamento di due bipoli statici in parallelo	149
5.2	Proprietà dei circuiti resistivi lineari	154
5.2.1	Circuito resistivo lineare con un solo generatore	154
5.2.2	Sovrapposizione degli effetti	156
5.2.3	Teorema di Thévenin-Norton	159
5.3	Teoremi di reciprocità	166
5.4	Teoremi di non amplificazione	168
5.4.1	Teorema di non amplificazione delle tensioni	168
5.4.2	Teorema di non amplificazione delle correnti	170

## CAPITOLO 6: ELEMENTI CIRCUITALI A PIÙ TERMINALI

6.1	Elementi circuitali con più di due terminali. Circuiti di N-poli	173
6.2	Potenza elettrica assorbita dal N-polo	178
6.3	Caratterizzazione di un M-porte	179
6.4	Il transistor bipolare e l'amplificatore operazionale	181
6.5	Generatori controllati lineari	186
6.6	Il giratore	189
6.7	Il trasformatore ideale	191
6.8	N-poli di resistori lineari	193
6.8.1	Caratterizzazione di un N-polo di resistori lineari	194
6.8.2	Proprietà della matrice delle conduttanze	196
6.8.3	Sintesi di un N-polo resistivo lineare	200
6.8.4	La trasformazione stella-triangolo	201
6.9	M-porte di resistori lineari	203
6.9.1	Caratterizzazione di un M-porte di resistori lineari	204
6.9.2	Proprietà delle matrici delle conduttanze, resistenze e ibride	209
6.9.3	Sintesi di un doppio bipolo resistivo lineare	213
6.10	Induttori accoppiati (trasformatore)	214
6.10.1	Equazioni costitutive di due induttori accoppiati	215
6.10.2	Circuiti perfettamente accoppiati e circuiti equivalenti	219

## CAPITOLO 7: CIRCUITI DINAMICI LINEARI

7.1	Circuito resistivo associato e sistema fondamentale	223
7.2	Equazioni di stato e variabili di stato	225
7.3	Continuità delle variabili di stato di un circuito	232

7.4	Circuiti del primo ordine	239
7.4.1	Circuito RC del primo ordine: equazione di stato	239
7.4.2	Circuito RL del primo ordine: equazione di stato	242
7.4.3	Circuiti del primo ordine tempo-invarianti	243
7.4.4	Evoluzione libera ed evoluzione forzata	245
7.4.5	Circuito dissipativo; termine transitorio e regime permanente.	245
7.4.6	Regime stazionario e regime sinusoidale	248
7.5	Circuiti del secondo ordine: equazioni di stato	255
7.5.1	Circuiti RC del secondo ordine	255
7.5.2	Circuito RL del secondo ordine	257
7.5.3	Circuito RLC del secondo ordine	258
7.6	Circuiti del secondo ordine tempo-invarianti	259
7.6.1	Proprietà delle frequenze naturali	263
7.6.2	Soluzione di regime e termine transitorio	269
7.6.3	Regime stazionario e regime sinusoidale	270
7.6.4	Applicazione: Circuito RLC serie e circuito RLC parallelo e altri esempi	271
7.6.5	Applicazione: Circuito RC con amplificatore operazionale	278
7.7	Circuiti dinamici lineari tempo-invarianti di ordine qualsiasi	281

## **CAPITOLO 8: CIRCUITI IN REGIME STAZIONARIO E SINUSOIDALE**

8.1	Circuiti in regime stazionario	285
8.2	Circuiti in regime sinusoidale: i fasori	287
8.3	Analisi dei circuiti in regime sinusoidale tramite il metodo dei fasori	289
8.3.1	Circuito di impedenze	292
8.4	Proprietà delle reti di impedenze	295
8.4.1	Metodo dei potenziali di nodo e delle correnti di maglia	296
8.4.2	Potenza virtuale complessa, Teorema di Tellegen, conservazione delle potenze elettriche complesse	296
8.4.3	Sovrapposizione degli effetti, equivalenze serie e parallelo, partitore di tensione, partitore di corrente	297
8.4.4	Bipolo di impedenze	299
8.4.5	Generatore equivalente di Thévenin-Norton	300
8.4.6	Proprietà della reciprocità e caratterizzazione di un doppio bipolo di impedenze	302
8.4.7	Diagrammi fasoriali	303
8.5	Potenza ed energia in regime sinusoidale	304
8.5.1	Proprietà energetiche dei bipoli elementari in regime sinusoidale e rifasamento	306
8.5.2	Caratterizzazione di un bipolo di sole impedenze	310
8.6	Reti in regime periodico e quasi-periodico	311
8.7	Circuiti risonanti	315
8.8	Cenni sui sistemi elettrici di potenza e sulle reti elettriche trifase	321

8.9	Voltmetro, amperometro e wattmetro	329
-----	------------------------------------	-----

## **CAPITOLO 9: CIRCUITI LINEARI TEMPO-INVARIANTI**

9.1	Introduzione	333
9.2	Integrale di convoluzione	335
9.3	Risposta all'impulso: metodi di calcolo e proprietà	341
	9.3.1 Soluzione di un circuito con generatori impulsivi attraverso la determinazione delle condizioni iniziali a $t = 0^+$	341
	9.3.2 Proprietà della risposta all'impulso di Dirac	346
	9.3.3 Risposta al gradino unitario	347
9.4	Trasformata di Laplace	349
	9.4.1 Trasformata di Laplace bilatera	350
	9.4.2 Trasformata di Laplace monolatera	360
9.5	Analisi dei circuiti in evoluzione forzata tramite la trasformata bilatera di Laplace	363
	9.5.1 Circuito di impedenze operatoriali	365
	9.5.2 Funzione di rete e sue proprietà	367
9.6	Analisi dei circuiti in evoluzione generica tramite la trasformata di Laplace	376
	9.6.1 Analisi di un circuito lineare tempo-invariante attraverso la trasformata di Laplace monolatera	376
	9.6.2 Analisi di un circuito lineare tempo-invariante tramite generatori impulsivi	379

## **CAPITOLO 10: RISPOSTA IN FREQUENZA DI UN CIRCUITO**

10.1	Funzione risposta in frequenza	383
10.2	Proprietà della funzione risposta in frequenza	388
10.3	Analisi dei circuiti attraverso la risposta in frequenza	391
	10.3.1 Risposta in frequenza di circuiti del primo ordine: filtro passa-basso e filtro passa-alto	394
	10.3.2 Risposta in frequenza di un circuito RLC del secondo ordine: filtro passa-banda e filtro taglia-banda	399
10.4	Circuiti con amplificatori operazionali e generatori controllati	405

## **CAPITOLO 11: INTRODUZIONE AI FILTRI ANALOGICI**

11.1	Generalità sui filtri analogici	411
	11.1.1 Filtri ideali	411
	11.1.2 Condizioni di fisica realizzabilità e filtri reali	414
11.2	Filtri di Butterworth	416
11.3	Circuiti passa tutto e circuiti a fase minima	419
	11.3.1 Circuito passa tutto	419

11.3.2 Circuiti a fase minima	422
11.4 Fattorizzazione spettrale	424
11.4.1 Fattorizzazione spettrale per i filtri di Butterworth	425
11.4.2 Sintesi di funzioni di trasferimento a tutti poli tramite elementi passivi	427
11.5 Leggi di trasformazione	429
11.5.1 Variazione in scala della frequenza di taglio	429
11.5.2 Variazione in scala dell'impedenza	430
11.5.3 Trasformazioni di frequenza	431
11.6 Sintesi di funzioni di trasferimento tramite elementi attivi	436

## APPENDICI

### Appendice A

A.1 Unicità del problema di Dirichlet interno	441
A.2 Unicità del problema di Neumann interno	442
A.3 Unicità di un problema misto interno	443

### Appendice B

B.1 Teorema di Poynting	445
B.2 Teorema di Poynting per i modelli approssimati delle equazioni di Maxwell	446
B.3 Potenza assorbita da un bipolo nel limite lentamente variabile	447

### Appendice C

Proprietà della reciprocità per i circuiti accoppiati	449
---	-----

### Appendice D

D.1 Forma standard $\dot{\mathbf{x}} = B \mathbf{x}$	452
D.2 Comportamento qualitativo delle soluzioni di $D\dot{\mathbf{x}} = -A \mathbf{x}$	454

### Appendice E

E.1 Definizione e rappresentazione di un numero complesso	456
E.2 Operazioni con i numeri complessi	458

## PREFAZIONE

Chi è che non ha mai sentito parlare di *elettricità*? che non si è mai avvalso delle sue applicazioni? che non ha mai avuto a che fare coi *watt* e coi *volt*? Chi non ha mai usato un *circuito elettrico*? Se non ci fosse stato l'immenso progresso scientifico delle conoscenze intorno a questo settore della fisica, e, di conseguenza, il meraviglioso sviluppo delle applicazioni tecniche, la nostra vita quotidiana sarebbe oggi molto diversa. Soltanto, forse, la medicina e la biologia, fra le scienze applicate, possono competere con l' per il numero e l'importanza dei loro risultati.

Queste *Lezioni di Elettrotecnica* partono dai principi di base dell'*Elettromagnetismo* e portano l'allievo alla padronanza delle metodologie e delle tecniche che, sulla base di questi principi, producono applicazioni *circuitali*, fino alle soglie dello studio delle stesse applicazioni. In questo senso questo corso fa da ponte tra le materie formative del primo biennio e quelle, altrettanto formative, ma in maniera più specifica e applicativa, del successivo triennio del corso di studi in Ingegneria. La prospettiva assunta, dunque, vede il Corso di *Fisica II* partire dai fenomeni per giungere alle leggi, fino al loro più alto grado di formalizzazione espresso dalle Leggi di Maxwell, e il Corso di *Elettrotecnica* prendere le mosse da queste ultime per giungere fino alle applicazioni concrete di tipo circuitale, con l'obiettivo di completare il bagaglio metodologico degli allievi.

**Giovanni Miano** è professore ordinario di Elettrotecnica presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Napoli Federico II.

Napoli 18 aprile 2001

G. M.

#### AVVERTENZA

In questo testo adopereremo il Sistema Internazionale di misura (SI). Pertanto una corrente  $I_0$  di 10 *ampère* verrà semplicemente indicata come  $I_0 = 10$ , senza riportarne esplicitamente l'unità di misura. Qualora si tratti di multipli o sotto-multipli, il valore della grandezza verrà riportato insieme all'unità di misura. In tal modo, indicheremo con  $C = 100 \text{ nF}$  una capacità di  $10^{-7} \text{ F}$ .