Università degli Studi di Napoli Federico II

Facoltà di Ingegneria

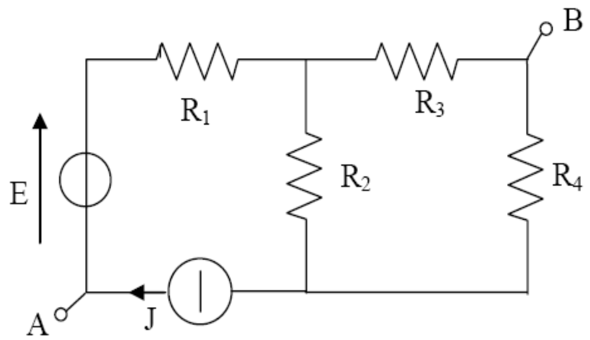
CDL ING. DELL'AUTOMAZIONE & ING. INFORMATICA (A-DE)

Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** del **24 gennaio 2007**
Prof. **R. Albanese**

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	**Compito A**

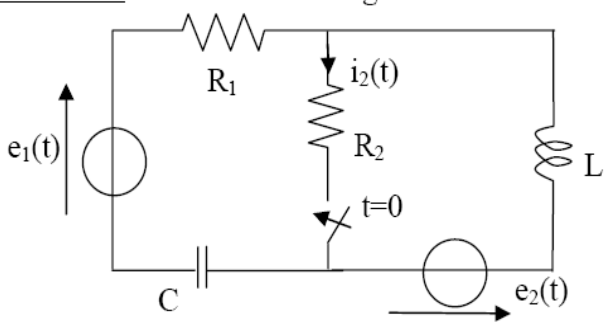
Esercizio 1 – Si consideri il seguente circuito resistivo lineare:



$E = 60$ V; $J = 3$ A
$R_1 = R_2 = 12\ \Omega$;
$R_3 = R_4 = 36\ \Omega$;

Determinare i parametri del generatore equivalente di Thevenin ai morsetti A-B.

Esercizio 2 – Si consideri il seguente circuito lineare a regime per t<0:



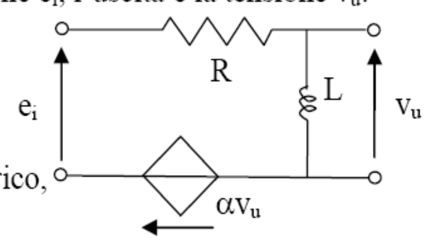
$R_1=R_2= 6\ \Omega$, $L = 10$ mH, $C = 20$ mF
$e_1(t) = E$, $e_2(t) = E_M \sin(\omega t + \pi/4)$
$E = 120$ V, $E_M = 240$ V, $\omega = 200$ rad/s

Valutare la corrente $i_2(t)$.

Esercizio 3 (OPZIONALE) – Nella rete seguente l'ingresso è la tensione e_i, l'uscita è la tensione v_u:

Valutare:
a) funzione di trasferimento;
b) risposta all'impulso unitario;
c) la tensione $v_u(t)$ per $e_i(t) = E_0 \cdot t \cdot 1(t)/t_0$ ed induttore inizialmente scarico, con $E_0 = 100$ V e 1(t) gradino unitario.

$R = 10\ \Omega$, $\alpha = 0.2$
$L = 0.1$ H, $t_0 = 1$ s



Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

		A B
		C D
		Insuff.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

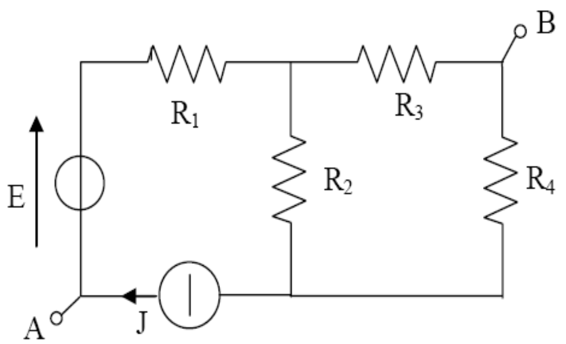
CDL ING. DELL'AUTOMAZIONE & ING. INFORMATICA (A-DE)

Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** del **24 gennaio 2007**
Prof. **R. Albanese**

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	**Compito B**

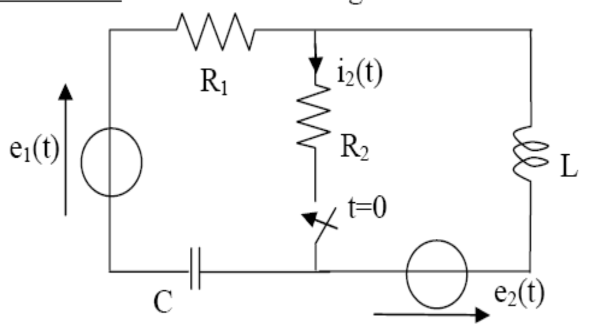
Esercizio 1 – Si consideri il seguente circuito resistivo lineare:



$E = 60$ V; $J = 1$ A
$R_1 = R_2 = 12\ \Omega$;
$R_3 = R_4 = 60\ \Omega$;

Determinare i parametri del generatore equivalente di Norton ai morsetti A-B.

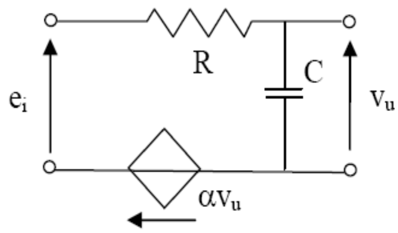
Esercizio 2 – Si consideri il seguente circuito lineare a regime per t<0:



$R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 1\ \Omega$, $L = 10$ mH, $C = 20$ mF
$e_1(t) = E_M \cos(\omega t + \pi/4)$, $e_2(t) = E$
$E = 60$ V, $E_M = 240$ V, $\omega = 200$ rad/s

Valutare la corrente $i_2(t)$.

Esercizio 3 (OPZIONALE) – Nella rete seguente l'ingresso è la tensione e_i, l'uscita è la tensione v_u:



$R = 10\ \Omega$, $\alpha = 0.2$
$C = 2$ mF, $t_0 = 1$ s

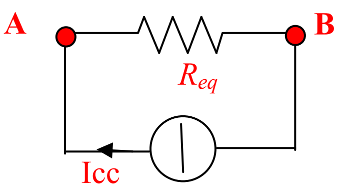
Valutare:
a) funzione di trasferimento;
b) risposta all'impulso unitario;
c) la tensione $v_u(t)$ per $e_i(t) = E_0 \cdot t \cdot 1(t)/t_0$ e condensatore inizialmente scarico, con $E_0 = 100$ V e $1(t)$ gradino unitario.

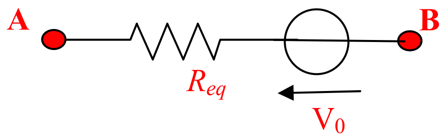
Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

		A B
		C D
		Insuff.

Esercizio 1

Con riferimento agli schemi:



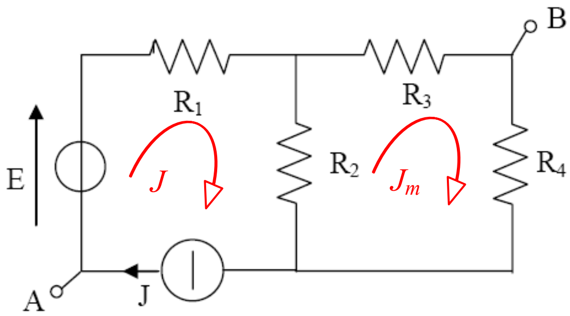


la resistenza equivalente è:

$R_{eq} = R_1 // [R_3 + (R_2 + R_4)] = 32.57\Omega$ **(traccia A)**

$R_{eq} = R_1 // [R_3 + (R_2 + R_4)] = 44.73\Omega$ **(traccia B)**

La tensione a vuoto si calcola immediatamente dal metodo delle correnti di maglia applicato alla rete:



$R_2(J_m - J) + R_3 J_m + R_4 J_m = 0,$ *quindi*

$J_m = 0.4286\,A$ ***(traccia A)***

$J_m = 0.0909\,A$ ***(traccia B)***

e pertanto:

$V_0 = R_3 J_m + R_1 J - E = -8.571V$ **(traccia A)**

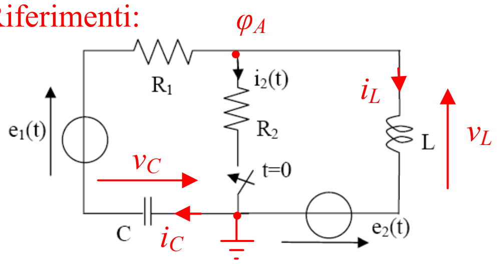
$V_0 = R_3 J_m + R_1 J - E = -42.55V$ **(traccia B)**

quindi la corrente di corto circuito è:

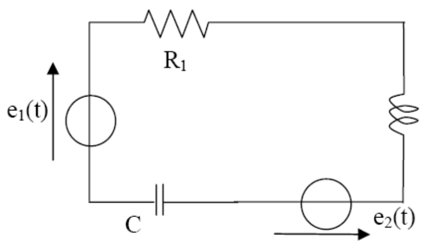
$I_{cc} = V_0 / R_{eq} = -0.9512\,A$ **(traccia B)**

Esercizio 2 *(unità SI ove non altrimenti specificato)*

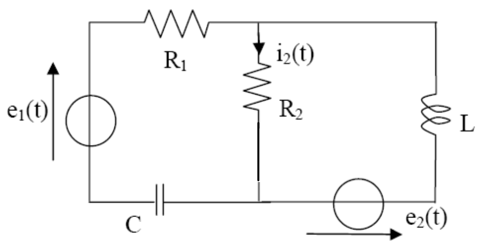
Riferimenti:



$G_1 = 1/R_1,\ G_2 = 1/R_2$



t<0



t>0

t<0 (unità SI):

traccia A:

$i_3 = 0$

$i_L = 38.40 \cos(200t - 1.0692) \Rightarrow i_L(0^-) = 18.46\ A$

$v_C = 120 + 9.60 \cos(200t - 2.6400) \Rightarrow v_C(0^-) = 111.58\ V$

traccia B:

$i_3 = 0$

$i_L = 11.95 \cos(200t + 0.6981) \Rightarrow i_L(0^-) = 9.16\ A$

$v_C = -60 + 2.99 \cos(200t - 0.8727) \Rightarrow v_C(0^-) = -58.08\ V$

t>0:

pot. nodo nella rete resistiva associata:

$$G_1(\varphi_A - e_1 + v_C) + G_2\varphi_A + i_L = 0$$

$$\varphi_A = \frac{G_1}{G_1 + G_2}(e_1 - v_C) - \frac{i_L}{G_1 + G_2}$$

$$\begin{cases} v_L = \varphi_A - e_2 \\ i_C = G_2\varphi_A + i_L \end{cases}, \qquad i_3 = G_2\varphi_A = \frac{G_2 G_1}{G_1 + G_2}(e_1 - v_C) - \frac{G_2 i_L}{G_1 + G_2}$$

eq. di stato:

$$\begin{cases} L\dfrac{di_L}{dt} = -\dfrac{i_L}{G_1 + G_2} - \dfrac{G_1}{G_1 + G_2}v_c + \dfrac{G_1}{G_1 + G_2}e_1 - e_2 \\ C\dfrac{dv_c}{dt} = \dfrac{G_1}{G_1 + G_2}i_L - \dfrac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}v_c + \dfrac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}e_1 \end{cases}$$

da cui:

$$i_L = \left(1 + \frac{G_2}{G_1}\right)C\frac{dv_c}{dt} + G_2 v_c - G_2 e_1$$

e l'eq. differenziale completa:

$$\left(1 + \frac{G_2}{G_1}\right)LC\frac{d^2 v_c}{dt^2} + \left(LG_2 + \frac{C}{G_1}\right)\frac{dv_c}{dt} + v_c = LG_2\frac{de_1}{dt} + e_1 - e_2$$

Le frequenze naturali sono:

$\lambda_1 = -295.7, \quad \lambda_2 = -8.45$ **(traccia A)**

$\lambda_1 = -95.12 \quad \lambda_2 = -2.50$ **(traccia B)**

e quindi:

$v_C(t) = v_{C_t}(t) + v_{Cr}(t)$, con $v_{Ct}(t) = k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t}$ e

$v_{Cr}(t) = 120 + 9.60 \cos(200t-2.6400)$ **(traccia A)**

$v_{Cr}(t) = -60+ 2.88 \cos(200t-0.7926)$ **(traccia B)**

$$i_L(t) = \left(1 + \frac{G_2}{G_1}\right) C(\lambda_1 k_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 k_2 e^{\lambda_2 t}) + G_2(k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t}) + i_{Lr}(t)$$, con

$i_{Lr}(t) = 67.18 \cos(200t+1.7829)$ **(traccia A)**

$i_{Lr}(t) = -60 + 5.16 \cos(200t-0.3290)$ **(traccia B)**

ed infine:

$$i_3 = G_2 \varphi_A = \frac{G_2 G_1}{G_1 + G_2}(e_1 - v_C) - \frac{G_2 i_L}{G_1 + G_2}$$

Le costanti di integrazione si determinano imponendo:

$$\begin{cases} v_C(0^+) = v_C(0-) \\ i_L(0^+) = i_L(0-) \end{cases}, \quad \begin{cases} k_1 = -2.59 \\ k_2 = -14.00 \end{cases} \textbf{ (traccia A)}, \quad B) \begin{cases} k_1 = -1.65 \\ k_2 = 1.55 \end{cases} \textbf{ (traccia B)}$$

__Esercizio 3__

TRACCIA A)

$$a) \quad V_u(s) = \frac{sL}{R + sL}[E_i(s) + \alpha V_u(s)] \quad quindi$$

$$H(s) = \frac{V_u(s)}{E_i(s)} = \frac{sL}{R + (1-\alpha)sL} = \frac{1}{1-\alpha} - \frac{1}{1-\alpha}\frac{1}{1+(1-\alpha)sL/R}$$

$$b) \quad h(t) = \frac{1}{1-\alpha}\delta(t) - \frac{1}{1-\alpha}\frac{exp(-t/\tau_c)}{\tau_c} \cdot 1(t), \quad \tau_c = (1-\alpha)L/R$$

$$c) \quad v_u(t) = \int_{0'}^{t'} h(t-\tau)e_i(\tau)d\tau = \left\{ \frac{1}{1-\alpha}\frac{E_0}{t_0}t - \frac{1}{1-\alpha}\frac{E_0}{t_0}\left[t - \tau_c + \tau_c\, exp(-t/\tau_c)\right] \right\} \cdot 1(t) =$$

$$= \frac{1}{1-\alpha}\frac{E_0}{t_0}\tau_c\left[1 - exp(-t/\tau_c)\right] \cdot 1(t)$$

TRACCIA B)

$$a) \quad V_u(s) = \frac{1/sC}{R + 1/sC}[E_i(s) + \alpha V_u(s)] \quad quindi$$

$$H(s) = \frac{V_u(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{1-\alpha}\frac{1}{1+(1-\alpha)sRC}$$

$$b) \quad h(t) = \frac{1}{1-\alpha}\frac{exp(-t/\tau_c)}{\tau_c} \cdot 1(t), \quad \tau_c = (1-\alpha)RC$$

$$c) \quad v_u(t) = \int_{0'}^{t'} h(t-\tau)e_i(\tau)d\tau = \left\{ \frac{1}{1-\alpha}\frac{E_0}{t_0}\left[t - \tau_c + \tau_c\, exp(-t/\tau_c)\right] \right\} \cdot 1(t)$$