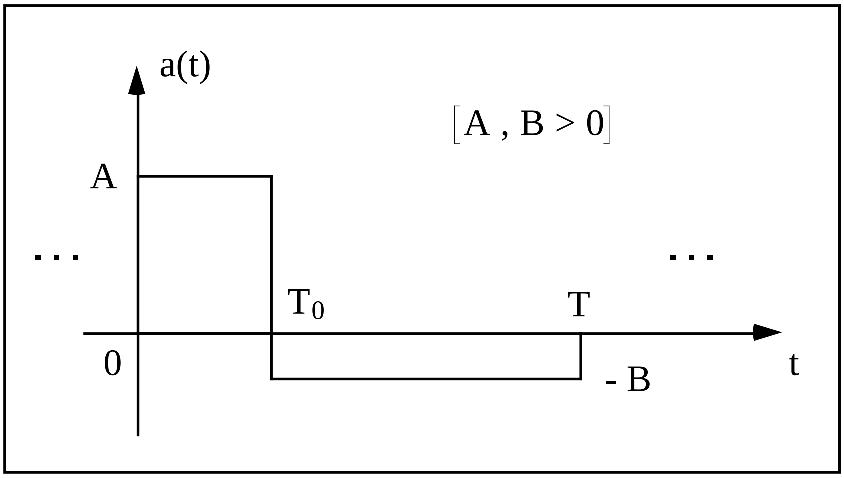
Esercizi sul regime sinusoidale

A1 - Per la forma d'onda mostrata in figura, calcolare il valor medio in un periodo.

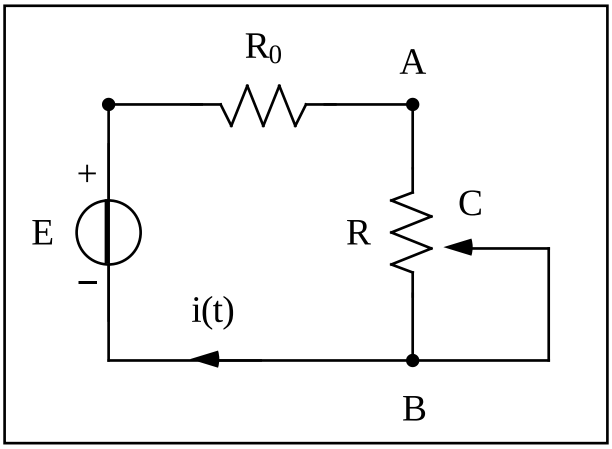


Risposta:

$$A_m = A\,\frac{T_0}{T} - B\left(1 - \frac{T_0}{T}\right).$$

Quale relazione deve intercorrere fra i parametri A, B, T e T_0 affinché la funzione periodica proposta sia alternata?

A2 - Nel dispositivo mostrato in figura, il cursore C è animato da moto periodico tra la posizione A e la posizione B. Determinare l'energia dissipata nell'intero circuito per effetto Joule, nel tempo T, necessario per andare da A fino a B.



Risposta: risulta

$$U = \frac{E^2\,T}{R} \log \frac{R_0 + R}{R_0} .$$

A3 - Determinare la somma delle quattro funzioni sinusoidali

$$a_1(t) = 2\ \mathrm{sen}(10t)\ , \qquad a_2(t) = 4\ \mathrm{sen}\left(10t - \frac{\pi}{2}\right) ,$$
$$a_3(t) = 6\ \mathrm{sen}(10t - \pi)\ , \qquad a_4(t) = 8\ \mathrm{sen}\left(10t - \frac{3}{2}\,\pi\right) .$$

Risposta:

$$a(t) = a_1(t) + a_2(t) + a_3(t) + a_4(t) = 4\sqrt{2}\ \mathrm{sen}\left(10t + \frac{3}{4}\,\pi\right) .$$

A4 - Determinare la differenza delle due funzioni sinusoidali

$$a_1(t) = 5\cos(2t)\ , \quad a_2(t) = \mathrm{sen}\left(2t - \frac{\pi}{4}\right) .$$

Risposta:

$$a(t) = a_1(t) - a_2(t) = \sqrt{26 + 5\sqrt{2}}\ \cos\left(2t + \arctan\frac{1}{1 + 5\sqrt{2}}\right) .$$

A5 - Dimostrare che la somma delle tre funzioni sinusoidali

$$a_1(t) = A\cos(\omega t)\ , \quad a_2(t) = A\cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\,\pi\right) , \quad a_3(t) = A\cos\left(\omega t - \frac{4}{3}\,\pi\right) ,$$

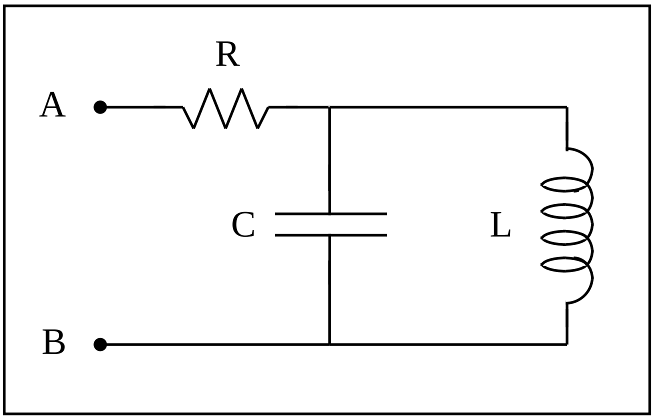
è nulla quale che sia il valore della pulsazione ω e del valore massimo A.

A6 - Verificare che la somma delle tre funzioni sinusoidali

$$b_1(t) = B\ \mathrm{sen}\left(\omega t + \frac{2}{3}\,\pi\right) , \quad b_2(t) = B\ \mathrm{sen}(\omega t)\ , \quad b_3(t) = B\ \mathrm{sen}\left(\omega t - \frac{2}{3}\,\pi\right) ,$$

risulta nulla quale che sia il valore scelto per la pulsazione ω e per il valore massimo B.

A7 - Per il circuito di figura, si determini l'impedenza vista dai morsetti AB sia in forma algebrica, sia in forma esponenziale.



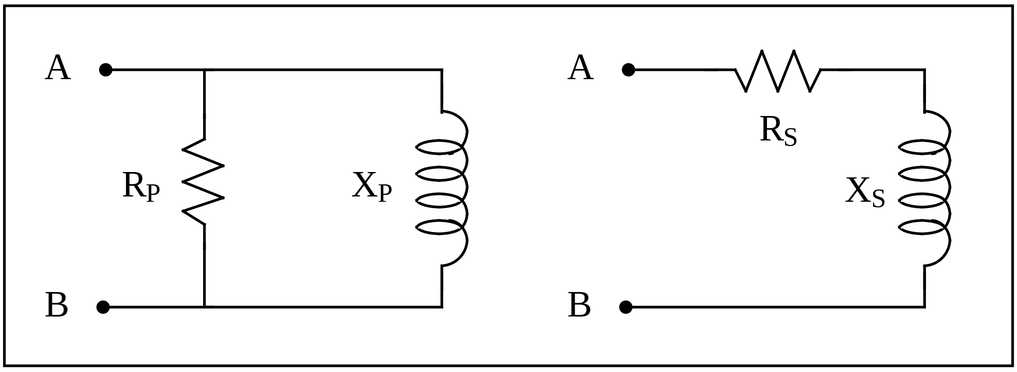
Risposta: l'impedenza, scritta in *forma algebrica*, vale a dire in termini di parte reale ed immaginaria, è pari a

$$\dot{Z}_{AB} = R + j \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC} ,$$

da cui si ricava facilmente la *forma esponenziale* $\dot{Z}_{AB} = Z_{AB} \exp(j\, \phi_{AB})$, vale a dire in termini di modulo e fase,

$$Z_{AB} = \sqrt{R^2 + \frac{(\omega L)^2}{\left(1 - \omega^2 LC\right)^2}} , \quad \phi_{AB} = \arctan \frac{\omega L}{R\left(1 - \omega^2 LC\right)} .$$

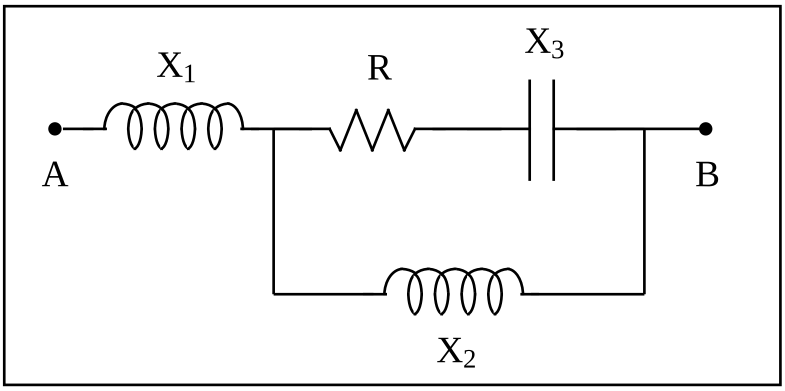
A8 - Si determinino i valori dei parametri R_S ed X_S in maniera tale che i due bipoli mostrati in figura siano equivalenti, nell'ipotesi che $R_P = 10$, $X_P = 5$.



Risposta: i parametri richiesti valgono

$R_S = 2$, $X_S = 4$.

A9 - Determinare l'impedenza vista dai terminali A e B del bipolo mostrato in figura.

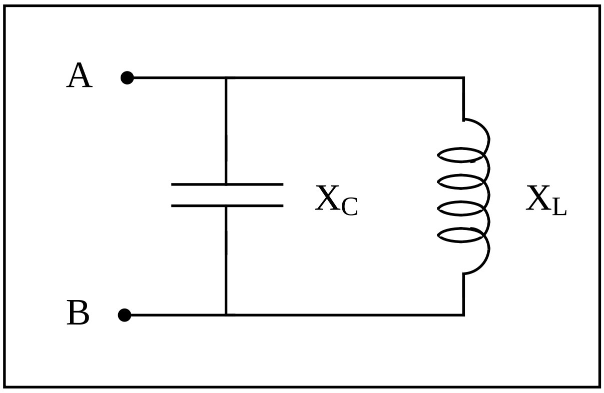


Dati: $R = 5$, $X_1 = 3$, $X_2 = 10$, $X_3 = 4$.

Risposta: l'impedenza richiesta risulta pari a

$$\dot{Z}_{AB} = \frac{500}{61} + \frac{193}{61} j \qquad 8.20 + 3.16 j \; .$$

A10 - Si calcolino l'impedenza e l'ammettenza equivalente del bipolo dai terminali A e B.

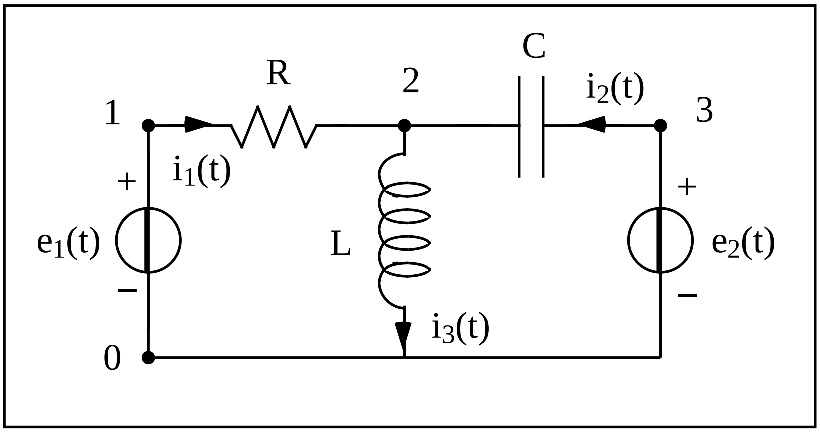


Dati: $X_L = 10$, $X_C = 20$.

Risposta: risulta agevolmente che

$$\dot{Y} = -\,0.05 j \; , \quad \dot{Z} = \frac{1}{\dot{Y}} = 20 j \; .$$

A11 - Determinare le correnti che attraversano i tre rami della rete mostrata in figura, sia come fasori che nel dominio del tempo.



Dati: $e_1(t) = E_1 \cos(\omega t)$, $e_2(t) = E_2\, \text{sen}(\omega t)$, $E_1 = E_2 = 10$, $\omega = 1$ krad/s, $R = 5$, $L = 5$ mH, $C = 0.2$ mF.

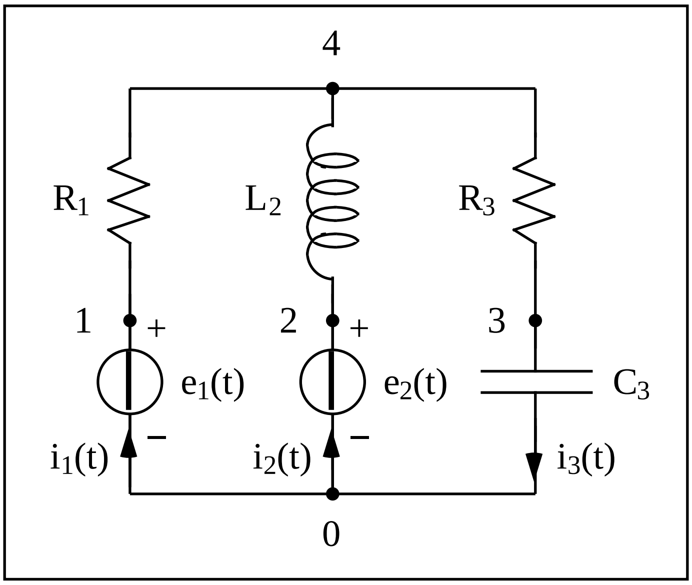
```
Esercizio A11
*Due generatori in corrente alternata
R0      1     2     5
L0      2     0     5m
C0      2     3     0.2m
VE1       1     0     AC     10      0
VE2       3     0     AC     10      -90
.AC     LIN       1     159.15       159.15
.PRINT      AC     IM(VE1)       IP(VE1)
.PRINT      AC     IM(VE2)       IP(VE2)
.PRINT      AC     IM(L0)      IP(L0)
.END
```

Risposta: le correnti richieste valgono

$$\begin{cases} i_1(t) = -\,2 \cos(1000t)\,, \\ i_2(t) = 2\sqrt{5} \cos(1000t - \arctan 2)\,, \\ i_3(t) = 4 \cos\left(1000t - \dfrac{\pi}{2}\right) = 4\, \text{sen}(1000t)\,. \end{cases}$$

Si osservi che arctan 2   1.107 rad.

A12 - Risolvere la rete utilizzando prima le leggi di Kirchhoff, poi il metodo delle correnti di maglia, infine il metodo dei potenziali nodali. Quale dei due metodi ridotti risulta più conveniente per la rete assegnata?



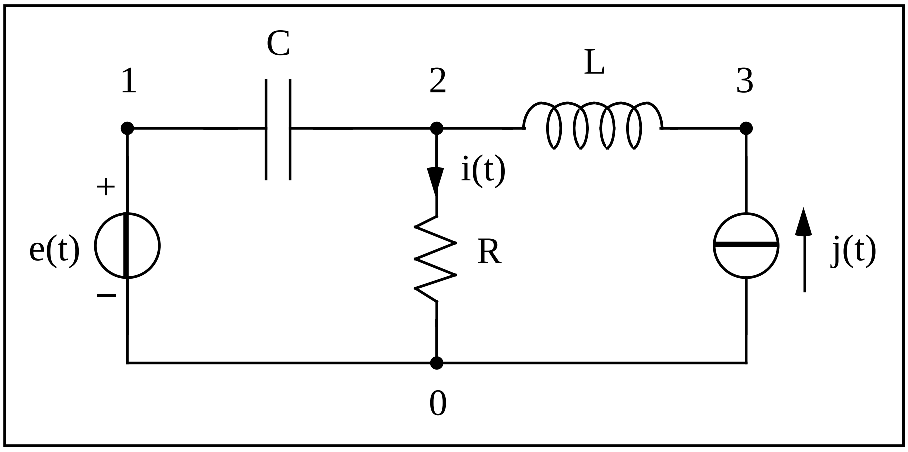
Dati: $e_1(t) = E_1$ sen(ωt), $E_1 = 10$, $e_2(t) = E_2$ sen(ωt), $E_2 = 20$, $\omega = 1$ krad/s, $R_1 = R_3 = 1$, $L_2 = 1$ mH, $C_3 = 1$ mF.

```
Esercizio A12
*Circuito in corrente alternata
R1      1     4     1
R3      4     3     1
L2      2     4     1m
C3      3     0     1m
VE1        1     0     AC      10       -90
VE2        2     0     AC      20       -90
.AC     LIN        1     159.15       159.15
.PRINT      AC     IM(VE1)       IP(VE1)
.PRINT      AC     IM(VE2)       IP(VE2)
.PRINT      AC     IM(C3)      IP(C3)
.END
```

<u>Risposta</u>: le correnti valgono

$$\begin{cases} i_1(t) = 10 \,\mathrm{sen}\left(1000t + \frac{\pi}{2}\right) = 10 \cos(1000t) \,, \\ i_2(t) = 10 \sqrt{2} \,\mathrm{sen}\left(1000t - \frac{\pi}{4}\right) \,, \\ i_3(t) = 10 \,\mathrm{sen}(1000t) \,. \end{cases}$$

A13 - La rete mostrata in figura opera in regime sinusoidale. Determinare la corrente i(t) e la potenza complessa erogata dal generatore di tensione.



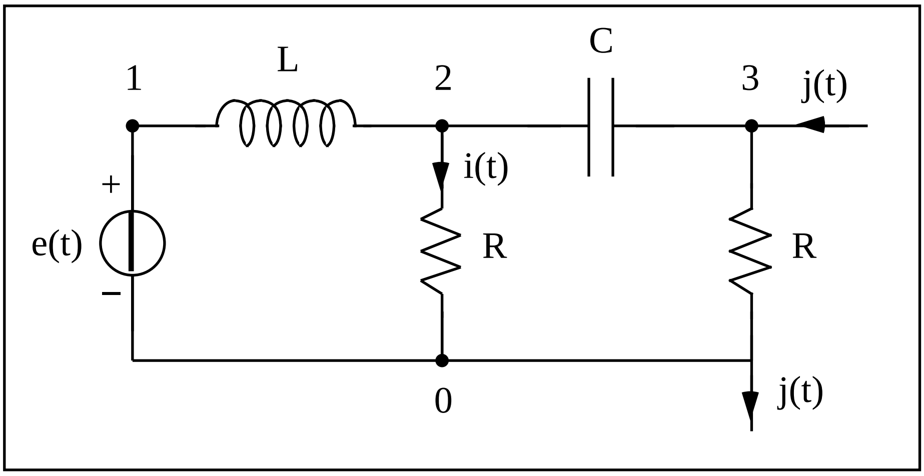
Dati: $e(t) = E \,\mathrm{sen}(\omega t)$, $E = 10$, $j(t) = - I \cos(\omega t)$, $I = 2$ mA, $\omega = 200$, $R = 5$ kΩ, $L = 5$ mH, $C = 1$ μF.

```
Esercizio A13
*Circuito in corrente alternata
R1      0     2     5e+3
C1      2     1     1e-6
L1      2     3     5e-3
VE      1     0     AC      10      -90
IJ      0     3     AC      2e-3     -180
.PRINT   AC       IM(R1)      IP(R1)
.PRINT   AC       IM(VE)      IP(VE)
.AC     LIN       1     31.83     31.83
.END
```

<u>Risposta</u>: la corrente che fluisce nel resistore è nulla e, pertanto,

$$\dot{P}_G = 10 \, j \text{ mVA} \,.$$

A14 - La rete mostrata in figura opera in regime sinusoidale. Applicando il teorema di Thévenin, oppure quello di Norton, ai morsetti 2 e 0, si determini la corrente i(t) che attraversa nel resistore.



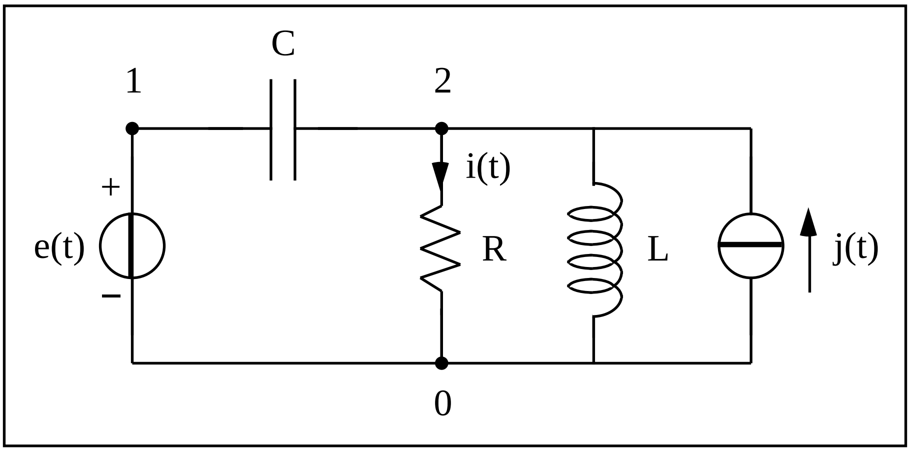
Dati: e(t) = E sen(ωt), E = 10, j(t) = I cos(ωt), I = 2, ω = 10 krad/s, R = 10, L = 1 mH, C = 10 μF.

```
Esercizio A14
*Verifica del teorema del generatore equivalente
R1      2    0    10
R2      3    0    10
L1      1    2    1m
C1      2    3    10u
VE      1    0    AC    10     -90
IJ      0    3    AC    2      0
.AC     LIN       1     1591.5     1591.5
.PRINT      AC      IM(R1)   IP(R1)
.END
```

Risposta: la corrente richiesta è pari a

$$i(t) = - \frac{\sqrt{10}}{5} \operatorname{sen}\left(\omega t + \arctan \frac{1}{3}\right) = \frac{\sqrt{10}}{5} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \arctan \frac{1}{3}\right) .$$

A15 - La rete mostrata in figura opera in regime sinusoidale. Applicando il teorema di Thévenin ai morsetti 2 e 0, si determini la corrente i(t) che circola nel resistore.



Dati: $e(t) = E\ \mathrm{sen}(\omega t)$, $E = 1$, $j(t) = -\ I \cos(\omega t)$, $I = 1$, $\omega = 1$ krad/s, $R = 2$, $L = 1$ mH, $C = 1/2$ mF.

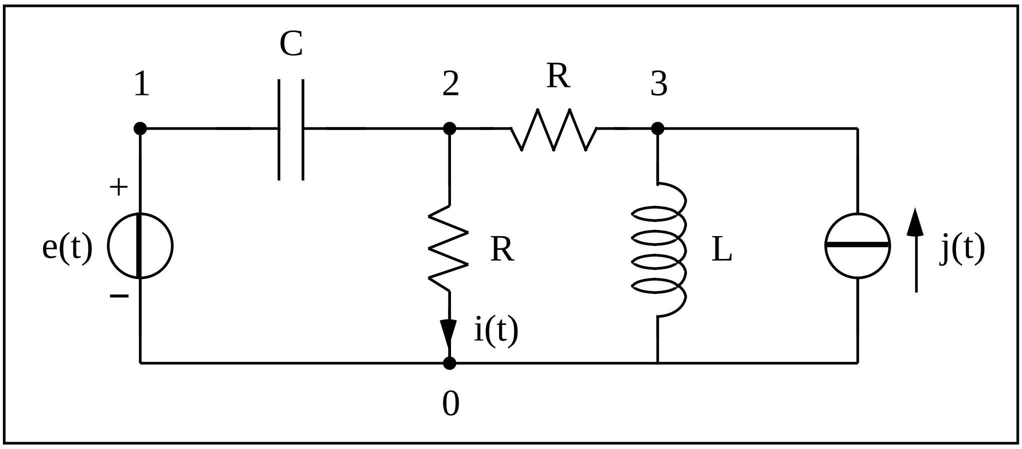
```
Esercizio A15
*Ancora sul generatore equivalente
R1      2     0     2
L1      2     0     1m
C1      1     2     0.5m
VE      1     0     AC     1     -90
IJ      0     2     AC     1     -180
.AC     LIN         1      159.15       159.15
.PRINT        AC       IM(R1)   IP(R1)
.END
```

Risposta:

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}}{4}\ \mathrm{sen}\left(1000t - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4} \cos\left(1000t - \frac{3}{4}\ \pi\right).$$

Si provi pure a determinare la stessa corrente usando il teorema di Norton: una volta in possesso dei parametri equivalenti di Thévenin, ottenere quelli di Norton è piuttosto semplice.

A16 - Il circuito rappresentato in figura è a regime. Determinare la corrente i(t) che attraversa il resistore R, applicando il teorema di Norton ai morsetti 2 e 0.



Dati: e(t) = E sen(100t), E = 1, j(t) = I cos(100t), I = 1, R = 1, R = 1, C = 10 mF, L = 10 mH.

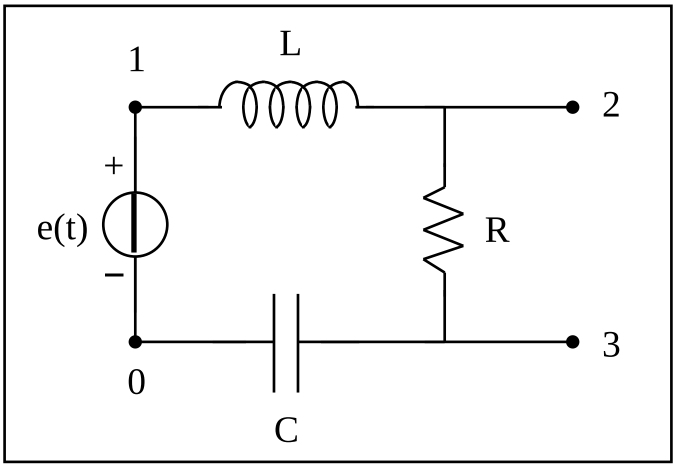
```
Esercizio A16
*Teorema di Norton
R1      2     0     1
R2      2     3     1
L1      3     0     10m
C1      1     2     10m
VE      1     0     AC      1     -90
IJ      0     3  AC      1     0
.AC     LIN         1     15.915       15.915
.PRINT       AC      IM(R1)   IP(R1)
.END
```

Il listato precedente non realizza il teorema di Norton, ma fornisce una verifica della correttezza del risultato, dato che è possibile ottenere i potenziali complessi di tutti i nodi della rete. Si rammenta che Spice adotta le *funzioni cosinusoidali* quali funzioni di riferimento per la descrizione in termini di fasori.
Infine, disponendo dei potenziali, è semplice verificare la conservazione delle potenze complesse, ovvero delle potenze attive e reattive considerate separatamente.

Risposta: la corrente richiesta, nel dominio del tempo, vale

$$i(t) = \cos(100t) .$$

A17 - Determinare il circuito equivalente di Thévenin (Norton), visto dai morsetti 2 e 3, per la rete mostrata in figura.



Dati: $e(t) = E \cos(\omega t)$, $E = 100$, $\omega = 20$ krad/s, $R = 10$, $L = 1$ mH, $C = 5$ μF.

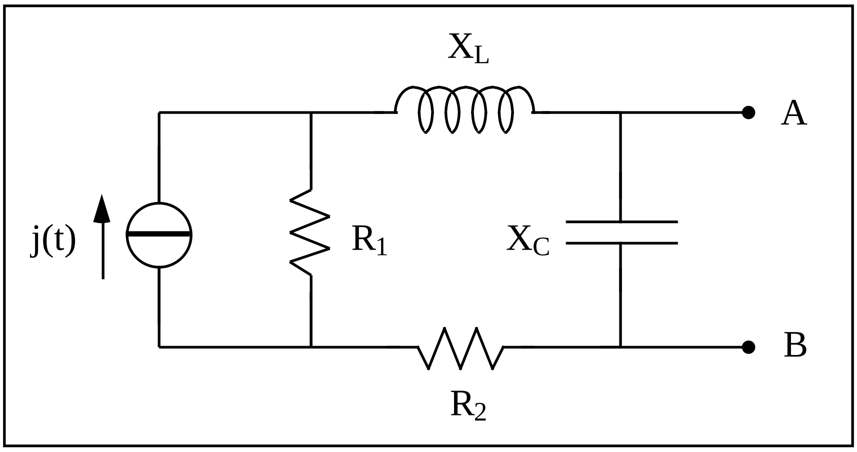
```
Esercizio A17
*Teorema del generatore equivalente
R1     2    3    10
L1     1    2    1m
C1     3    0    5u
VE     1    0    AC     100    0
.AC    LIN       1    3.183k     3.183k
.PRINT      AC     VM(2,3)     VP(2,3)
.END
```

Risposta: risulta, facendo la convenzione ai valori efficaci,

$$\dot{Z}_0 = 5\,(1 + j)\,,$$

$$\overline{E}_0 = \frac{50\,(1 - j\,)}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad e_0(t) = 50\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right).$$

A18 - Determinare il circuito equivalente secondo Norton, visto dai terminali AB, per la rete mostrata in figura.

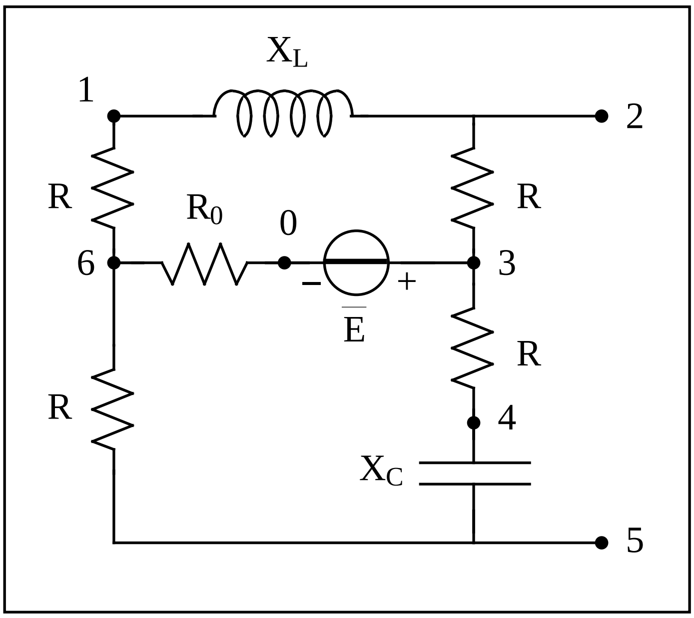


Dati: $\bar{J} = 16$, $R_1 = 25$, $R_2 = 15$, $X_L = 30$, $X_C = 50$.

Risposta: l'impedenza equivalente e la corrente di cortocircuito valgono, rispettivamente,

$$\dot{Z}_0 = 25\,(2 - j)\ , \quad \bar{I}_0 = \frac{8}{5}\,(4 - 3\,j)\ .$$

A19 - Determinare il circuito equivalente secondo Thévenin, poi quello secondo Norton, visto dai terminali 2 e 5, per la rete mostrata in figura che opera in regime sinusoidale.



Dati: $\bar{E} = 60$, $R_0 = 1$, $R = 4$, $X_L = 4$, $X_C = 4$.

I listati Spice che seguono sono utili per verificare il valore della tensione a vuoto e dell’impedenza equivalente.

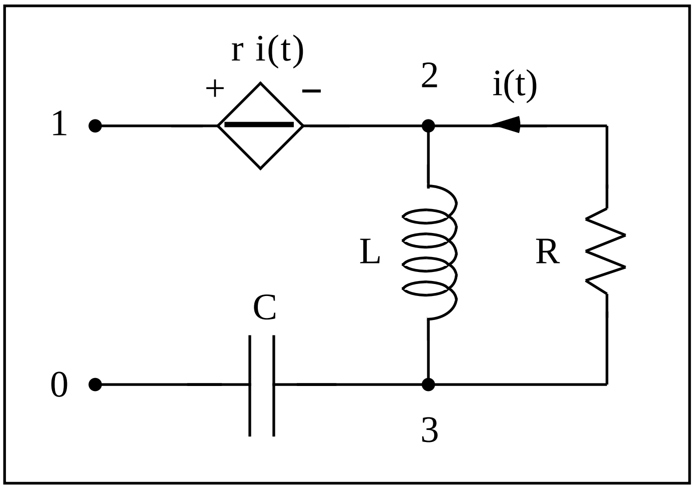
```
Esercizio A19.1
*Verifica della tensione a vuoto
R1      1     6     4
R2      6     5     4
R3      3     4     4
R4      2     3     4
R5      0     6     1
L1      1     2     4
C1      4     5     0.25
VE      3     0     AC      60       0
.AC     LIN         1     0.15915      0.15915
.PRINT       AC      VM(2,5)     VP(2,5)
.END
```

```
Esercizio A19.2
*Verifica dell’impedenza equivalente
R1      1     6     4
R2      6     5     4
R3      3     4     4
R4      2     3     4
R5      0     6     1
L1      1     2     4
C1      4     5     0.25
VE1        3     0     AC      0     0
VE2        2     5     AC      1     0
.AC     LIN         1     0.15915      0.15915
.PRINT       AC      IM(VE2)        IP(VE2)
.END
```

<u>Risposta</u>: i parametri equivalenti risultano pari a

$$\overline{E}_0 = 10\ , \quad \dot{Z}_0 = \frac{29}{6} = 4.8\overline{3}\ .$$

A20 - Calcolare l’impedenza vista dai terminali 1 e 0 per la rete mostrata in figura.



Dati: R = 30, L = 0.6 mH, C = 0.4 μF, r = 5, ω = 100 krad/s.

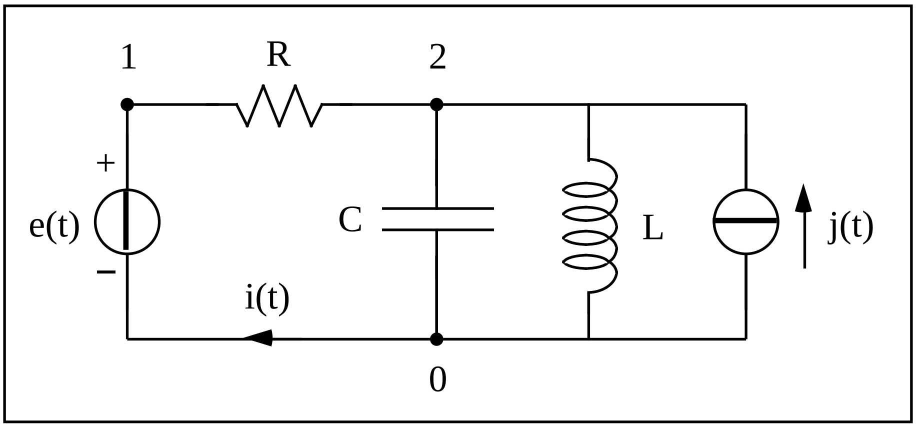
```
Esercizio A20
*Impedenza equivalente
R0    4    3    30
L0    2    3    0.6m
C0    3    0    0.4u
V0    4    2    DC    0
H0    1    2    V0    5
VIN     1    0    AC    1    0
.AC    LIN      1    15915.5    15915.5
.PRINT    AC    IR(VIN)    II(VIN)
.END
```

Risposta: l'impedenza equivalente vale

$$\dot{Z}_0 = 20 - 15j \; .$$

La codifica dei generatori controllati in regime sinusoidale è simile a quella studiata in regime stazionario.

A21 - La rete mostrata in figura è a regime. Si determini la corrente i(t) e l'energia assorbita dal resistore R in un periodo T = 2π/ω.



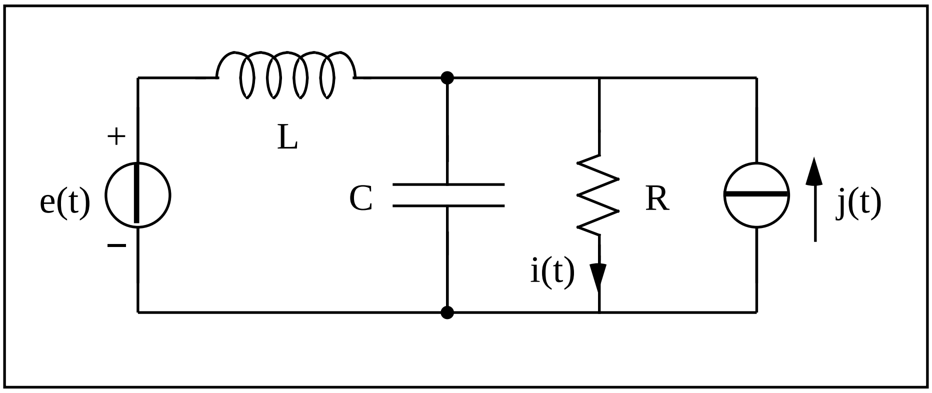
Dati: $e(t) = E = 5$, $j(t) = I \cos(\omega t)$, $I = 2$, $\omega = 1$ krad/s, $R = 1$, $L = 1$ mH, $C = 1$ mF.

```
Esercizio A21
*Energia assorbita dal resistore
R1      1     2     1
L1      2     0     1m
C1      2     0     1m
VE      1     0     DC     5
IJ      0     2     DC     0     AC     2     0
.AC     LIN         1      159.15       159.15
.PRINT        AC      IM(R1)      IP(R1)
.END
```

<u>Risposta</u>: risulta

$$i(t) = 5 - 2\cos(1000t)\,, \quad U(0, T) = \int_0^T R\, i^2(t)\, dt = 54\,\pi \text{ mJ} \quad 169.65 \text{ mJ}$$

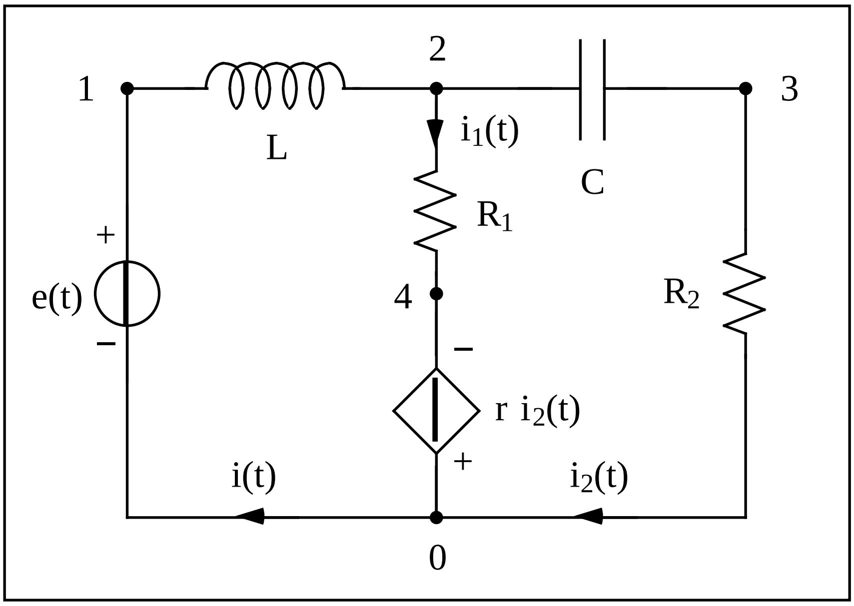
A22 - La rete mostrata in figura è a regime. Si determini il valore medio in T della potenza istantanea assorbita dal resistore R.



Dati: T = 0.02, $\omega = 2\pi/T$, $e(t) = E = 10$, $j(t) = I\cos(\omega t)$, $I = 2$, $R = 20$, $L = 8$ mH, $C = 0.4$ nF.

<u>Risposta</u>: P 5.62.

A23 - La rete mostrata in figura opera in regime sinusoidale. Determinare la corrente $i_2(t)$.



Dati: $e(t) = E\cos(\omega t)$, $E = 130$, $\omega = 10$ krad/s, $r = 30$, $R_1 = 40$, $R_2 = 100$, $L = 5$ mH, $C = 2$ μF.

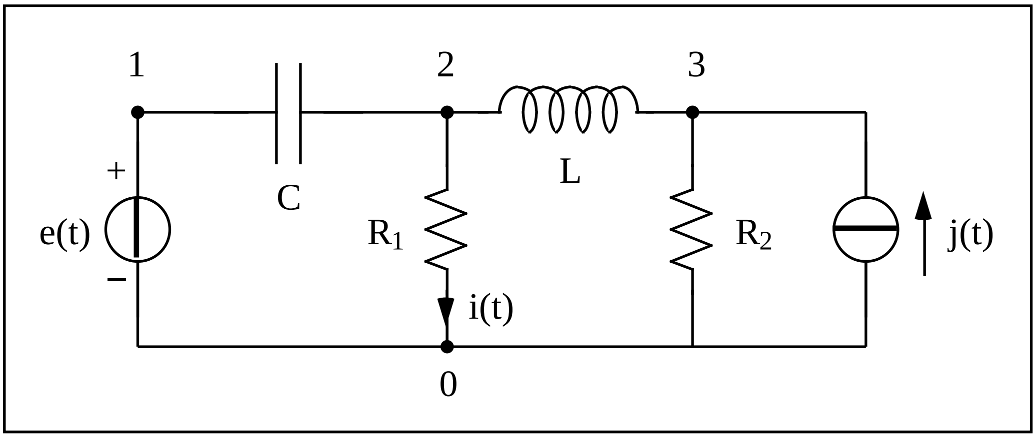
```
Esercizio A23
*Generatore controllato in alternata
VE    1    0    AC    130    0
L1    1    2    5m
R1    2    4    40
```

```
C1      2    3    2u
R2      3    5    100
VEA     5    0    DC     0
H1      0    4    VEA    30
.AC     LIN       1      1591.5       1591.5
.PRINT       AC       IM(R2)       IP(R2)
.END
```

Risposta: la corrente richiesta vale

$$i_2(t) = \frac{2}{5}\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right).$$

A24 - La rete mostrata in figura opera in regime periodico. Determinare il valor medio della potenza assorbita nel periodo T dal resistore R_1.



Dati: $e(t) = E\ \text{sen}(\omega_1 t)$, $j(t) = I\cos(\omega_2 t)$, $E = 6$, $I = 4\sqrt{17}$, $T = 8\pi$ ms, $\omega_1 = 2\pi/T$, $\omega_2 = 2\,\omega_1$, $R_1 = R_2 = 2$, $L = 8$ mH, $C = 4$ mF.

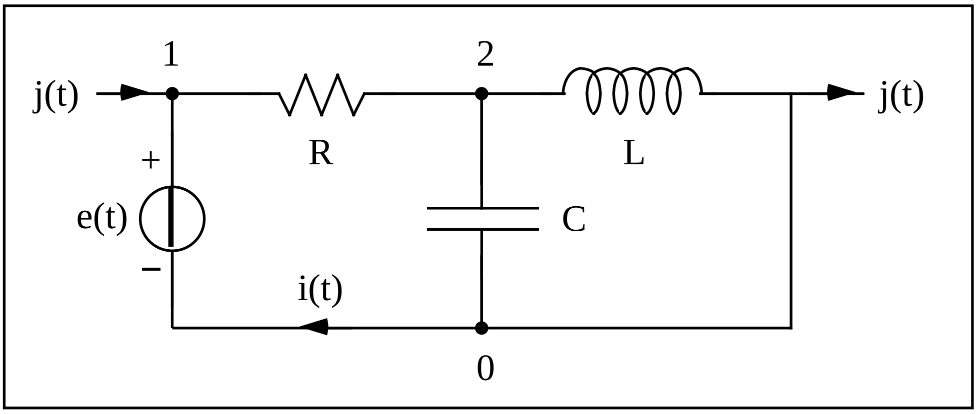
```
Esercizio A24-1
*Agisce il solo generatore di tensione
R1      2    0    2
R2      3    0    2
L0      2    3    8m
C0      1    2    4m
VE      1    0    AC     6      -90
.AC     LIN       1      39.789       39.789
.PRINT       AC       VM(R1)       VP(R1)
.END
```

```
Esercizio A24-2
*Agisce il solo generatore di corrente
R1      2    0    2
R2      3    0    2
L0      2    3    8m
C0      0    2    4m
IJ      0    3    AC     16.492      0
.AC     LIN       1     79.577       79.577
.PRINT      AC     VM(R1)     VP(R1)
.END
```

Risposta: la potenza richiesta è pari a

$$P = \frac{106}{9}\,.$$

A25 - La rete mostrata in figura opera in regime periodico. Determinare la corrente i(t) che fluisce nel generatore.



Dati: $j(t) = I\cos(\omega_1 t)$, $e(t) = E\cos(\omega_2 t)$, $I = 4$, $E = 3\sqrt{2}$, $\omega_1 = 1$ krad/s, $\omega_2 = 3\,\omega_1$, $R = 0.75$, $L = 2$ mH, $C = 0.5$ mF.

Per risolvere l'esercizio proposto è opportuno adoperare la sovrapposizione degli effetti.

```
Esercizio A25
*Analisi con il solo generatore di tensione
R1      1    2    0.75
```

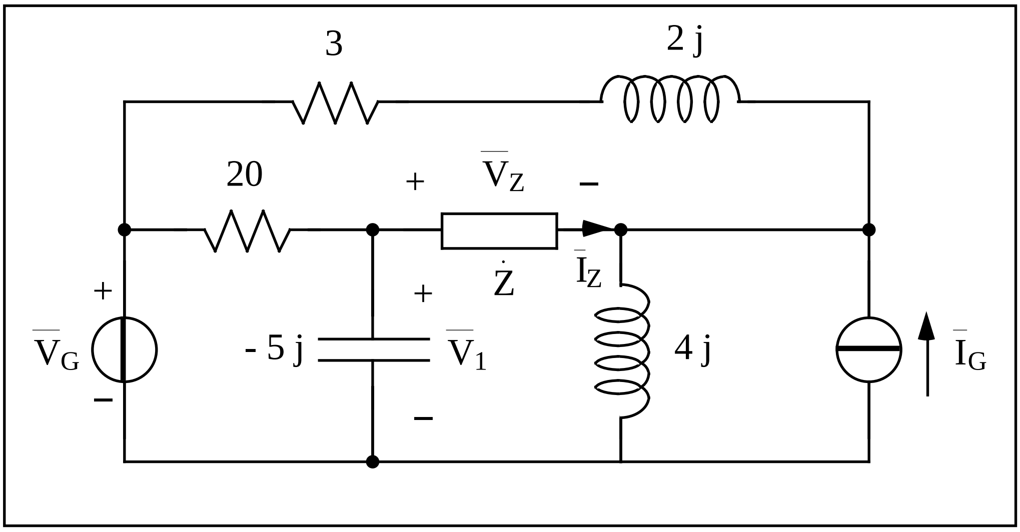
```
L1      2    0    2m
C1      2    0    0.5m
VE      1    0    AC     4.243     0
.AC     LIN       1    477.46      477.46
.PRINT      AC     IM(VE)      IP(VE)
.END
```

<u>Risposta</u>: la corrente richiesta vale

$$i(t) = 4\left[\cos\left(3000t + \frac{\pi}{4}\right) - \cos(1000t)\right].$$

Si noti come la corrente sia una combinazione di due funzioni cosinusoidali di diverse pulsazioni, una per ciascun generatore che forza la rete.

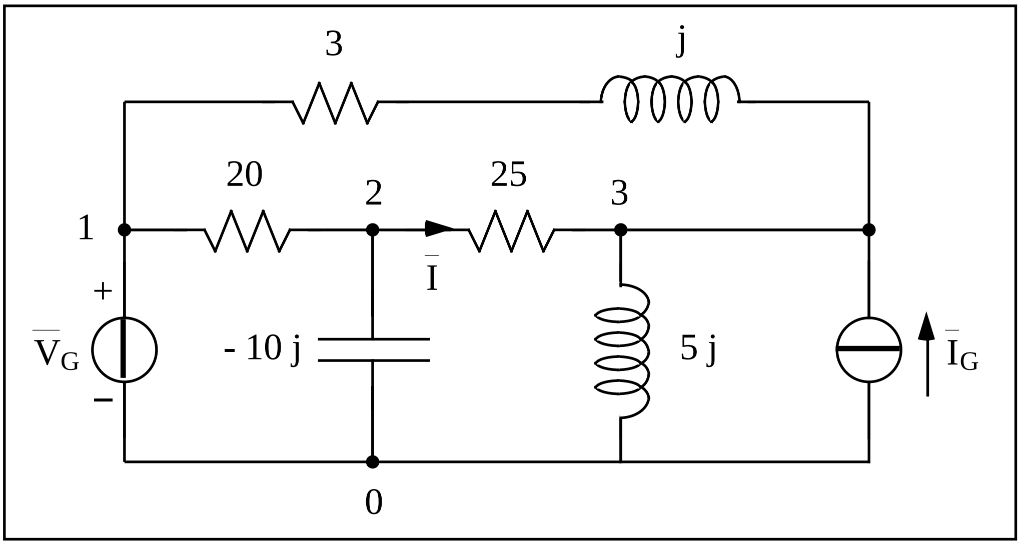
A26 - Calcolare il valore dell'impedenza $\dot{Z}$ incognita.



Dati: $\overline{V}_G$ = 100 - 50 j, $\overline{V}_1$ = 40 + 30 j, $\overline{I}_G$ = 20 + 30 j.

<u>Risposta</u>: $\dot{Z}$ 1.35 - 3 j.

A27 - La rete mostrata in figura opera in regime sinusoidale. Calcolare il valore della corrente che fluisce nel ramo 2 - 3.



Dati: $\bar{V}_G = 10$, $\bar{I}_G = -25\,j$.

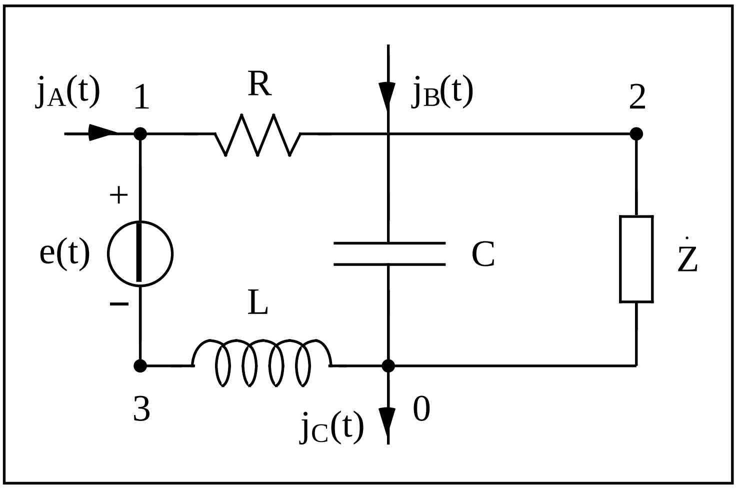
Vale la pena notare che i dati di questo esercizio sono stati assegnati direttamente nel dominio dei fasori, non nel dominio del tempo come è consuetudine.

```
Esercizio A27
*Per la codifica si è scelto ω = 1 krad/s
R1      1     2     20
R2      2     3     25
R3      1     4     3
L1      3     0     5m
L2      4     3     1m
C1      2     0     0.1m
VG      1     0     AC     10      0
IG      0     3     AC     25      -90
.AC     LIN         1      159.15        159.15
.PRINT  AC          IR(R2)               II(R2)
.END
```

<u>Risposta</u>: il fasore che rappresenta la corrente richiesta vale approssimativamente

$$\bar{I} \quad -1.6708 + 0.7745\,j \,.$$

A28 - Si determini l'impedenza $\dot{Z}$ che realizza la condizione di adattamento alla rete funzionante in regime sinusoidale. Si valutino, poi, la potenza attiva e reattiva assorbite dalla $\dot{Z}$.



Dati: ω = 100 rad/s, $e(t) = E\ \mathrm{sen}(\omega t)$, E = 100, $j_A(t) = J_A\ \mathrm{sen}(\omega t - \pi/4)$, J_A = 20, $j_B(t) = J_B \cos(\omega t)$, J_B = 5, R = 10, L = 0.1, C = 1 mF.

Prima di risolvere il quesito proposto, è consigliabile rivedere le condizioni di adattamento.

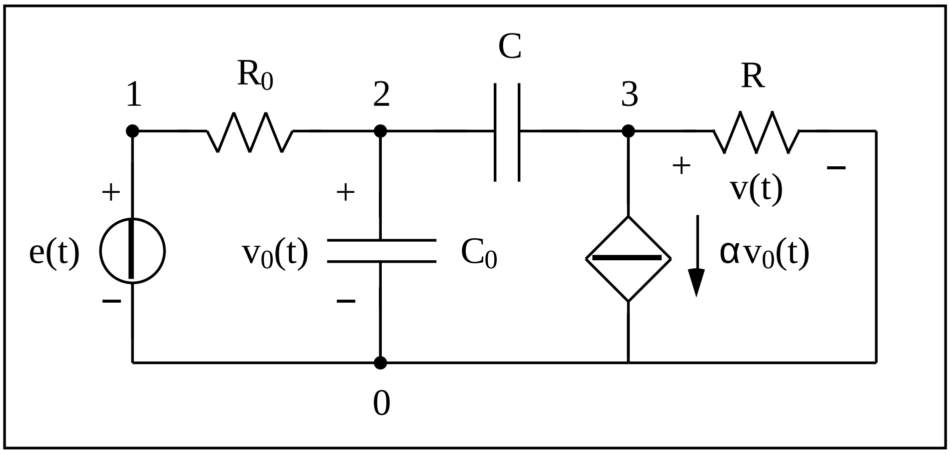
```
Esercizio A28
*Condizione di adattamento
R0      1      2      10
L0      3      0      0.1
C0      2      0      1m
Req     2      100    10
Leq     100    0      0.1
VE      1      3      AC     100     -90
IA      0      1      AC     20      -135
IB      0      2      AC     5       0
.AC     LIN    1      15.915  15.915
.PRINT  AC     VM(2)   VP(2)
.PRINT  AC     IM(Req) IP(Req)
.END
```

Risposta: risulta

$$\dot{Z} = 10 + 10\,j\ , \quad P \quad 916\ , \quad Q \quad 916\ \mathrm{VAr}\ .$$

Si verifichi, infine, la conservazione delle potenze complesse.

A29 - Un modello di amplificatore a MOSFET, un particolare circuito elettronico, è mostrato in figura. Calcolare la tensione v(t) sulla resistenza di carico R.



Dati: $e(t) = E \,\mathrm{sen}(\omega t)$, $E = 10$, $\omega = 1$ krad/s, $R_0 = 100$, $C_0 = 10$ μF, $C = 8$ μF, $R = 1$ kΩ, $\alpha = 10$ mS.

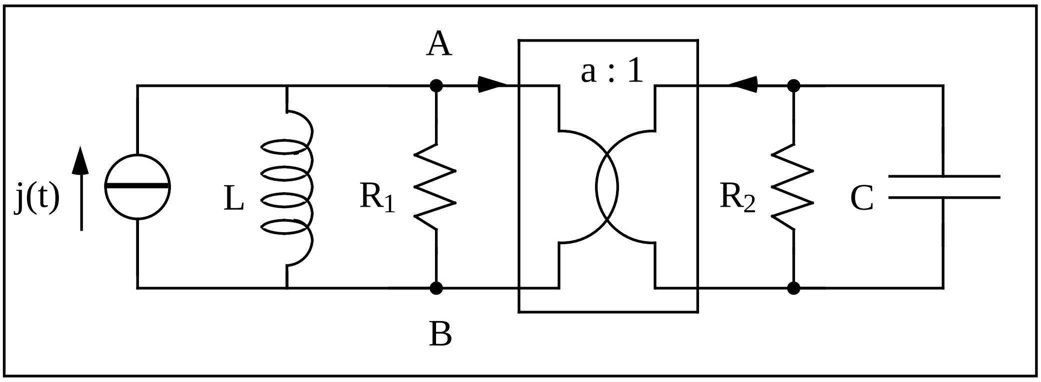
Si simuli il circuito per mezzo del listato che segue.

```
Esercizio A29
*Schema di amplificatore a MOSFET
V1      1     0     AC      10      0
G1      3     0     2     0     1e-2
R0      1     2     100
C0      2     0     1e-5
C1      2     3     8e-6
R1      3     0     1000
.AC     LIN         1     159.155     159.155
.PRINT       AC     VM(3)       VP(3)
.END
```

Risposta: la tensione richiesta è pari a

$$v(t) = 6.695 \,\mathrm{sen}\left(1000\, t + \frac{\pi}{6}\right).$$

A30 - La rete in figura opera in regime sinusoidale. Determinare l'ammettenza vista dal generatore, la potenza complessa erogata dal generatore di corrente e, infine, la tensione $v_{AB}(t)$.

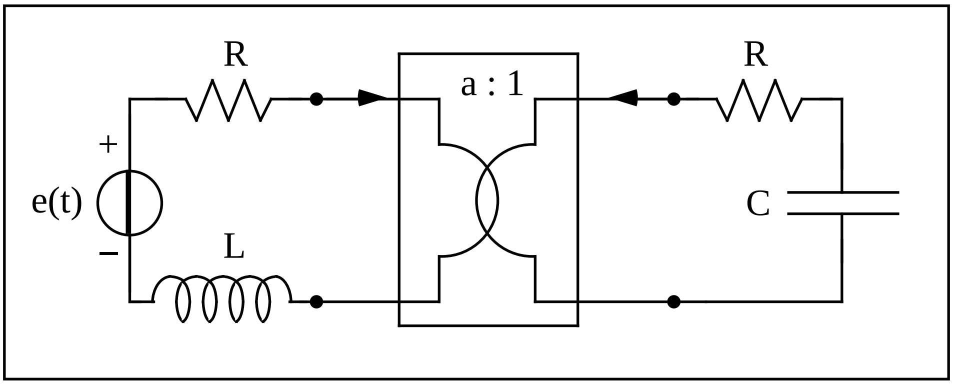


Dati: $j(t) = I \cos(\omega t)$, $I = 1$, $\omega = 1$ Mrad/s, $R_1 = 200$, $R_2 = 2$, $L = 200$ μH, $C = 1.5$ μF, $a = 10$.

Risposta:

$$\dot{Y} = 0.01\,(1 + j)\,, \quad P = 25\,, \quad Q = -25 \text{ VAr}\,, \quad v_{AB}(t) = 50\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right).$$

A31 - La rete in figura opera in regime sinusoidale. Determinare la potenza complessa erogata dal generatore di tensione.

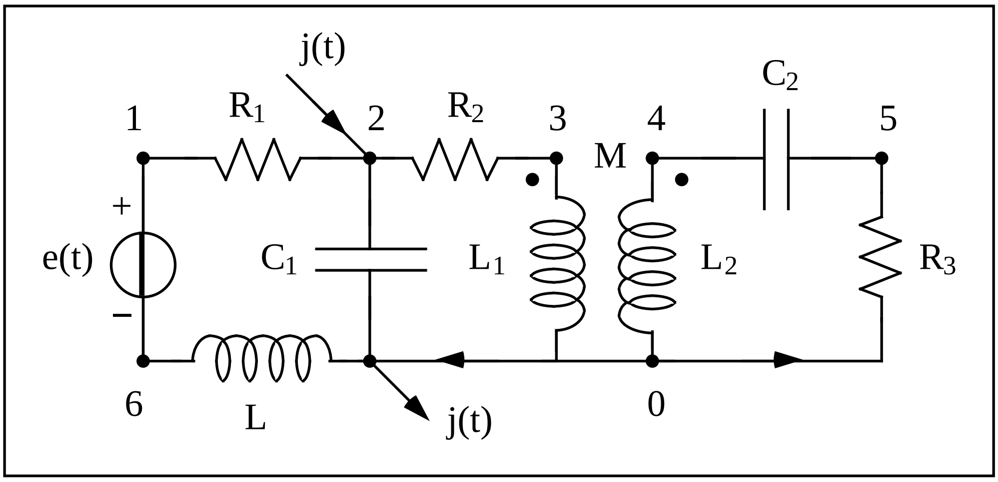


Dati: $e(t) = E \cos(\omega t)$, $E = 16.4$ V, $\omega = 200$ rad/s, $R = 10\ \Omega$, $L = 64$ mH, $C = 0.25$ mF, $a = 0.8$.

Risposta: la potenza complessa è pari a

$$\dot{P} = 8.2\,.$$

A32 - Si valutino le potenze, attiva e reattiva, erogate dal generatore di tensione nella rete di figura in regime sinusoidale.



Dati: $e(t) = E\ sen(\omega t)$, $E = 100\sqrt{2}$, $j(t) = -\ J \cos(\omega t + \pi/4)$, $J = 20$, $\omega = 1$ krad/s, $R_1 = R_2 = 10$, $R_3 = 2.5$, $L = 5$ mH, $C_1 = 0.1$ mF, $C_2 = 0.4$ mF, $L_1 = 10$ mH, $L_2 = 2.5$ mH, $|M| = 5$ mH.

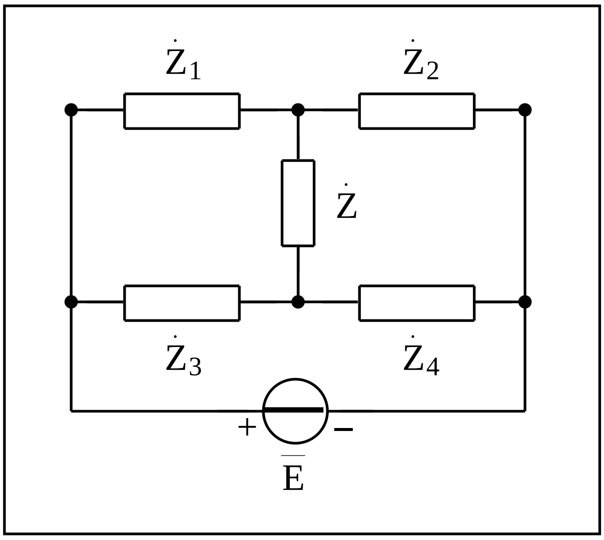
Questo esercizio è un po’ più complicato rispetto a quelli fin qui proposti. Esso può essere usato come esercizio riassuntivo su Spice, oppure per organizzare un lavoro di gruppo.

```
Esercizio A32
*Doppio bipolo accoppiamento mutuo
R1      1     2     10
R2      2     3     10
R3      5     0     2.5
L0      0     6     5m
L1      3     0     10m
L2      4     0     2.5m
C1      2     0     0.1m
C2      4     5     0.4m
K12        L1       L2       1
VE      1     6     AC       141.42       -90
IJ      0     2     AC       20       225
.AC     LIN         1     159.155      159.155
.PRINT       AC      IR(VE)       II(VE)
.END
```

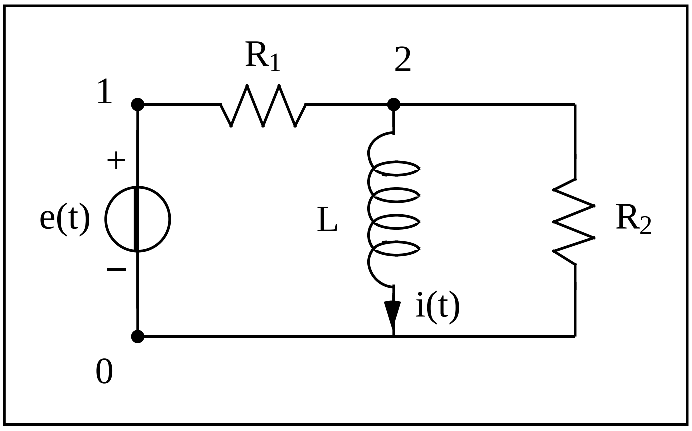
Risposta: $P_E = 0.6$ kW, $Q_E = -\ 1.2$ kVAr.

A33 - Dimostrare che la *condizione di equilibrio* della generica rete a ponte mostrata in figura è data dalla relazione

$$\dot{Z}_1 \, \dot{Z}_4 = \dot{Z}_2 \, \dot{Z}_3 \, .$$



A34 - Per la rete mostrata in figura, studiare l'andamento del fasore della corrente i(t) al variare della frequenza.



Dati: $e(t) = E \cos(\omega t)$.

Per la codifica Spice sono stati utilizzati alcuni valori ai parametri; si provi a cambiarli per studiare l'andamento in frequenza del fasore della corrente.

```
Esercizio A34
*R1 = R2 = 20 Ω , L1 = 10 mH
R1      1      2      20
R2      2      0      20
```

```
L1      2    0     10m
VE      1    0     AC     1    0
.AC     LIN        5000      1e-6       1e+5
.PROBE
.END
```

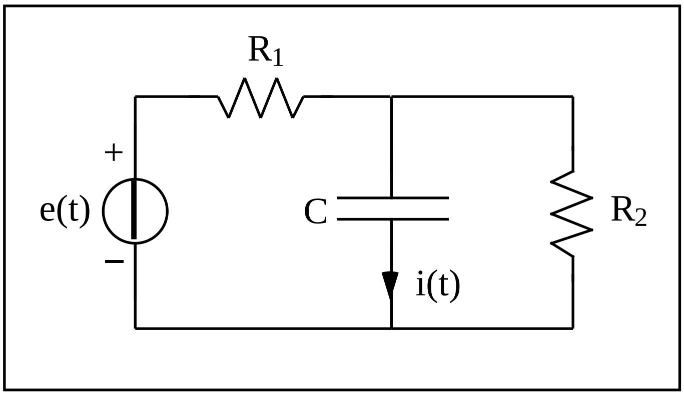
Risposta: posto

$$\tau = L\,\frac{R_1 + R_2}{R_1\,R_2}\,,$$

il modulo e la fase del fasore $\bar{I}(\omega)$ risultano pari a

$$I(\omega) = \frac{E}{R_1}\,\frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}\,, \quad \phi(\omega) = \arg\left[\,\bar{I}(\omega)\,\right] = -\arctan(\omega\tau)\,.$$

A35 - Per la rete mostrata in figura, studiare l'andamento del fasore della corrente al variare della pulsazione imposta dal generatore.



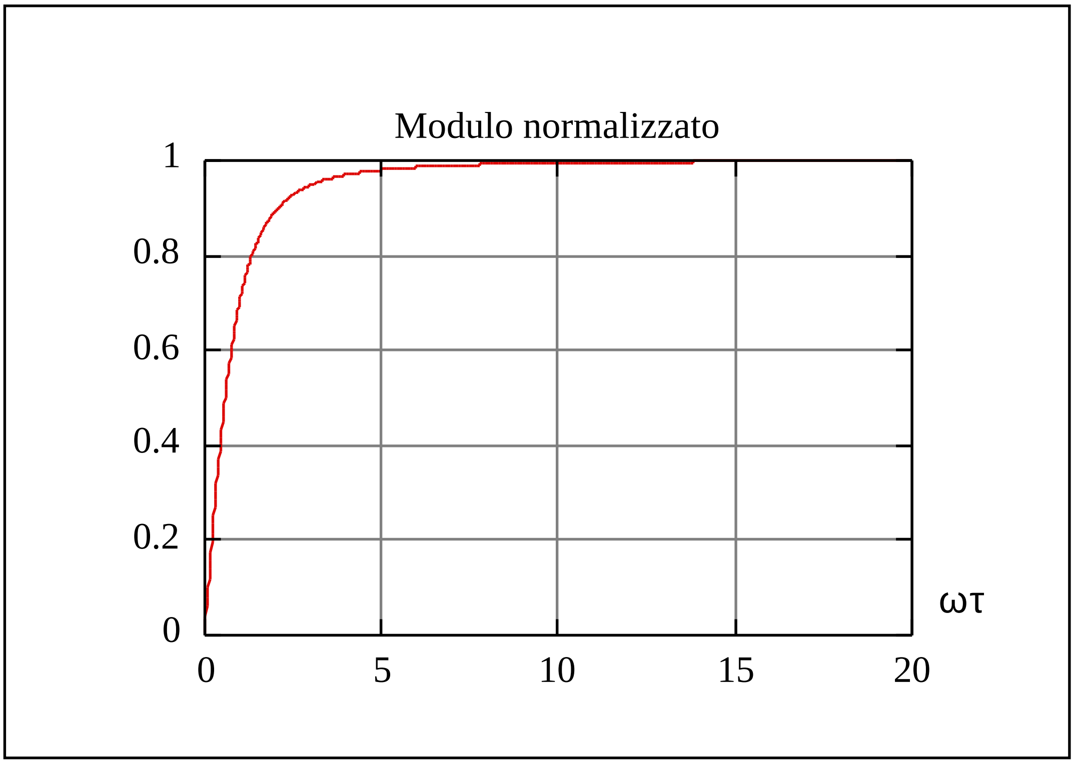
Dati: $e(t) = E\cos(\omega t)$.

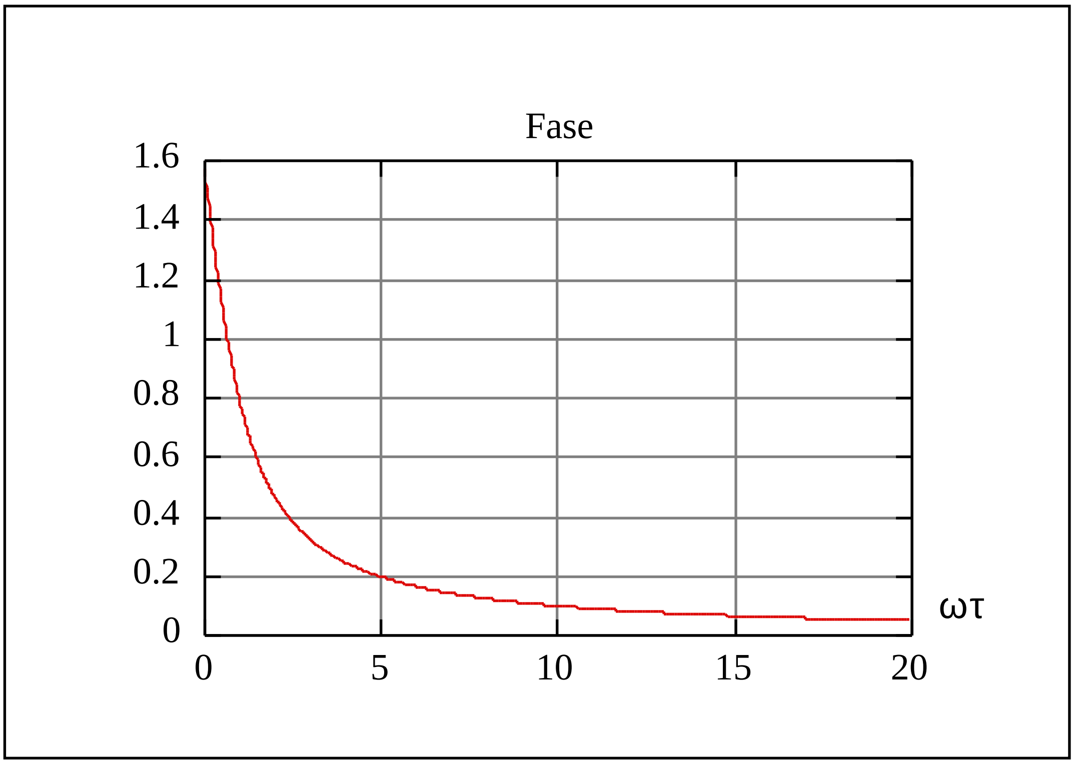
Risposta: posto $\tau = C\,R_1\,R_2/(R_1 + R_2)$, è facile verificare che

Modulo normalizzato $\rightarrow$ $\dfrac{R_1}{E}\,I(\omega) = \dfrac{\omega\tau}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}\,,$

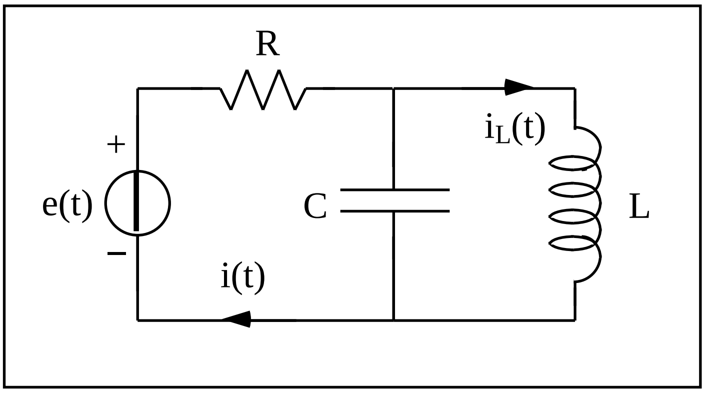
Fase $\rightarrow$ $\phi(\omega) = \arg\left[\,\bar{I}(\omega)\,\right] = \dfrac{\pi}{2} - \arctan(\omega\tau)\,.$

I grafici del modulo e della fase della corrente $\bar{I}(\omega)$ sono di seguito riportati.





A36 - Risolvere la rete per $\omega \neq \omega_0$ e discutere, a parte, il caso limite $\omega = \omega_0$. Tracciare i diagrammi dei moduli delle correnti nell'induttore e nel generatore, al variare della frequenza.

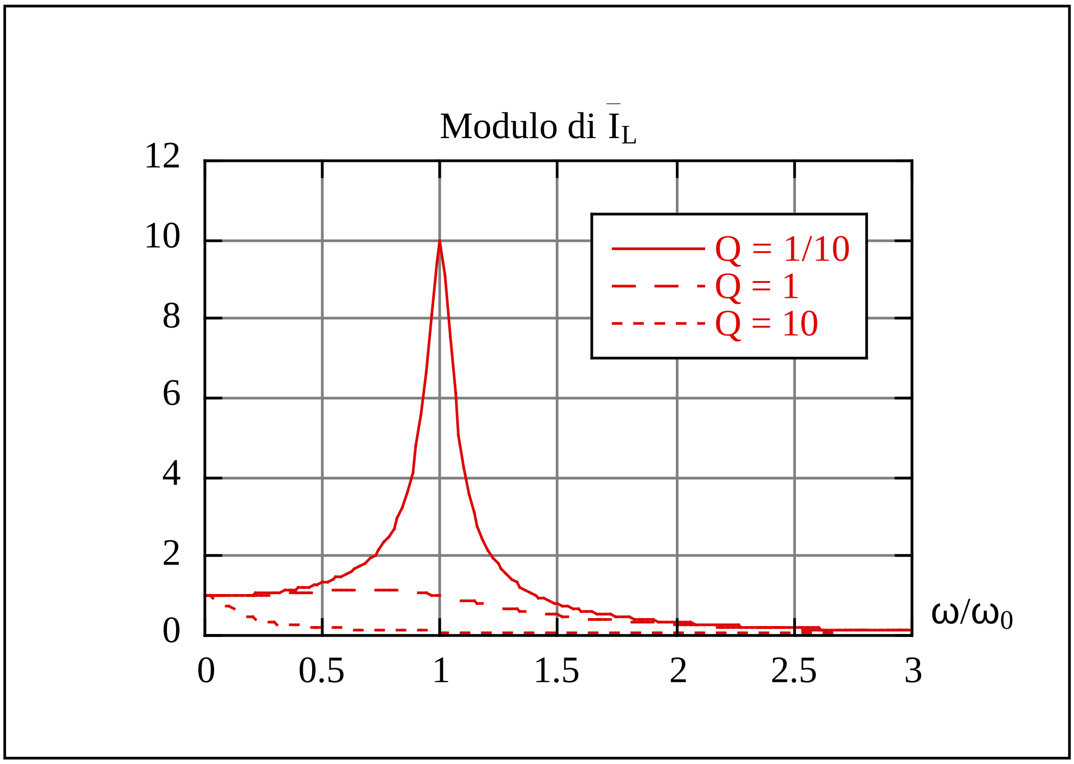


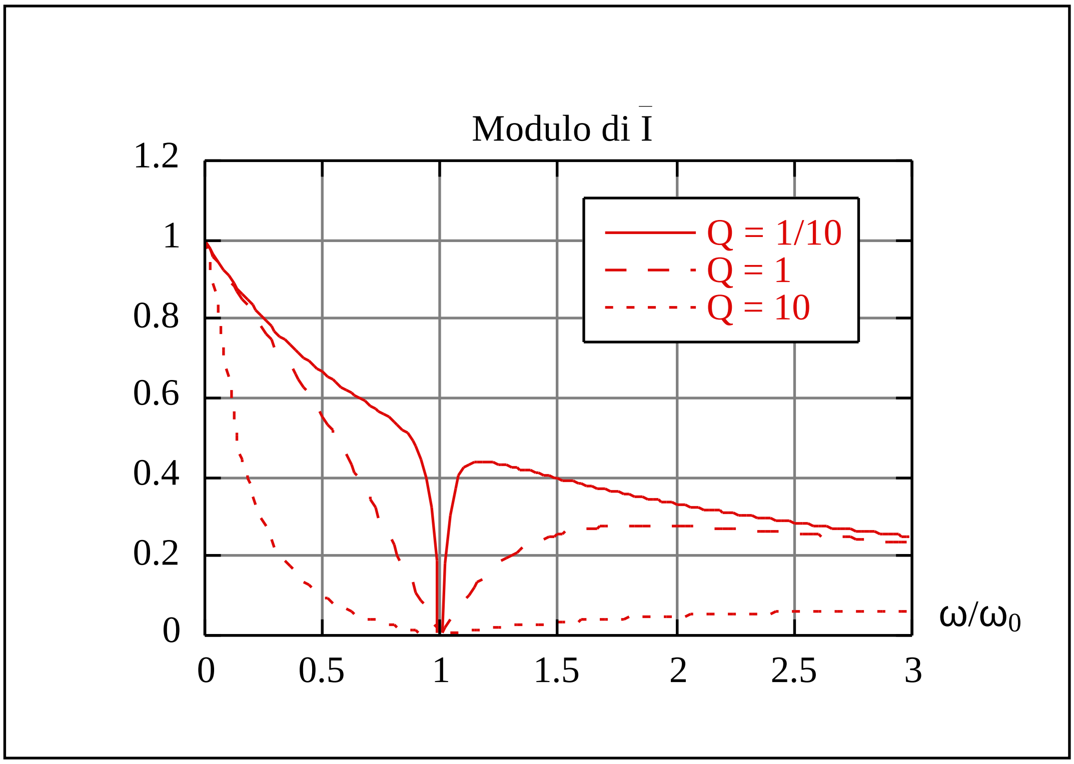
Dati: $e(t) = E \cos(\omega t)$.

<u>Risposta</u>: posto $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, $x = \omega/\omega_0$ e $Q = \omega_0 L/R$, risulta

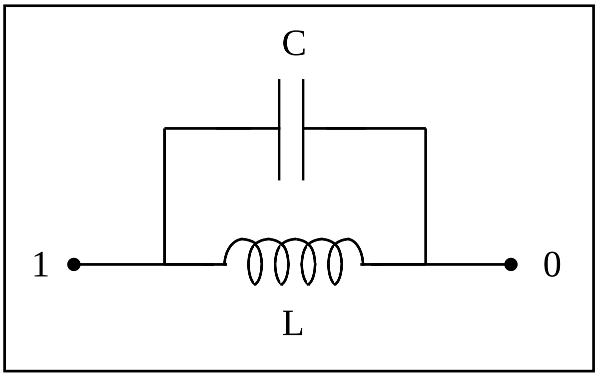
$$\text{modulo di } \bar{I}_L(\omega) \quad \rightarrow \quad \frac{R}{E} I_L(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(x^2-1)^2 + x^2 Q^2}},$$

$$\text{modulo di } \bar{I}(\omega) \quad \rightarrow \quad \frac{R}{E} I(\omega) = \frac{|x^2-1|}{\sqrt{(x^2-1)^2 + x^2 Q^2}}.$$





A37 - Determinare l'andamento qualitativo della reattanza $X_{10}(\omega)$ al variare della pulsazione ω.

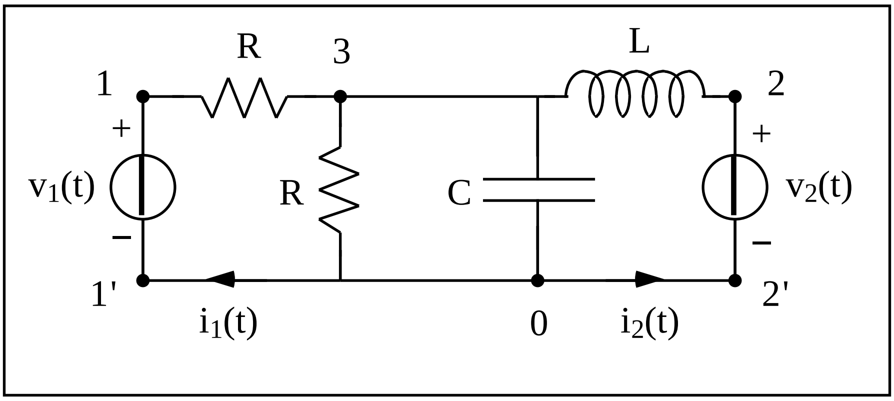


<u>Risposta</u>:

$$X_{10}(\omega) = \sqrt{\frac{L}{C}}\,\frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\ , \quad \text{con } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}\ .$$

Vale la pena notare che la reattanza è una funzione non definita per $\omega = \omega_0$, dato che, in corrispondenza di questo punto, presenta un asintoto verticale, attorno al quale assume valori molto elevati, tendenti all'infinito.

A38 - Utilizzare i parametri della rappresentazione in termini di ammettenze per calcolare le correnti nei due generatori.



Dati: $v_1(t) = 10 \cos(1000t)$, $v_2(t) = 20 \operatorname{sen}(1000t)$, R = 1, L = 1 mH, C = 1 mF.

Nella figura sono stati disegnati anche i nodi 1' e 2', non sono necessari alla codifica Spice: sono stati riportati solo allo scopo di facilitare l'individuazione della porta primaria e secondaria del doppio bipolo.

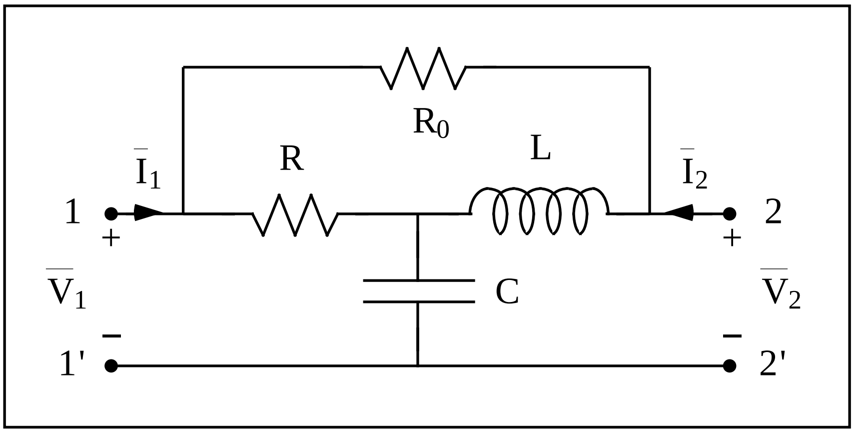
```
Esercizio A38
*Doppio bipolo in alternata
R1      1    3    1
R2      3    0    1
L1      2    3    1m
C1      3    0    1m
VE1     1    0    AC     10      0
VE2     2    0    AC     20      -90
.AC     LIN       1  159.15    159.15
.PRINT   AC       IM(R1)       IP(R1)
.PRINT   AC       IM(L1)       IP(L1)
.END
```

Risposta: risulta

$$\dot{Y}_{11} = 0.5 \ , \quad \dot{Y}_m = 0.5j \ , \quad \dot{Y}_{22} = 0.5 - j \ ;$$

$$i_1(t) = 15 \cos(1000t) \ , \quad i_2(t) = - 5 \sqrt{17} \cos(1000t + \arctan 0.25) \ .$$

A39 - Per il doppio bipolo mostrato in figura, calcolare le rappresentazioni in termini di impedenze, di ammettenze ed ibrida.



Dati : ω = 1 krad/s, R = 2, R_0 = 2, L = 2 mH, C = 1 mF.

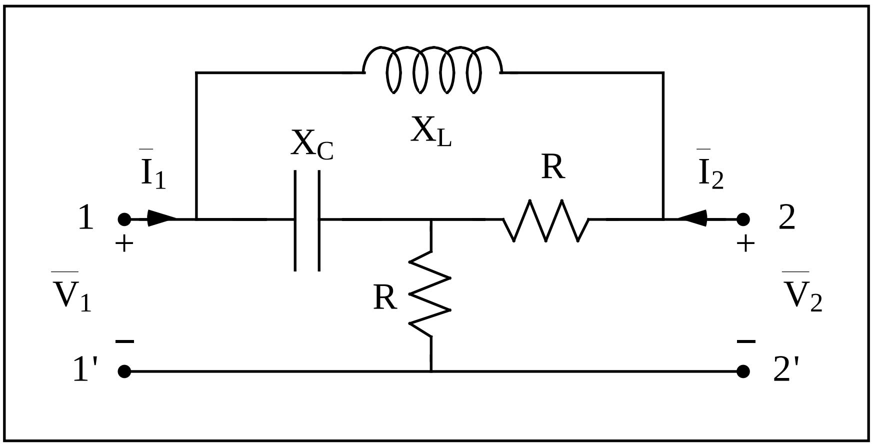
Risposta:

$$\dot{Z}_{11} = \frac{6 - 3j}{5}, \quad \dot{Z}_m = \frac{2 - j}{5}, \quad \dot{Z}_{22} = \frac{4 + 3j}{5};$$

$$\dot{Y}_{11} = \frac{3 + j}{4}, \quad \dot{Y}_m = \frac{-1 + j}{4}, \quad \dot{Y}_{22} = \frac{3 - 3j}{4};$$

$$\dot{H}_{11} = \frac{1}{\dot{Y}_{11}} = \frac{6 - 2j}{5}, \quad \dot{H}_{12} = \frac{\dot{Z}_m}{\dot{Z}_{22}} = \frac{1 - 2j}{5} = -\dot{H}_{21}, \quad \dot{H}_{22} = \frac{1}{\dot{Z}_{22}} = \frac{4 - 3j}{5}.$$

A40 - Per il doppio bipolo mostrato in figura, determinare la rappresentazione in termini di impedenze. Cosa accade se $X_L = X_C$?



Risposta: gli elementi della rappresentazione in termini di impedenze risultano

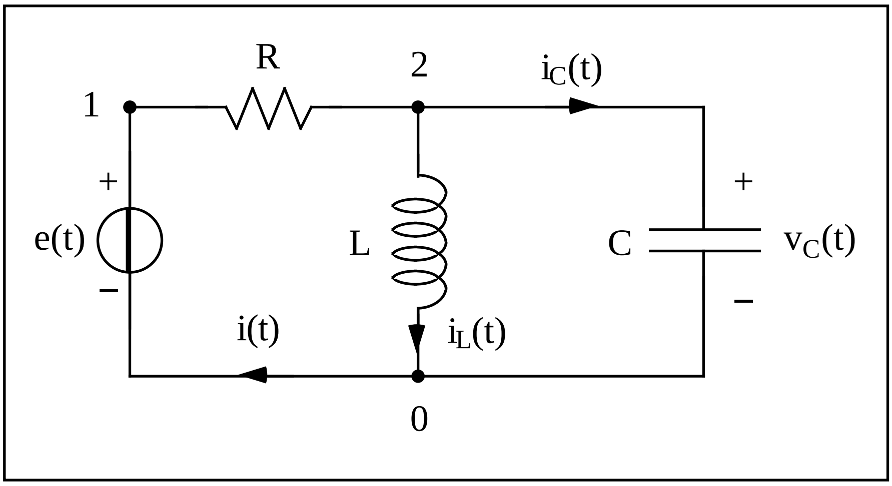
$$\dot{Z}_{11} = R - j\,\frac{X_C\left(R + j\,X_L\right)}{R + j\left(X_L - X_C\right)}\,, \qquad \dot{Z}_m = R - j\,\frac{R\,X_C}{R + j\left(X_L - X_C\right)}\,,$$

$$\dot{Z}_{22} = R + j\,\frac{R\left(X_L - X_C\right)}{R + j\left(X_L - X_C\right)}\,.$$

Nel caso particolare $X_L = X_C$, i precedenti elementi diventano

$$\dot{Z}_{11} = R + \frac{X_C^2}{R} - j\,X_C\,, \qquad \dot{Z}_m = R - j\,X_C\,, \qquad \dot{Z}_{22} = R\,.$$

A41 - La rete mostrata in figura, a riposo per t < 0, è forzata da un generatore sinusoidale del tipo e(t) = E sen(ωt) u(t).



Assumendo che tra i diversi parametri sussista la relazione

$$\omega = \frac{1}{2\,RC} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\,,$$

determinare la corrente che circola nell'induttore e l'energia complessivamente assorbita dal resistore. Eseguire, infine, la codifica Spice assegnando dei valori numerici ai diversi parametri.

Assumendo, per esempio, R = 50, C = 1 μF, L = 10 mH, E = 20, risulta

$$\omega = \frac{1}{2\,RC} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10 \text{ krad/s}\,,$$

e l'esercizio si può codificare secondo il listato che segue.

```
Esercizio A41
*Codifica Spice
VE      1     0     sin(0  20  1.591549k  0  0)
R1      1     2     50
L1      2     0     10m
C1      2     0     1u
.TRAN         1n       0.5m
.PROBE
.END
```

Risposta: la corrente risulta pari a

$$i_L(t) = \frac{E}{\omega L}\left[(1 + \omega t)\, e^{-\omega t} - \cos(\omega t)\right] u(t) \,,$$

mentre l'energia vale (si consulti la tavola di integrali riportata in appendice)

$$U = \int_0^\infty R\, i^2(t)\, dt = \frac{E^2}{R}\int_0^\infty (\omega t)^2\, e^{-2\omega t}\, dt = \frac{E^2}{\omega R}\int_0^\infty x^2\, e^{-2x}\, dx = \frac{1}{2}\, C\, E^2 \,.$$