

COMPITO DI Elettrotecnica (15-06-2007)

Risultati della prova del 15/06/2007

1) Applicando il teorema di Thevenin si trova:

$$E_0 = J \frac{\alpha^2 + \alpha R_2 + R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2} = \alpha^2 + 2\alpha + 20$$

$$R_{eq} = \frac{\alpha^2 + \alpha(R_1 + R_2) + R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2} = \frac{\alpha^2 + 5\alpha + 20}{5}$$

Si trova quindi

$$I_0 = J \frac{\alpha^2 + \alpha R_2 + R_3(R_1 + R_2)}{\alpha^2 + \alpha(R_1 + R_2) + (R_3 + R_0)(R_1 + R_2)} = 5 \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 20}{\alpha^2 + 5\alpha + 30}$$

Questa funzione, nell'intervallo $[0, 100]$, ha un punto di minimo per $\alpha_{min} = \frac{2\sqrt{55} - 10}{3} \approx 1.61$. In tale punto si trova $I_{0,min} \approx 3.17 \text{ A}$.

2) Per $t < 0$ si trova $i_L(t) = 12 \sin(1000t)$ e $v_C(t) = 6\sqrt{2} \cos(1000t - \pi/4)$. Pertanto in particolare si trova $i_L(0) = 0$ e $v_C(0) = 6$.

Per $t > 0$ si ha la scarica del resistore. Risolvendo l'equazione differenziale per v_C si trova la seguente soluzione: $v_C(t) = e^{-500t} [2\sqrt{3} \sin(500\sqrt{3}t) + 6 \cos(500\sqrt{3}t)]$.

Per trovare la quantità di carica che attraversa il resistore nell'intervallo prescritto si deve trovare la corrente $i_C(t)$ che attraversa il resistore e calcolare il seguente integrale:

$$Q = \int_0^1 i_C(t) dt$$

L'integrale non presenta particolari difficoltà. Tuttavia, sfruttando la caratteristica del condensatore, è possibile evitare di calcolare l'integrale, infatti:

$$Q = \int_0^1 i_C(t) dt = \int_0^1 C \frac{dv_C(t)}{dt} dt = C[v_C(t)]_0^1 = C[v_C(1) - v_C(0)] = 1 \text{ mC}$$

3) Si suppone che la tensione sia stata assegnata in valore efficace. La corrente misurata dall'ampereometrica del wattmetro vale $\bar{I}_w = \bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{R + jX_L}$, mentre la tensione misurata dalla voltmetrica del wattmetro vale $\bar{V}_w = \bar{V}_{13} \frac{R}{R + jX_L} = -j\sqrt{3}\bar{E}_2 \frac{R}{R + jX_L}$.

Di conseguenza il wattmetro misura:

$$P_w = \text{Re}\{\bar{V}_w \bar{I}_w^*\} = \text{Re}\left\{-j\sqrt{3}\bar{E}_2 \frac{R}{R + jX_L} \frac{\bar{E}_2^*}{(R + jX_L)^*}\right\} = \text{Re}\left\{-j\sqrt{3}R \frac{|E_2|^2}{|R + jX_L|^2}\right\} = 0$$

4) È possibile utilizzare diversi metodi per risolvere il seguente esercizio. Si trova comunque:

$$\underline{\bar{V} = -5 + 15j}$$

ovvero

$$\underline{v(t) = 5\sqrt{10} \sin(1000t + 1.893)}$$